INSTITUZIONI ASTRONOMICHE

OPERA POSTUMA

DEL DOTTORE

EUSTACHIO MANFREDI

Professore delle Matematiche, Sovraintendente alle Acque, e Astronomo dello Instituto delle Scienze di Bologna, e Associato alle Regie Accademie di Londra, e di Parigi.

IN BOLOGNA

Nella Stamperìa di Lelio dalla Volpe. MDCCXLIX.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

AVVERTIMENTO AL LETTORE.

Questo compendio d' astronomia, che ora si pubblica colle stampe, è opera del chiarissimo Signor Eustachio Manfredi, da lui composta per istruzione de' giovani studenti, e da lui dettata, e spiegata qualunque volta si sono presentati scolari desiderosi di apprendere tali materie. L' ordine semplice, ed elegante, la chiarezza delle dottrine ha invogliato non pochi di avere questo trattato, e se ne sono intese replicate istanze, perchè si rendesse pubblico colle stampe; onde per far pago il comune desiderio si era già da molto tempo stabilito di ciò fare, ma diverse ragioni ne hanno ritardata l' esecuzione. In primo luogo bisognò terminare la stampa del libro del Guglielmini sopra la natura dei Fiumi consegnato vivente il Signor Manfredi allo stampatore coll' aggiunta delle note, che egli vi avea fatte, il qual libro era egualmente aspettato, e richiesto. Dopoi si stampò la Cronologia, che si è pubblicata con diverse scritture appartenenti al Calendario, e queste opere furono insieme unite, come cose, che hanno molto rapporto fra loro, e che stavano bene raccolte in un volume. Intanto si stava sospeso sopra di ciò, che si dovesse fare in occasione di pubblicare il trattato d' astronomia. L' autore non era pienamente soddisfatto di ciò, che avea scritto, e sopra tutto meditava un ordine differente per disporre le materie, e avea già incominciato ad esporre i primi precetti, quando il male, a cui da molti anni era soggetto, aggravatosi più dal solito lo condusse al punto estremo di sua vita, e a noi tolse la spe-

 ranza

ranza di vedere il compimento dell' opera già incominciata. Da quel poco, che ci ha lasciato, si conosce, che egli si era proposto di esporre in primo luogo i fenomeni, siccome a noi appariscono, e di non valersi da principio, che d' osservazioni facili, e che si possono fare, come il volgo le fa a stima d' occhio, e senza rigor di misure per mettere sotto gli occhi un' istoria della apparenza dei corpi celesti. Dopoi avrebbe trattato dell' arte di osservare col soccorso degli strumenti, come usano gli astronomi, e allora avrebbe fatto vedere, come le apparenze non pure si riducono a regole, ma, per quanto è possibile, eziandio ad esatte misure. Si sono parimente ritrovati diversi fogli, ne' quali si leggono i primi precetti, che doveano servire per un ristretto sopra la dottrina degli ottici intorno alla visione degli oggetti in generale, che egli volea premettere alle instituzioni astronomiche, affine di spiegare, quali cose s' intendano co' vocaboli di luoghi, di grandezze, di figure, di distanze, e di moti apparenti, e quali sorta di quantità sieno quelle, che si tratta di riconoscere colla vista in ciascuno de' fenomeni celesti. Questo trattato veniva a comprendere molte di quelle cose, che nelle presenti instituzioni si leggono nel capitolo delle refrazioni, e delle parallassi, ma esso è rimasto imperfetto, e non potrebbe servire a vantaggio degli studenti senza il seguito delle dottrine, che richiedevansi per terminarlo. Si è stato, come si è detto, per qualche tempo sospeso, se si dovesse nel pubblicare queste instituzioni astronomiche proccurare di accomodarle a quell' ordine, che ultimamente si era proposto l' autore, inserendovi quel poco, che avea lasciato scritto. Siccome però pochi sono i fogli, i quali non sono altro, che semplici abbozzi del-

le

le nuove instituzioni, da' quali appena si scopre l' idea concepita, si avrebbe bensì potuto nel principio del trattato secondare in qualche modo, e interpretare la sua intenzione, ma non si avrebbe potuto far ciò nel seguito senza pericolo di allontanarsi molto da quel sistema, che egli si era proposto. E' in oltre da avvertirsi, che il rispetto grande, che esige un così celebre autore, dovea servire di difesa a queste instituzioni, acciocchè niuno ardisse di porvi le mani, e presumesse di aggiungervi, o levare senza pregiudicare a quella chiarezza, ed eleganza, con cui sono scritte. Dall' altra parte possiamo assicurare, e ciò sia detto per consolazione de' giovani studenti, che le instituzioni astronomiche, quali ora si sono impresse, non si allontanano molto da quella idea, che abbiamo detto avere concepita l' autore, essendo questo stato sempre il suo sentimento, che si dovesse tenere un ordine consimile nello scrivere un trattato d' astronomia, e la differenza consiste in ciò, che egli l' avrebbe fatto con più rigore, e con maggior esattezza. Per altro questo trattato astronomico, di cui per molto tempo si è servito il Signor Manfredi in occasione d' instruire giovani studenti, è tale a giudizio di chiunque lo ha letto, che a niuno, fuorchè allo stesso autore, si può perdonare, se lo abbia in parte disapprovato, e se abbia creduto, che vi abbisognasse di cangiar ordine. Chiunque si applicherà a questo studio, vedrà, che niente resta a desiderare per arrivare a possedere un' idea compita dei movimenti, che si fanno da' corpi celesti in questo universo. Da principio si legge un trattato della sfera, il quale instruisce compitamente di quanto è necessario per la cognizione di que' circoli, che in essa sogliono immaginarsi. Vi

è tutto ciò di più ragguardevole, che hanno inventato tanto gli antichi, quanto i moderni astronomi sopra le teorie del Sole, de' pianeti primarii, e di quelli, che chiamansi secondarii, e in particolare della luna, la quale, come quella, che era la più difficile di ridurre a sistema, esigeva un trattato a parte. In somma dalle dottrine quì raccolte, e ordinate, non solo si apprenderà il sistema dell' universo, ma ancora si scorgerà, quali metodi si abbiano a tenere per le osservazioni, lo che riguarda quella parte d' astronomia, che dicesi pratica, e s' intenderà ancora, quali sieno i fondamenti dei calcoli astronomici, e con quale artificio debbano regolarsi. E' ben vero, che sopra di ciò era il Signor Manfredi di sentimento di dovere essere un poco più diffuso, il che per avventura avrebbe fatto nei nuovi scritti, che meditava di comporre, e in oltre, come egli ha detto più volte, avea determinato di mettere alcuni esempj co' calcoli distesi, ove la materia lo richiedesse; ma egli pur troppo non ha potuto adempiere a questa sua volontà; e giacchè a giudicio di ciascuno non doveasi metter mano in un' opera di un sì eccellente autore, si è creduto però, che convenisse di far palese al pubblico la sua intenzione; acciocchè se ad alcuno mai paresse, che qualche cosa restasse a desiderare, sappia, che ciò pareva ancora all' autore, a cui non perciò si dovrà scemare in menoma parte quella lode, che è dovuta al suo gran merito.

PRE-

PREFAZIONE DELL' AUTORE.

IL pregio più ſingolare delle dottrine matematiche è la certezza congiunta coll' evidenza, ma una certezza aſſoluta, e una perfetta evidenza indarno ſi cerca altrove, che nella pura geometria. Le altre, che prendono a conſiderare la quantità non già in ſe ſteſſa, ma come ella è ne' corpi naturali, non ponno vantare, che una certezza condizionata, e ſol tanto ritengono di evidenza, quanto ſe ne può, o ſe ne vuol riconoſcere in quelle ſuppoſizioni, che ſervono di principj a' loro inſegnamenti. Ne veramente ſi ſogliono in tali diſcipline accettare per ipoteſi altro, che propoſizioni dedotte da una coſtante ſperienza, e tali, che poſſano prenderſi per leggi della natura. Ma ſe alcuna vi ha tra le facultà matematiche, a cui faccia uopo di molte, e talvolta non ben accertate ſuppoſizioni, ella ſi è l' aſtronomia, la quale occupandoſi nell' inveſtigare le grandezze, le diſtanze, i movimenti, e le altre affezioni miſurabili di corpi da noi lontaniſſimi, non potrebbe ſenza un grande apparecchio d' ipoteſi andar molto avanti nelle ſue dimoſtrazioni. La materia dell' ottica, della meccanica, della ſtatica è fra le mani di tutti; i corpi, de' quali ſi tratta, da noi ſi toccano, e ſi maneggiano; ſe ne ponno fare tante prove quante a noi piace; ſi ponno determinare con attuali miſure, o ſiano gli angoli delle refleſſioni, e delle refrazioni ne' raggi della luce, o ſiano i peſi, e le diſtanze nelle macchine, o ſiano le direzioni, e le velocità ne' gravi cadenti, e ne' projetti, e così di tutte le altre affezioni, che fanno il ſoggetto delle matematiche miſte, e comecchè l' eſperienza altro per ſe ſteſſa non moſtri ſe non quello, che accade in ciaſcun caſo particolare, ne in ciò ancora s' accoſti, ſe non proſſimamente all' eſattezza, nulladimeno non è difficile, che la ragione paragonando poſcia, e variamente combinando molti, e diverſi eſperimenti, trovi per mez-

mezzo di essi, o almeno si argomenti di trovare ciò, che vi ha di universale, e di esatto, e questo è ciò, che si prende per legge della natura, e per ipotesi in quelle dottrine. Nell'astronomia non vi ha, che la vista, che ne mostri, e ben da lungi, e perciò assai imperfettamente, quei corpi, intorno a' quali si raggira il nostro studio; essi non sono a noi accessibili, ci fuggono, mentre si guardano; strane, e maravigliose sono le vicende de' loro movimenti; non sempre possiamo soddisfarci con fare, e ripetere intorno ad essi quelle sperienze, che più vorremmo; conviene attendere, che ci si presentino in quelle situazioni, che sono le più adattate a dedurne ciò, che intendiamo. Tutte le misure, che ci è dato di prenderne, consistono nel notare i tempi, e nel determinare insieme alcuni angoli, che ne vanno mostrando le positure a que' tempi; delle quali misure la prima non è ben certa, perciocchè suppone in alcuni di que' medesimi moti, che intendiamo di misurare, una equabilità, della quale non abbiamo alcuna sicura riprova; e nella seconda gli errori, ne' quali si può incorrere, sono di tanto maggior conseguenza, quanto gli oggetti, che si prendon di mira, sono da noi più discosti. E posto ancora, che in tutto ciò non si erraste, ben si può comprendere, quanto malagevole impresa sia il ricavar poi da queste apparenze qualche cosa di certo intorno alle loro vere distanze, alle strade che descrivono, e alle regole dei loro moti. Quindi è avvenuto, che alcuna delle ipotesi prese dagli antichi, e lungo tempo tenute per vere, si sono dovute abbandonare, da poichè osservazioni più esatte hanno mostrato, che mal rispondevano a' fenomeni; e all'incontro di due ipotesi diametralmente fra loro opposte, fra le quali stavano, o sospesi, o divisi i giudicii degli astronomi, si è talvolta trovato potere indifferentemente l'una, o l'altra accettarsi per vera almeno per quello, che apparteneva al rappresentare bastantemente le apparenze celesti, che è quel grado di verità, a cui solo può sperare di giungere l'astronomia. Per le quali cose laddove nelle altre scienze fisico-matematiche poco, o nulla disputandosi sopra la verità delle ipotesi, si attende solo a coltivare

vare

vare i metodi di applicarle alle diverſe quiſtioni, che occorrono in ciaſcuna di quelle facultà, nell'aſtronomia quaſi altro fino a queſt'ora non ſi è fatto, che un perpetuo eſame delle ipoteſi confrontandole co' fenomeni, o per verificarle, o per correggerle, o per ſurrogarne ad eſſe altre più conformi alle oſſervazioni, o piuttoſto per riſparmiarle, ſe poſſibil foſſe, o tutte, o in parte, accertando le apparenze ſenza uopo di tante teoriche.

Ma alle cagioni d' incertezza fin quì addotte, e che ſono inſeparabili da queſt'arte, un' altra molto più forte ne hanno aggiunta coloro, che nel trattarla, avviſandoſi forſe di renderla più perfetta, l'hanno accoppiata, e un ſolo ſtudio ne hanno fatto, colla fiſica celeſte, da cui per mio avviſo ſi dovea al contrario porre tutta l'induſtria per tenerla affatto ſeparata. La fiſica per quella parte, che tratta delle coſe celeſti, ricerca la natura de' gran corpi dell' univerſo, e le cagioni di quegli effetti, che ſi oſſervano ſpecialmente ne' loro varii movimenti. L'aſtronomia quanto a ciò, che appartiene a' movimenti, ad altro non bada, che ad iſcoprire le leggi, e le miſure. Ella ſi occupa intorno a coſe, che ſono poco più che mere apparenze, oſſervando a quali vicende eſſe ſieno ſoggette, e ingegnandoſi colla ſcorta di sì fatte oſſervazioni di ridurle ad una qualche coſtante regola. Eſſa prepara la materia per quell' altra, a cui tocca di penetrar poi nei ſegreti della natura, e di ſvelare l'eſſere, e le cagioni delle coſe. Ragion vorrebbe, che non ci affaticaſſimo di filoſofare intorno alle cagioni, prima di aver ben noti gli effetti, per non correr riſchio di rintracciare inutilmente delle ragioni, per le quali debba eſſere ciò, che non è, e di ignorare intanto perchè ſia ciò, che è. Ma quelli che inſieme hanno congiunte queſte due facultà, pare, che il più delle volte tengano un'ordine contrario, e preſupponendo ciò, che ſi perſuadono di ſapere baſtantemente della dottrina fiſica, obbligano l'aſtronomia a valerſene come di ſuppoſizione. Non è già, che a queſta ſia interdetto di prendere per fondamento de' ſuoi ragionamenti qualche verità fiſica ben ſicura; anzi ſenza di un tale ajuto non potrebbe ella venire a ca-

po

po delle ſue più importanti ricerche. Che l'ombra gettata da un corpo opaco ſia in diritto con eſſo, e col raggio del lume; che la luce paſſando d'un mezzo in un'altro di denſità diverſa ſi refranga con certa legge; che la ſuperficie dell'acqua ſtagnante ſi diſponga in una figura, a cui ſieno perpendicolari tutte le direzioni de' corpi gravi liberamente caduti, o ſoſpeſi; queſte, ed altre ſono verità ſtabilite nella fiſica, (ſe tuttavia non dobbiamo dirle più toſto tratte dall'ottica, e dalla idroſtatica) delle quali utilmente ſi vale l'aſtronomia, e le conta nel numero delle ſue ipoteſi più indubitabili. Ma ben ſi ſa, quante altre coſe ne inſegnino i fiſici, che ſono o tuttavia indeciſe fra loro ſteſſi, oppure comendate col ſolo fondamento di fallaci conghietture, o finalmente propoſte all'avventura da taluno di loro per mere ſuppoſizioni, atte al parer ſuo a render ragione di alcuni effetti, ne mai ſoggettate a un rigoroſo, e univerſale confronto colle oſſervazioni, perocchè molto più liberale nel proporre, e molto meno ſevera nell' accettare ipoteſi ſuol eſſer la fiſica, di quel che ſieno le matematiche. I quali inſegnamenti, ove ſi ricevono nell' aſtronomia, è forza, che ella ne contragga quel di più d'incertezza, che da eſſi può dipendere. Non è credibile, quanto ritardo abbia apportato agli avanzamenti di eſſa un sì fatto metodo. La dottrina, che dai filoſofi ſi ſpacciava per certa, che i movimenti naturali altro non poteſſero eſſere, che o rettilinei, o circolari, ha fatto perdere il tempo a tutti i più grandi aſtronomi, che ſono fioriti avanti il Keplero, anzi la forza di un tal pregiudicio ne ha ſedotti eziandio non pochi di quelli, che ſono venuti dopo di eſſo. La ſolidità dei cieli fondata anch'eſſa ſopra mere, e deboli ragioni fiſiche ha imbarazzato l'univerſo d'un numero incredibile di ſfere incaſtrate, e ſcorrenti l'una dentro l'altra, e d'un immenſo apparato di ruote, che lungo tempo ha fatto ad alcuni ignorare, e ad altri in onta delle oſſervazioni travedere ſopra le vere diſtanze de' pianeti, e le vere regioni delle Comete.

Un ſimil riſchio era per correre, e avrebbe certamente corſo l'aſtronomia dopo inventata da Carteſio l'ipoteſi

de'

de' famosi suoi vortici, se come i fisici, attesa la sua simplicità, ed eleganza, quasi comunemente concorrevano ad accettarla, così gli astronomi si fossero messi in dovere di sostenerla. Imperocchè non era possibile, almeno nella maniera, in cui quel celebre filosofo l'aveva concepita, rappresentare ne le figure delle orbite de' pianeti, ne le inclinazioni de' loro piani, ne i rapporti delle loro velocità, e i tempi de' loro ritorni. Se ciò non è succeduto, egli è stato, perchè la cautela, e il buon ordine del filosofare mostratoci da Cartesio co' suoi precetti ha servito di difesa contra le opinioni dello stesso Cartesio, insegnando agli astronomi di non preferire le sue immaginazioni quantunque felici, a quella verità di fatto, che ponno risultare dall' esperienza; onde sull' avviso degli astronomi il suo sistema è stato dai fisici, o abbandonato, o almeno trovato bisognevole di correzione, senza che però si vegga ancora, come correggerlo in modo, che basti. Insomma gli insegnamenti dei fisici si sono in ogni tempo cangiati, e si cangeranno ancora. Quelli degli astronomi convien far in modo, che per quanto è possibile, debbano essere sempre gli stessi. Io non so, se fra le ipotesi fisiche, che sono state introdotte nell' astronomia, si debba annoverare anco la dottrina della gravità universale de' corpi, e dello spazio vuoto, per entro a cui i pianeti si aggirino, e scambievolmente si attraggano secondo le diverse quantità della loro materia, e secondo le loro varie distanze. L' insigne autore di un tal sistema, il Cavalier Newton, e que' celebri uomini, che ne seguitano i sentimenti, non contano questa fra le ipotesi, ma la danno per una verità fisica, di cui appena si possa dubitare. Altri non pure ne dubitano, ma non pochi di loro ricusano di accettarla anco in grado d' ipotesi. Comunque sia, certo è, che fra i sistemi di fisica, questo è quello, che per tutti gli esami, che fin ora ne sono stati fatti, si trova il più conforme alle celesti apparenze, come si può scorgere dall' eccellente opera degli elementi dell' astronomia fisica del Gregori, nella quale posti i suddetti principii prende a dimostrare doverne nascere per l' appunto quelle apparenze, che in fatti si osservano.

Contuttociò sarà sempre a mio credere più sano consiglio non far dipendere gli insegnamenti dell' astronomia da questo, niente più che da alcun altro sistema fisico. Imperocchè il consenso di esso con tutti i fenomeni non è per anco sì sottilmente avverato, che qualche cosa non resti da desiderare, ne si sa ancora, se ciò proceda da difetto del sistema, o da imperfezione delle osservazioni, o per avventura dalla gran difficoltà de' raziocinii, e de' calcoli, che si richiederebbero a fare un tal confronto. Che i periodi dei pianeti sieno costanti, che serbino un tal rapporto colle distanze, che le orbite tornino esquisitamente in se stesse, che sieno perfettamente ellittiche, che i loro piani stiano immobili, e passino per li centri dei moti, e sopra tutto che, ove queste regole falliscono, sol tanto ciò succeda, quanto di mano, in mano può andar operando quella forza, che si dà ai pianeti di disturbarsi scambievolmente fra loro, sono tutte conseguenze necessarie del sistema, e convien confessare, che tanto si conformano alle sperienze, quanto può bastare per conciliare a quello molta probabilità; ma prendendo le cose a rigore, alcune ve ne hanno, della cui verità è stato dubitato da diversi abilissimi, ed espertissimi osservatori, ed altre, che stanno ancora sotto il loro esame. Gran tempo si richiede per assicurarsi de' fatti, grandissimo per riferirli col calcolo alle teoriche, e quando anche si trovasse alla fine, che tutti accuratamente rispondessero a queste, non per tanto non resterebbe dimostrato il sistema, potendo per avventura gli stessi effetti nascere da altre equivalenti quantunque a noi oscure cagioni; onde non conviene frattanto assoggettare l' astronomia a principii, che presi una volta per fondamento a' nostri discorsi potessero condurre lungi dal vero nelle conseguenze. Verrà forse un giorno, (se tanto al genere degli uomini è concesso sperare) in cui o questa, o altre più vere cause fisiche saranno messe in più chiaro lume scoprendosene la necessaria correlazione con tutti gli effetti. Per ora convien contentarsi di una diligente ricerca di questi soli, e quei principii, che nell' ordine della natura sono i primi, e che debbono nel retto ordine delle nostre cognizioni essere gli ultimi.

Tutto

Tutto quello, che ragionevolmente si può pretendere dagli astronomi è, che non attribuiscano una assoluta verità ad alcuna ipotesi, che manifestamente ripugni a qualche altra verità ben provata, o nella fisica, o in altre scienze, quantunque la trovassero reggere al paragone delle osservazioni celesti; o al più si può esiger da essi, che di due egualmente atte a spiegare i fenomeni, preferiscano quella, che per altre notizie ricavate dalle scienze predette si rendesse più verisimile. Liberata per tal modo l'astronomia da ogni legame colle opinioni de' fisici, lo studio di essa non è ne lungo, ne difficile. Si può anche aggiungere, che egli non è di gran lunga così incerto come potrebbero farci temere que' molti capi di dubbietà, che da principio si sono accennati. Furono certamente gravissime tali difficultà nel primo nascimento, e per così dire nell'infanzia di questa scienza, quando non ancor vi era, che uno scarso numero d'osservazioni, ne quelle, che si avevano, erano così esatte da poterne ricavare, fuorchè all'ingrosso, le regole de' moti, che si cercano. A' tempi nostri essendo stata fatta assai copiosa raccolta di misure celesti, e perfezionata di molto l'arte di osservare le stelle, molto più ricco capitale si è accumulato per l'uso degli astronomi; anzi l'industria di quelli, che da due secoli in quà hanno scritto coll'inventare nuove, e più ragionevoli disposizioni intorno a' centri de' movimenti, e al sistema generale del mondo ha già tolto di mezzo uno de' maggiori imbarazzi agli studii de' posteri. Dopo quel tempo si sono di mano, in mano trovati più veraci, e più esatti i calcoli celesti a gran profitto della geografia, della nautica, e della dottrina de' tempi: frutti non disprezzabili, che (oltre quello d'illustrare la filosofia naturale) ritrae dall'astronomia la civil società. E se per tutto ciò non si sono per anco potute adempiere tutte le intenzioni dell'arte, si è almeno bastantemente soddisfatto all'aspettazione della maggior parte degli uomini, i quali osservano con maraviglia le eccli∬i della Luna, e del Sole succedere a' nostri giorni ne' tempi prescritti, e i viaggi de' pianeti farsi per le strade destinate secondo i numeri dei moderni astronomi con divario il più delle volte appena sensibile a' loro occhi.

Era veramente desiderabile, che quanta cura si sono presa gli astronomi dell' età nostra nell' andare illustrando questa facultà con nuovi ritrovamenti, tanta eziandio ne avessero posta nel compilare qualche trattato, che potesse servire d' istruzione, e come di scorta a chi brama d' intraprenderne lo studio. Certamente finchè si è andato sperando di sostenere l' antica ipotesi del sistema del mondo di Tolomeo, non sono mancati all' astronomia scrittori metodici, che ne spiegassero i fondamenti in diverse loro opere, tanto più laboriose, quanto il detto sistema era più difficile a mantenersi alla prova de' fenomeni. Ma dappoichè in vece di esso sono stati surrogati, e riconosciuti per più accettabili que' due, che prendono il nome da Copernico, e da Ticone, pare che niuno di coloro, che ne hanno composti trattati elementari, abbia bastantemente soddisfatto alla brama degli studiosi; essendo altri di loro troppo diffusi, altri soverchiamente ristretti, molti unicamente intesi a spiegare qualche particolare ipotesi astronomica senza dar contezza delle altre, alcuni eziandio prevenuti a favore di qualche opinione fisica, e quel, che è più, quasi tutti mancanti di quelle notizie, onde è stata arricchita a questi ultimi tempi l' astronomia, o sia con più sottili, e più certe misure de' movimenti, o con nuove speculazioni nelle teoriche, o con metodi più sicuri nella pratica delle osservazioni, la quale si può dire non essere pervenuta alla presente esattezza, che da un mezzo secolo in quà dopo l' uso de' grandi gnomoni, degli orologi a pendolo, de' micrometri, e de' cannocchiali applicati agli strumenti in luogo de' traguardi.

Per queste ragioni non pochi hanno mostrato desiderio d' una istituzione metodica facile, e breve al possibile, nella quale senza dipendenza da alcun sistema fisico si contenga la somma di ciò, che è pura astronomia nello stato in cui questa scienza si trova dopo gli scoprimenti de' moderni; ed io veggendo che a ciò fare non si risolveva alcuno di quelli, che meglio l' avrebbon potuto (credo perchè essi tutti intesi ad aumentare la scienza con nuovi ritrovamenti, non hanno agio di raccorre, e di mettere in ordine quelli

li degli altri) mi ſono accinto a tentarlo nel preſente trattato.

Lungo tempo ſono ſtato ſoſpeſo intorno all' ordine, che in eſſo doveſſi tenere; imperocchè ſebbene gli inventori della aſtronomia hanno ſenza dubbio incominciato dalle oſſervazioni, e per mezzo di eſſe ſi ſono fatto ſtrada a inveſtigare la coſtituzione del mondo, e le regole dei moti, (il qual metodo può chiamarſi analitico) nulladimeno non eſſendo neceſſario a chi vuol apprender le ſcienze ſerbare quel medeſimo metodo, che ha ſervito a inventarla, avrei potuto al contrario, come molti hanno fatto, e come è aſſai più facile il fare, incominciar dall' eſporre qual ſia l' univerſo in ſe ſteſſo, e appreſſo quale egli debba apparire, moſtrando inſieme, che tale in fatti appariſce, che è il metodo ſintetico. Ma oltre di che così facendo lungo tempo avrei tenuta ſoſpeſa l' immaginazione dei leggitori intorno a coſe tanto diverſe da quelle, che ſi oſſervano, ſenza far moto di ciò, che hanno maggior curioſità di ſapere, cioè dell' iſtoria, e delle vicende delle apparenze celeſti; un tal ordine ſarebbe forſe il più addattato, ove la coſtituzione del mondo foſſe nota in ſe ſteſſa con aſſoluta certezza, e non come è, ſoggetta a molti dubbj, e a varietà d' opinioni; fra le quali pareami, che in una iſtituzione aſtronomica a me non conveniſſe di eleggerne una più, che un' altra, ma che mio ufficio foſſe piuttoſto il dar contezza di tutte, o almeno delle più veriſimili, e rimetterne ai leggitori l' elezione, il che mi è tornato più in acconcio di fare, dando principio da ciò, che appariſce, e paſſando poſcia a ciò, che è, o che ſi crede eſſere.

I dubbj dunque, e le diverſità delle opinioni riguardano tutti quella parte d' aſtronomia, che può chiamarſi reale, o piuttoſto ipotetica, la quale conſidera l' univerſo in ſe ſteſſo, e non già quella, che può chiamarſi popolare, in cui null' altro ſi cerca, che quello, che ne appariſce. Non è già, che queſta ancora non ſia ſottopoſta a quegli errori, che naſcono dalla imperfezione della noſtra viſta, o che dipendono dalla fabbrica degli ſtrumenti per mezzo dei quali ſi fanno le oſſervazioni; ma tutto ciò, che quindi

di può dipendere, non consiste, che nel più, o nel meno di esattezza delle misure; e se negli esperimenti non si volesse tollerare tali imperfezioni, converrebbe abbandonare affatto lo studio della natura.

Ben so, quanto sia difficile l'esporre l'istoria dei puri fenomeni celesti, e delle loro regole in maniera così semplice, e così astratta, che non si venga a framischiarvi alcuno di quei giudicii, e di quelle supposizioni, alle quali per lungo uso siamo assuefatti, e per le quali ci diamo talvolta ad intendere di vedere qualche cosa di più di ciò, che vediamo. Noi ci guarderemo da'pregiudicj, e separeremo le ipotesi dalle pure osservazioni, come sapremo il meglio, e quanto la difficultà della materia potrà comportarlo. Per altro tale è la sorte comune di tutte quelle parti delle matematiche, che versano intorno le cose naturali, che non si può assolutamente arrivare, non dirò pure a rintracciar le cagioni delle cose, ma ad intendere, e a misurare gli stessi fenomeni senza l'ajuto di qualche ipotesi, e tutto quello, che si può fare, per non ingannare se stesso, e gli altri, consiste nell'avvertire, e nel distinguere ciò, che si suppone di più di quello, che si vede. Così nella statica, nella meccanica, nell'idrometria si consultano le sperienze per raccoglierne le leggi della natura nelle accelerazioni de' gravi, nelle forze delle macchine, nelle velocità delle acque; ma ne pur una di tali esperienze si può avere, che non sia poi necessario di correggere dopo di avere stabilite tanto, o quanto le dette leggi, a riguardo di quelle eccezioni, alle quali tutte sono soggette, come dire della resistenza dell'aria, de' fregamenti delle macchine, e del contatto del fondo, e delle sponde de' canali, le quali eccezioni non si riducono a regola, e a misura se non per mezzo di qualche supposizione. Così pure sarà necessario a noi di fare a riguardo delle refrazioni, che non ci lasciano vedere ne pur uno de' corpi celesti, dove per altro si vedrebbono (almeno così si suppone dagli astronomi), onde in questa eccezione s' incorre sul bel principio di volere cercare, e stabilire le regole delle apparenze celesti.

Parmi

Parmi di potere sperare, che una istituzione stesa con questo metodo sia per riuscire di qualche uso a chiunque intende di appigliarsi a tale studio, incominciandolo fin da' primi elementi; e che tanto più possa essere gradito dal pubblico, quanto non contenendo essa, che assai poco del mio, vi si troverà in compendio tutto quello di più utile, che a' tempi più freschi è stato aggiunto a queste dottrine, e che per la maggior parte quà, e là sparso si legge nelle memorie pubblicate dalle due reali Accademie di Francia, e d'Inghilterra, oppure nelle opere di que' celebri astronomi, che in esse sono fioriti, o che tuttavia vi fioriscono.

Ho risparmiato il più delle volte di portare le dimostrazioni di ciò, che si va esponendo (il che assai in lungo ne avrebbe condotto); perciocchè ho proccurato, che le dottrine si sostenghino, e si dimostrino da se l'una per mezzo dell' altra a forza dell' ordine, con cui le ho disposte sfuggendo specialmente a tutto potere (quel, che è assai difficile in questa scienza) ogni illazione, che potesse rendersi sospetta di petizione di principio, ancorchè realmente nol fosse; nella qual cosa alcuni scrittori pare, che non abbiano posta gran cura, mentre alle volte le cose, che prendono a spiegare pare, che necessariamente ne presuppongano alcune altre, delle quali non trattano poi, che nel proseguimento, dalla qual cagione, più che da alcuna altra stimo io, che poi nasca, che applicandosi molti a tali studii, pochi tuttavia sieno quelli, che concepiscono idee bastantemente chiare delle cose celesti. Io sono per altro persuaso, che quelli, i quali saranno alquanto versati nella geometria elementare atteso quest' ordine, o non desidereranno altre dimostrazioni delle cose, che si proporranno, o agevolmente le troverànno da loro stessi.

Ho detto nella geometria elementare, perciocchè a intender questo trattato poco più si richiede d'aver appreso, che gli elementi d' Euclide, e gli sferici di Teodosio, con alcune proprietà delle sezioni coniche. L'uso della trigonometria piana, e sferica sarebbe parimente necessario a chi ne' casi particolari volesse fare i calcoli de' quali si tratta, ma non lo è assolutamente a quelli, che solo bra-

bramano d' intender le regole, alle quali ſi addattano i calcoli, baſtando che eſſi intendano le deffinizioni trigonometriche, e che ſappiano eſſervi un arte, mercè cui in ogni triangolo piano, o sferico, date che ſieno tre delle ſei miſure, che determinano il triangolo (cioè angoli e lati) ſi ponno per regole certiſſime trovare le tre altre. Egli è ben vero, che è aſſai difficile fare gran progreſſi in queſto ſtudio volendo fermarſi nella ſemplice ſpeculazione, ſenza ſoggettarſi agli incomodi delle oſſervazioni, e alla fatica dei calcoli.

TA-

T A V O L A

DEI CAPI, E DELLE SEZIONI

Nelle quali è diviso il compendio d' astronomia

PARTE PRIMA

CAPO I.

CAPO II.

CAPO III.

CAPO IV.

CAPO V.

CAPO VI.

CAPO VII.

CAPO VIII.

CA-

CAPO IX.

CAPO X.

CAPO XI.

Se-

PARTE SECONDA

In cui spiegasi l' ipotesi della terra mobile.

CAPO I.

CAPO II.

Sezio-

CAPO III.

CA-

CAPO IV.

CAPO V.

PAR-

PARTE PRIMA
DEL COMPENDIO D'ASTRONOMIA

In cui ſpieganſi gli elementi aſtronomici nell' ipoteſi della Terra immobile.

CAPO PRIMO

Delle ſuppoſizioni aſtronomiche per le quali ſi ſpiega in queſta ipoteſi il moto comune dei corpi celeſti.

SUPPOSIZIONE I.

Che la Terra inſieme col Mare conſtituiſcono un ſolido di figura sferica, al cui centro tendono le direzioni di tutti i corpi gravi.

ANNOTAZIONI.

I. LE prominenze, e le cavità A, B, C, (*Fig.* 1.) che ſulla ſuperficie della terra coſtituiſcono i monti, e le valli, ſi riguardono in queſta ſuppoſizione come di grandezza inſenſibile in paragone del ſemidiametro della terra; e la ſuperficie uniforme, che ſi conſidera aver la terra, è propriamente quella del mare D, E, F, G, che dee intenderſi continuata ſecondo la ſua figura sferica attraverſo le pianure, ed i monti, come in IKLM.

II. Sono alcuni, che non mettono la figura sferica della terra fra le ipotesi; ma fra le proposizioni dimostrabili, e le prove sogliono dedursene: prima, dal vedersi, che quel confine della terra, o piuttosto del mare, che termina d'ogni intorno la nostra vista, da qualunque luogo si guardi, sempre ha figura di circolo, per quanto coll'estimazione occulare può determinarsi: secondo, dallo scoprire che facciamo, stando sul lido, prima la sommità delle antenne, e poscia di mano in mano le parti più basse delle navi lontane, che si vengono a noi accostando, e al contrario di quelle, che si scostano: terzo, da' viaggi dei moderni Piloti, che da 200 anni in quà più volte hanno fatto il giro della terra: quarto, dalla figura dell'ombra, che la terra getta dalla parte opposta al sole, della qual'ombra l'orlo, che scorgesi sopra la luna nelle ecclissi lunari [come a suo luogo si spiegherà] per quanto può giudicarsi è di figura sempre circolare, qualunque siasi quella parte della terra, il cui contorno corrisponde allora a quella parte dell' orlo suddetto, che cade sopra la luna. Ma tutte queste ragioni o niente provano, o provano solamente essere la figura della terra rotonda, ma non già, che sia esattamente sferica.

III. Molto meno ponno provarla quelli, che pretendono dedurla dalla dimostrazione d'Archimede, per cui mostra dovere i liquidi stagnanti (come l'acqua del mare) accomodarsi ad una superficie sferica; perocchè questa dimostrazione suppone, che dentro la terra si dia un centro, a cui tendano le direzioni de' corpi gravi, il che non può dimostrarsi, se già non si suppone la figura sferica della terra. Tutto quello, che noi sappiamo per esperienza intorno alle direzioni della gravità è, che queste direzioni sono sempre perpendicolari alla superficie dei liquidi stagnanti, ma se tali direzioni sieno tutte convergenti ad un punto, o centro comune, o non lo sieno, è un' esperienza troppo difficile a farsi, valendosi di misure immediate; onde chi negasse tal convergenza, non potrebbe restare convinto da questa dimostrazione.

IV. Oltre di ciò vi ha qualche positiva ragione per dovere con fondamento dubitare della figura sferica della terra;

ra; perocchè se sussistono le osservazioni fatte intorno a' pendoli in diversi paesi, e la teoria, colla quale i Signori Newton, et Ugenio hanno spiegate queste osservazioni, dee la terra aver figura piuttosto d'una sferoide schiacciata, cioè nata dalla rivoluzione d'una figura ovale, simile presso a poco ad un elisse, intorno al suo asse minore. E al contrario se le misure prese dai Signori Picard, de la Hire, Cassini, Padre, e Figlio, Maraldi, ed altri della Accademia delle Scienze di Parigi, sono, come dee credersi, esatte, ella ha la figura d'una sferoide nata dalla rivoluzione d'un elisse intorno al suo asse maggiore. Noi non ci fermeremo nell' esame di queste due opposte sentenze, sì perchè la materia spetta propriamente alla geografia, nè può ben intendersi senza una precedente cognizione di altre supposizioni, e conseguenze astronomiche, sì anco perchè così l'una, che l'altra opinione si accordano nel riconoscere, che la figura della terra non molto si allontani dalla sferica, il che basta per procedere avanti nella presente dottrina. Solamente aggiungeremo, che se la terra fosse ovale nell'uno, o nell' altro de' sensi spiegati, le direzioni dei gravi, le quali, come si è detto, sono per esperienza perpendicolari, alla superficie regolare di questo solido, non converrebbono in un centro comune, ma dovrebbono essere tutte tangenti di quella linea curva, dalla cui evoluzione formasi l'elisse, che genera colla sua rotazione il medesimo solido.

V. Non è maraviglia se la superficie del mare, guardata anco da luogo assai alto, rassembri piana, e non lasci distinguere la sua convessità; perocchè quel brieve tratto, che può scoprirsene da qualsivoglia eminenza, che sia sopra la terra, è sì poca parte dell' intera superficie, che la semplice vista non può ravvisarne la curvità; mentre il giudicio di questa non potrebbe andar disgiunto da una certa estimazione, che le diverse parti della detta superficie avessero di mano in mano quelle distanze dal nostro occhio, che appunto convengono alle diverse parti d'una figura rotonda, e non d'una piana, il che è impossibile che l'occhio arrivi ad estimare, come quello, che non giudica se non imperfettamente delle distanze.

VI. Dall' ipotesi della figura sferica segue, che tutti i punti egualmente lontani dal centro della terra sono egualmente alti, e i più lontani più alti, e che andando per qualunque linea retta verso il centro sempre si discenda, ma continuando per la medesima di là del centro si cominci ad ascendere. Il comune pregiudicio, che la terra sia piana, fa credere al contrario, che un corpo grave se proseguisce a moversi per la medesima direzione, per cui cade a perpendicolo sopra la terra, sempre discenderebbe, e perciò si pena ad intendere, che nella parte della terra a noi opposta per diametro vi sieno degli abitatori, e come questi non dovessero dirsi volti a roversciо; ed altre simili difficultà ne nascono, le quali si dileguano tutte tenendo ferma la supposizione delle direzioni de' gravi, e immaginando di guardar la terra da lontano, cioè coll' occhio fuori di essa in tanta distanza, che ne scopra la rotondità; nel qual caso le dette direzioni de' corpi gravi, che ora ci sembrano parallele, si vederebbero convergenti, e talvolta diametralmente opposte, e si intenderebbe non darsi ne diritto, ne rovescio, ne alto, ne basso, se non riferendo le positure de' corpi al centro della terra.

Supposizione II.

Che le stelle fisse sieno collocate nella superficie di una sfera solida, concentrica alla terra detta il Firmamento, la quale abbracci, e comprenda tutti i pianeti, e sia di tanta ampiezza, che il semidiametro della terra, in paragone del semidiametro del firmamento, sia a guisa d' un punto.

ANNOTAZIONI.

I. DA questa supposizione segue che due linee parallele (*Fig.* 2.) c a, b d tirate una dal centro c, e l' altra da qualsivoglia punto b della superficie della terra, taglieranno nella sfera del firmamento un arco di cerchio massimo d a, che avrà alla circonferenza di tutto il cerchio massimo del firmamento ragione minore d' ogni ragione assegna-

ſegnabile, e perciò ſarà minore d'un minuto, d'una ſeconda, d'una terza etc. del detto cerchio maſſimo, e l'isteſſo vale di due parallele b d, e f, tirate da due punti della ſuperficie terreſtre, anche per diametro oppoſti, come b, e; il che, ſebbene ſi conſidera, è l'isteſſo, che il ſupporre, che il ſemidiametro del firmamento c a ſia infinito. Non vi è tuttavia una aſſoluta neceſſità di ſupporlo tale, per iſpiegare i fenomeni, e baſta, che il ſemidiametro e c in paragone del ſemidiametro c a ſia così piccolo, che ne dal firmamento poſſa vederſi la terra di alcuna ſenſibil grandezza, ne all'incontro da qual ſi ſia punto della terra ſia ſenſibile alla viſta quell'arco del firmamento f d, che ſarebbe ingombrato da una sfera di grandezza eguale alla terra, come ſe a cagion d'eſempio l'arco f d foſſe minore di una ſeconda del ſuo circolo, al qual effetto baſta che il ſemidiametro c a ſia al ſemidiametro c e, come 416667 ad uno. Ciò non oſtante giova riguardare il detto ſemidiametro del firmamento, ſe non come infinito, almeno come indefinito.

II. Due rette linee, che partano da un medeſimo punto del firmamento, come dal centro di una ſtella fiſſa, e arrivino a toccare due punti della terra, ancorchè oppoſti per diametro, comprenderanno ſempre un angolo inſenſibile, e potranno riguardarſi come parallele; e al contrario due linee, che partano parallele da due punti della terra anderanno ſenſibilmente al medeſimo punto del firmamento v. g. al centro di una medeſima fiſſa. E il medeſimo dee intenderſi ancorchè le dette linee foſſero tirate non preciſamente dalla ſuperficie, ma da qualche monte, o altra prominenza della terra.

III. Chi pretendeſſe avere il firmamento qualche groſſezza, e che le ſtelle fiſſe non tutte nella ſuperficie eſteriore, ma parte dentro la groſſezza ſuddetta foſſero collocate, non potrebbe reſtar convinto da alcuna dimoſtrazione, eſſendo impoſſibile in una tanta diſtanza l'accertare ſe tutte ſieno egualmente lontane dalla terra. Converrebbe però ſempre ſupporre, che la ſuperficie interiore di tal groſſezza foſſe di quel ſemidiametro, che poc'anzi ſi è detto, in proporzione di quello della terra; tuttavia giova per facilità

mag-

maggiore di queſta dottrina, ſupporre, come noi faremo, tutte le fiſſe in una medeſima ſuperficie sferica.

IV. Gli Ariſtotelici, e con eſſi la maggior parte degli antichi aſtronomi hanno creduto, che la ſoſtanza celeſte ſia tutta ſolida, e l'hanno compartita in altrettanti cieli quanti ſono i pianeti, oltre il firmamento, che tutti gli abbraccia, e qualche altra sfera, che hanno aggiunta per render ragione de' movimenti o oſſervati, o ſuppoſti; ma non eſſendo tale opinione appoggiata ad alcun ſaldo argomento, anzi adducendoſene molti da moderni filoſofi, che rendono difficiliſſimo, ſe non impoſſibile, lo ſpiegare fiſicamente i fenomeni, poſta la ſolidità de' cieli, ſi tiene ora comunemente per certo la ſoſtanza del cielo eſſer fluida, a riſerva del firmamento, che nell'ipoteſi della terra ſtabile ſi continua a credere ſolido, non tanto per alcuna neceſſità, che ve ne ſia, quanto per potere più comodamente immaginare, e far immaginare ad altri i movimenti delle fiſſe.

V. In queſta ſentenza dunque non vi ha che un cielo fluido per li pianeti rinchiuſi dentro il firmamento ſolido, in cui ſono le ſtelle fiſſe, oltre il primo mobile, di cui ora parleremo. Sebbene però la ſuppoſizione preſente porta, che i pianeti ſieno rinchiuſi dentro la detta sfera del firmamento, per quello tuttavia, che riſguarda il movimento comune de' corpi celeſti, di cui unicamente per ora ſi dee trattare, non è neceſſario, che ſia vera tal particolarità. Bensì vedraſſi a ſuo luogo tale doverſi veramente ſupporre la ſituazione de' pianeti, e inſieme ſi dirà quale ſia l'ordine, con cui ſono diſpoſti, e quali le loro diſtanze.

Sup-

Supposizione III.

Che il firmamento venga circondato da un' altra sfera solida concentrica anch' essa alla terra chiamata il primo mobile, la quale perpetuamente, e con moto equabile si aggiri intorno ad una retta linea come asse di posizione immutabile, che passi per lo centro comune di essa, e della terra.

ANNOTAZIONI.

I. Benchè questa supposizione, che vi sia un primo mobile, non paja assolutamente necessaria ad ispiegare i fenomeni, nulladimeno sarebbe così difficile il farlo senza di essa, che tutti gli astronomi, i quali abbracciano l' ipotesi dell' immobilità della terra, l' hanno seguitata, e la seguitano, come un ritrovato comodo per far intendere il movimento universale dei corpi celesti, onde essa è ipotesi più astronomica, che fisica.

II. Ciò che si disse della immensa proporzione del semidiametro del firmamento a quello della terra, dee intendersi a più forte ragione del semidiametro del primo mobile, la cui sfera si suppone comprendere, e abbracciare di fuori quella del firmamento.

III. Il moto del primo mobile esercitandosi sempre verso una medesima parte, quella parte, verso cui tende, dicesi *occidente*, e quella, da cui viene, dicesi *oriente*. Per tanto questi termini non sono che rispettivi, e quella parte, che chiamasi orientale, in quanto si riguarda come principio del moto, può dirsi occidentale, in quanto però riguardasi come termine di esso.

IV. Perchè nel primo mobile si fingono dagli astronomi alcuni punti, e alcuni circoli, che servono a far intendere con facilità i movimenti celesti, e alcuni di questi punti, o circoli si debbono supporre immobili, ed altri mobili, perciò riesce assai comodo l' immaginarsi la superficie del primo mobile come doppia, cioè composta di due falde, o scorze sferiche, nell' interiore delle quali (che è propriamente il primo mobile, ed è contigua al firmamento)

to) sieno segnati i circoli, e i punti, che si suppongono mobili, e nell'esteriore (la quale dee fingersi immobile, e suole chiamarsi la *sfera celeste*, o *dell' universo*, come quella, che abbraccia tutti i corpi del mondo) gli immobili. La congruenza di queste due superficie fa, che le dimostrazioni, e le dimensioni fatte su l'una di esse, si possano alle occorrenze adattare all'altra, trasferendovi coll'immaginazione i circoli, e i punti, de' quali si parla.

Supposizione IV.

Che il primo mobile rapisca seco nella sua rivoluzione da oriente verso occidente tutti i corpi celesti, cioè il firmamento, e i pianeti, imprimendo a quello un moto equabile, per cui egli compisca una sua rivoluzione sensibilmente nel medesimo tempo, in cui il primo mobile compisce la sua, intorno al medesimo asse comune, e a questi una forza, che tende a moverli in giro intorno al medesimo asse; senza imprimere per tanto alcun moto ne' corpi terrestri.

ANNOTAZIONI.

I. Contro questa supposizione si portano da' seguaci di Copernico molti non disprezzabili argomenti dedotti dalla fisica, e dalla mecanica, ma niente impedisce, che tutto ciò non ostante essa non si ammetta come ipotesi meramente astronomica, cioè atta a spiegare i fenomeni celesti.

II. Si è detto che il firmamento sensibilmente, e non già rigorosamente compisce una sua rivoluzione nel tempo stesso, che il primo mobile compie la sua; perciocchè (come al debito luogo vedremo) una rivoluzione del firmamento richiede per compiersi un tempo qualche poco maggiore di quello, che conviene ad una rivoluzione del primo mobile, ma con differenza così piccola, che appena rendesi manifesta in capo a molte, e molte rivoluzioni. Così pure parlando in tutto rigore le rivoluzioni del firmamento non si fanno intorno all'asse del primo mobile, ma deviano

no alquanto da questa direzione; ma questo ancora è un divario totalmente insensibile in una, o in poche rivoluzioni. Queste piccole differenze di moto sono appunto quelle, che hanno obbligati gli Astronomi a distinguere il firmamento dal primo mobile, che per altro potevansi prendere per una sola sfera.

III. Quanto a' pianeti convien supporre, che la forza impressa in essi dal primo mobile, combinandosi in ciascuno di loro con altre forze, che per altre direzioni li spingono, faccia sì, che i pianeti non seguano esattamente la direzione del moto del primo mobile da oriente verso occidente, ma qualche poco per lo più se ne allontanino; onde il loro giro non sempre, nè esattamente si eserciti intorno all'asse del primo mobile per un circolo, ma spesse volte per linee spirali; nè il tempo, in cui compiscono le loro rivoluzioni, sia quel medesimo, in cui il primo mobile compie le sue, ma per lo più alquanto diverso, il che a suo luogo più distintamente si spiegherà.

IV. Questo movimento impresso dal primo mobile in tutti i corpi celesti da oriente verso occidente, che chiamasi comunemente *moto di ratto* è così proprio di questi soli corpi, che per l'ordinario gli Astronomi lo prendono come indicio per ravvisare se le comete, o le nuove stelle, o altri lumi, che tal volta apparîscono, sieno corpi celesti, o pure impressioni ignee formate nell'aria; mentre allora le riconoscono per corpi celesti, quando partecipano del suddetto moto di ratto, ancorchè fossero vicinissime alla terra, e quando nò li riguardano come meteore nate nell' atmosfera terrestre, a cui il primo mobile non imprime alcun moto.

V. Egli pare a prima vista, che questa regola abbia eccezione nell'iride, ne' parelii, nelle corone, ed altre simili impressioni, che sappiamo formarsi nelle nubi, e nelle gocciole d'acqua, o di vapore, e che ciò non ostante partecipano del suddetto moto comune da oriente verso occidente, vedendosi movere a misura, che si move il sole, o la luna, da' cui raggi sono formate; ma se ben si considera, non è questo propriamente un moto, che abbiano tali me-

teore, ma è una continua, e nuova produzione di esse in altre parti delle nubi, o dell'aria, come ottimamente hanno i moderni Filosofi spiegato dopo Cartesio.

CAPO SECONDO

Definizioni, e proprietà principali de' circoli, e punti celesti, e terrestri, che dipendono dalle antecedenti supposizioni.

SEZIONE I.

De' poli del mondo, dell' equatore, de' paralleli, de' circoli di declinazione, e della misura del tempo.

I. LA retta linea A B (*Fig.* 3.) intorno alla quale, come asse, abbiamo detto farsi le rivoluzioni del primo mobile, chiamasi *asse del mondo*. Le sue estremità A, B *poli celesti*. Uno di questi poli A, perchè trovasi non lungi da quelle parti del primo mobile, che corrispondono nel firmamento alle costellazioni delle orse, si chiama *polo artico*, *settentrionale*, *boreale*, *aquilonare*. L'opposto polo B, dicesi polo *antartico*, *australe*, o *meridionale*.

II. *Equatore*, o *circolo equinoziale* è quel circolo massimo C D della sfera mobile, che ha per suoi poli i poli del mondo A, B. Egli divide la sfera in due emisferii D A C, D B C, ciascuno de' quali ritiene la denominazione del polo, che dentro di esso è compreso.

III. Ogni circolo della sfera mobile, che sia parallelo all' equatore, dicesi semplicemente un *parallelo*. Tanto l'equatore quanto i paralleli dimostrano i viaggi, che fa ciascun punto del primo mobile nelle sue rivoluzioni, trasferendoli coll'immaginazione nella sfera immobile, e considerando, che le parti del firmamento si vanno adattando nel moto comune a questi circoli; essi si ponno eziandio riguardare come viaggi, che descrivono le stelle fisse.

IV. Ogni circolo massimo della sfera mobile, che passi per

per li poli del mondo A, B, come AIB, AKB, ALB, ADBC, vien detto *circolo di declinazione*. Questi circoli fanno necessariamente angoli retti coll' equatore CD, sul quale hanno i loro poli, e l'arco d'ogni circolo di declinazione compreso fra l'equatore, e l'uno de' poli del mondo, come DA, KB, e un quadrante di circolo.

V. La declinazione di qualsivoglia punto del primo mobile M, è quell' arco MI del circolo di declinazione, che passa per quel punto, compreso fra esso, e l'equatore, la quale è di specie settentrionale, o meridionale, secondo che il punto, di cui trattasi, è in questo, o in quell'emisfero. I punti dell' equatore non hanno alcuna declinazione; i poli ne hanno 90 gradi. Tutti i punti di un medesimo parallelo hanno declinazione eguale, e della medesima specie, e tutti i punti, che hanno declinazione eguale della medesima specie, sono in un medesimo parallelo. Il compimento MA della declinazione d'un punto celeste, chiamasi *distanza del polo*. I punti del firmamento, come le stelle fisse, si dicono anch' essi avere quella declinazione, o quella distanza dal polo, che è misurata da' circoli predetti, trasportandoli nel firmamento.

VI. Tutti gli archi MN, OP di qualsivoglia parallelo, che vengono compresi fra due medesimi circoli di declinazione AIB, AKB, sono simili fra loro, e coll'arco IK d' equatore, compreso fra gli stessi circoli di declinazione, e perciò immaginandoli nella sfera immobile, si descrivono da' punti della sfera mobile tutti in un medesimo tempo.

VII. L' equatore, e i suoi paralleli ponno prendersi, e si prendono comunemente dagli Astronomi per misura del tempo della rivoluzione del primo mobile, e delle sue parti; perciocchè essendo il moto del primo mobile sempre uniforme; come il tempo d'una intera rivoluzione, al tempo, che un punto mobile descrive un arco v. g. NM, così tutto il circolo FE, descritto da quel punto al detto arco NM.

VIII. Il tempo d'una intera rivoluzione del primo mobile, chiamasi *giorno del primo mobile*, e da alcuni, *giorno*

equinoziale, che dividesi in 24 parti eguali, che hanno il nome di *ore equinoziali*, ciascun' ora in 60 minuti, ciascun minuto in 60 seconde &c.; onde il moto comune de' corpi celesti, dicesi anco *moto diurno*.

IX. Nella stessa maniera il tempo d' un' intera rivoluzione del firmamento, chiamasi *giorno sidereo*, la cui 24.^{ma} parte, *ora siderea &c.*, e perchè una rivoluzione del firmamento è sensibilmente eguale ad una del primo mobile, quando si tratta di una, o di poche rivoluzioni, o pure solo di qualche parte d' una rivoluzione, il tempo equinoziale si può prendere per lo medesimo col tempo sidereo. Nel caso comune non ci serviamo nè del tempo equinoziale, nè del sidereo, ma del solare, di cui a suo luogo si parlerà.

Sezione II.

Dei vertici, e degli orizzonti.

I. SE per qualsivoglia punto della superficie terrestre A (*Fig.* 4.) si tirerà un semidiametro della terra C A, e prolungherassi dalla parte di A fino alla sfera immobile nel punto V, questo punto chiamerassi *vertice*, o (con nome preso dagli Arabi, ma tuttavia assai comune fra gli Astronomi) *zenith*, del suddetto punto A, e di tutti gli altri punti terrestri, per li quali passa il detto semidiametro C A posti ancora in qualche altezza sopra la superficie regolare della terra, come è, a cagion d' esempio, il punto D. Il punto N della sfera immobile, diametralmente opposto ad V, dicesi *nadir* di quei medesimi luoghi terrestri, de' quali V è il *zenith*; e la linea V N *linea verticale*, o *linea a piombo* de' medesimi. Da che è manifesto, che ogni semidiametro terrestre, e linea verticale in qualche luogo terrestre, che ogni punto della sfera immobile fa uficio di zenith, e di nadir per qualche luogo, e che i luoghi diametralmente opposti, come A, R permutano fra loro il zenith, e il nadir.

II. Il circolo massimo H C O della sfera immobile, che ha per poli il zenith, e il nadir di un qualche luogo terrestre,

ftre, come A, chiamasi *orizonte razionale*, o *astronomico* di quel luogo. Perciò tutti i circoli massimi della sfera immobile fanno, rispetto a qualche luogo della terra, ufficio di orizonte astronomico, e ogni orizzonte astronomico HCO è comune a due luoghi opposti A, R, della superficie terrestre, e la linea verticale VN di un luogo è sempre perpendicolare al piano dell' orizzonte HCO del medesimo luogo.

III. *Orizzonte artificiale*, che chiamasi anche *fisico* di un luogo terrestre, preso sulla superficie, o anco su qualche prominenza della terra, è un circolo minore, tirato per quel luogo, e parallelo all' orizzonte astronomico. Se il luogo è sulla superficie, come A, il suo orizzonte artificiale KL toccherà col suo piano la superficie suddetta nel medesimo punto A. Se alquanto elevato, come D, il suo orizzonte artificiale EF non incontrerà in alcun punto la terra, se non a caso in qualche altra prominenza. L' arco del firmamento, o del primo mobile LO, ovvero FO, compreso tra l'orizzonte astronomico, e l'artificiale è affatto insensibile, per le cose dette nel capo precedente alla supposizione seconda, annotazione prima.

IV. *Orizzonte sensibile* di un luogo terrestre è quel circolo minore della sfera immobile, che circoscrive, e termina la vista nel cielo, separando la parte, che dal detto luogo è visibile, dalla invisibile. Se il luogo è precisamente sulla superficie, come A, lo stesso orizzonte artifiziale KL, fa uficio di orizzonte sensibile. Se più elevato dalla superficie, come D, l' orizzonte sensibile si determinerà dalla comune sezione PB della sfera colla superficie d' un cono retto PDB, che abbia il vertice in D, e i cui lati DP, DB tocchino la superficie terrestre ne' punti I, M, e perciò il detto orizzonte sensibile PB sarà un circolo minore, parallelo anch' esso all'orizzonte razionale HO. I suddetti punti del contatto I, M determinano sulla superficie regolare della terra con un altro circolo IGM, parallelo anch' esso all' orizzonte HO, la parte visibile della terra IAM, separandola dalla invisibile IRM. Quando la terra non fosse perfettamente sferica, il detto cono, la cui superficie determina l' orizzonte sensibile, non avrebbe per base un circolo nè

sulla

sulla terra, nè in cielo, ma un'altra linea curva, nè l'angolo del lato del cono DMB, coll'asse DCN, sarebbe da tutte le parti eguale, ma più lungi si estenderebbe la vista da una, che da un' altra parte.

V. L' arco AM della superficie terrestre, che determina la parte della terra visibile dell'occhio posto nell' altezza AD sopra la superficie regolare della terra, o del mare, è sempre sensibilmente simile all' arco OB, che determina la parte del firmamento, o del primo mobile visibile sotto l'orizzonte astronomico HO, o sia all'arco FB visibile sotto l'orizzonte fisico EF. Imperocchè tirando Cb parallela a DMB, l'angolo OCb misurerà l'arco del firmamento Ob, sensibilmente eguale all' arco OB visibile sotto l'orizzonte, e l'istesso angolo OCb, siccome compimento di NCb, o di NDB sarà eguale all' angolo DCM, compimento anch'egli di NDB, il quale DCM misura l' arco terrestre AM visibile dal medesimo punto D, e perciò gli archi OB, AM sono simili. Dato il semidiametro terrestre AC, o sia CM, e l'altezza AD dell' occhio sopra la superficie regolare della terra, o del mare, [con che verrà ad esser data tutta la DC] essendo l'angolo CMD retto, se nel triangolo CMD si calcolerà l'angolo DCM, si avrà l'arco AM, che determinerà la porzione visibile della terra, e di altrettanti minuti sarà l' arco OB, che dimostrerà la porzione del firmamento visibile sotto l'orizzonte. Se, a cagion d'esempio, si supporrà il semidiametro della terra di 19695539 piedi di Parigi [come risulta dalle misure del Cassini], e l' altezza di AD di piedi 5 di Parigi, qual sarebbe quella dell' occhio d' un uomo in piedi, che posasse sulla superficie regolare della terra, troverassi l' arco AM di minuti 2' 30" in circa, e tanto sarà ancora l' arco OB. Questo arco AM corrisponde a piedi di Parigi 14322, che sono poco meno di miglia $2\frac{1}{2}$ di Bologna (supposta la predetta misura del semidiametro terrestre), onde la vista di un uomo in piedi sopra la superficie del mare non iscopre che un tratto di miglia $2\frac{1}{2}$ in circa di questa superficie, supposto che il raggio visuale DM non soffra alcuna sensibile refrazione.

VI. Ogni piano che passi per la linea verticale d' un luo-

luogo, diceſi *piano verticale*, o *a piombo*; ogni piano, o linea, che coincida coll'orizzonte fiſico, o ſia equidiſtante ad eſſo, diceſi piano, o linea *orizzontale*, o pure a livello; ed ogni piano, o linea, che paſſi per un luogo, e non ſia nè verticale, nè orizzontale, diceſi *inclinato*, ſempre riſpettivamente a quel luogo. Una linea, o un piano, che ſia inclinato, o verticale per un luogo, potrà eſſere orizzontale riſpetto ad altri luoghi, che ſaranno quelli, il cui orizzonte ſarà equidiſtante a quel piano, o a quella linea.

SEZIONE III.

De' circoli verticali, de' paralleli, delle altezze, de' meridiani, de' circoli orarii, e di poſizione.

OGni circolo maſſimo (*Fig.* 5.), come VDHN, VGN, VAN, della sfera immobile, che paſſi per lo zenith V di qualſivoglia luogo terreſtre A (e conſeguentemente anco per lo nadir N), diraſſi *circolo verticale*, o *azimutale*, o circolo d'*altezza* del detto luogo. La linea verticale NV è diametro comune di tutti i circoli verticali appartenenti ai luoghi, per li quali eſſa è verticale. Queſti circoli fanno tutti angoli retti coll'orizzonte aſtronomico HO, ed in qualche punto di queſto hanno i loro poli. Gli archi dei verticali compreſi fra l'orizzonte, e il zenith, ovvero il nadir, come GV, GN &c. ſono tutti quadranti di circolo. E' manifeſto, che ogni circolo maſſimo della sfera immobile fa l'uficio di circolo verticale per infiniti luoghi della terra; come il circolo HVON per tutti i luoghi, che ſi trovano nel circolo terreſtre AEI, poſto nel medeſimo piano con quello; che due punti A, E diametralmente oppoſti hanno tutti i circoli verticali comuni, e che dati due punti terreſtri, che non ſieno diametralmente oppoſti, un ſolo circolo verticale è comune ad amendue.

II. Tutti i circoli minori, come DB della sfera immobile, paralleli all'orizzonte HO di qualſivoglia luogo A, chiamanſi per quel luogo *paralleli delle altezze*, e con nome arabico *almuncantarach*.

III.

III. Fra i circoli verticali di qualſivoglia luogo, quello che paſſa per li poli del mondo (*Fig. 6.*), diceſi *Meridiano* di quel luogo. Come, ſuppoſto che il vertice del luogo A ſia Z, e i poli P O; il circolo maſſimo P Z O ſarà il meridiano di quel luogo A, e di tutti quegli altri luoghi, per lo vertice de' quali egli paſſerà. Da ciò è manifeſto, che nel girarſi del primo mobile, tutti i circoli di declinazione ſi adattano a tutti i meridiani, i quali ſi debbono intendere (come gli altri circoli verticali) nella sfera immobile, nè vi è altra differenza tra i meridiani, e i detti circoli di declinazione, ſe non che queſti ſi movono, e quelli reſtano immobili. Il meridiano divide la sfera in due emiſferi, orientale, e occidentale, che corriſpondono ai termini del moto del primo mobile, riſpettivamente ai luoghi terreſtri, a' quali appartiene quel meridiano.

IV. Delle due ſezioni H, C del meridiano di ciaſcun luogo coll'orizzonte di quel luogo, quella, che è più vicina al polo ſettentrionale P, cioè C, vien detta *cardine ſettentrionale*, e l'oppoſta H *cardine auſtrale*. Il punto dell' orizzonte K, che è egualmente lontano (cioè per un quadrante di circolo) da ciaſcuno de' due cardini C, H, chiamaſi *cardine orientale*, ſe egli ſi prende nell' emisfero orientale del luogo, e *cardine occidentale*, ſe nell'emisfero oppoſto; e queſti due cardini ſono i poli del meridiano. Quello de' due emisferj fatti dal meridiano, che è orientale nel luogo A, viene ad eſſere occidentale nel luogo oppoſto R, e all' incontro; e perciò il cardine orientale nell' uno vien ad eſſere occidentale nell' altro.

V. L' equatore E Q paſſa ſempre per li due cardini orientale, e occidentale di qualſivoglia luogo, perochè coincidendo ſempre il meridiano co' circoli di declinazione, e perciò (art. 4. ſez. 1) facendo angoli retti coll' equatore, è forza, che queſto paſſi per li poli di quello, che ſono, come ſi è detto, i due cardini orientale, e occidentale.

VI. Quel circolo verticale Z K N, che ſi intende paſſare per li due cardini orientale, e occidentale, corriſpondenti al punto K, chiamaſi *verticale primario*, e i ſuoi poli ſono i due cardini ſettentrionale, ed auſtrale C, H; e gli

angoli

angoli HZA, CZA, che egli comprende col meridiano ſono retti.

VII. Il principio della rivoluzione diurna di ciaſcun punto del firmamento, o del primo mobile, riſpettivamente a qualſivoglia dato luogo A, ſi coſtituiſce dagli Aſtronomi nel meridiano di quel luogo; e perchè ogni punto del primo mobile, o del firmamento due volte in ogni rivoluzione paſſa per lo meridiano, ſi prende per principio della detta rivoluzione il paſſaggio di quel punto per lo ſemicircolo PZO, che ha per diametro l'aſſe del mondo, e in cui cade il zenith del luogo Z. Queſto ſemicircolo dunque del meridiano chiamaſi quello dell'ora 24ma; perchè ogni punto del firmamento, o del primo mobile, arrivando a quello, s'intende compire allora le ore 24 della precedente rivoluzione, e cominciane una nuova. L'altro ſemicircolo PNO, in cui cade il nadir N, viene ad eſſere il ſemicircolo dell'ora duodecima, e ciaſcun punto del firmamento, o del primo mobile giunge ad eſſo preciſamente 12 ore da che cominciò la ſua rivoluzione nel ſemicircolo PZO, perocchè il meridiano taglia ciaſcun parallelo all' equatore in parti eguali, che perciò debbono deſcriverſi in tempi eguali.

VIII. Tutti gli altri ſemicircoli della sfera immobile, tirati per li due poli del mondo, come OFP, (che vengono ad eſſere altrettanti meridiani, ma per gli altri luoghi della terra) ſi chiamano, riſpetto al luogo A, *ſemicircoli orarii aſtronomici*, e ſi denominano da quel numero d'ore, o di parti d'ore, che convengono alla loro diſtanza dal meridiano, numerata ſopra l'equatore, o ſopra qualſivoglia parallelo all' equatore, (che è eziandio la miſura dell'angolo, che eſſi fanno col meridiano) dando per ogni 15 gradi un'ora, e numerando ſempre dal ſemicircolo del meridiano OZP verſo occidente. Così ſe il ſemicircolo OFP ſarà lontano dal ſemicircolo OZP 32 gradi, e minuti 45' 30", cioè ſe l'arco d'equatore EF, o di qualſivoglia parallelo GI, compreſo fra queſti due ſemicircoli (che è anco la miſura dell'angolo FPE), ſarà di gradi 32. 45' 30" dalla parte d'occidente riſpettivamente al ſemicircolo OZP, il ſemicircolo OFP, diraſſi ſemicircolo delle ore 2. 11' 2",

C e ogni

e ogni punto del primo mobile, o del firmamento arriverà a quel semicircolo a ore 2. 11′ 2″, numerato da che cominciò il suo giro nel semicircolo OZP, ma se tal distanza, o angolo fosse dalla parte d'oriente, il suo compimento al circolo intero, numerato dalla parte d'occidente, sarebbe di gradi 327. 14′ 30″, e allora, OFP sarebbe il semicircolo delle ore 21. 48′ 58″, che è il compimento di ore 2. 11′ 2″ a ore 24.

IX. Ogni circolo massimo della sfera immobile, che passi per li due cardini C, H, settentrionale, e meridionale, come CLH, chiamasi *circolo di posizione*. I poli di questi circoli son tutti nel verticale primario ZKN, con cui fanno angoli retti. Il meridiano, e l'orizzonte sono anch' essi fra 'l numero dei circoli di posizione. Questi non hanno uso fuorchè nell'astrologia divinatoria, nella quale si considerano specialmente 12 semicircoli di posizione, che passano per ogni trentesimo grado dell'equatore, cominciando dal semicircolo orientale dell'orizzonte, e procedendo verso oriente, cioè sotto l'orizzonte, e dividendo il cielo in 12 parti, che chiamano *case celesti*, la prima delle quali, che comincia dal detto semicircolo orientale dell' orizzonte, dicesi *oroscopo*, o *ascendente*.

Sezione IV.

Delle diverse posizioni della sfera rispettivamente all' orizzonte ne' diversi luoghi della terra.

I. Qualora la linea verticale (*Fig.* 7.) CAB, di qualsia luogo terrestre A, è nel piano dell'equatore, e per conseguenza questo circolo passa per lo zenith, e per lo nadir di quel luogo, C, B, la positura della sfera celeste, rispetto a quel luogo, dicesi *retta*. Allora l'asse del mondo giace nel piano dell'orizzonte HO, e i poli del mondo s'incontrano ne' due cardini, settentrionale, e meridionale O, H. L'equatore CAB coincide col primario verticale, e tutti i paralleli all'equatore DE, FG, vengono dall'orizzonte HO, tagliati in parti eguali in I, K.

L'oriz.

L' orizzonte HO allora non è che un circolo orario astronomico, rispetto al luogo A, e rispetto a qualche altro luogo egli è un meridiano. Tutti i circoli di posizione, come HLO sono altrettanti orarii.

II. Se la linea verticale coincide coll' asse del mondo (*Fig.* 8.) ZN, e per conseguenza il vertice, e il nadir, Z, N del luogo terrestre A, cadono nei poli della sfera, la posizione di questa, dicesi per quel luogo *parallela*. In tali luoghi (che sono due soli punti della superficie terrestre) niun circolo fa uficio di meridiano, niuno d'orario, nè di primario verticale, ma tutti i meridiani come ZLN passano per lo vertice, e divengono circoli verticali. Non vi hanno cardini settentrionale, o meridionale, orientale, o occidentale. Non vi ha alcun determinato circolo, da cui prendasi il principio, o il fine delle rivoluzioni della sfera. L' orizzonte HLO coincide coll' equatore, e i paralleli all' equatore, come FG, sono per conseguenza paralleli all' orizzonte, e divengono paralleli delle altezze.

III. Ogni altra posizione della sfera, che non sia nè retta, nè parallela, dicesi *obbliqua*. Ne' luoghi che si trovano sotto una tale costituzione l' asse del mondo (*Fig.* 9.) OP, fa un angolo acuto RCP, col piano dell' orizzonte WR, e a misura di questo angolo, più, o meno obbliqua dicesi esser la sfera. Uno de' poli, come P, si alza sopra l' orizzonte, e l' arco RP del meridiano RZO, compreso fra l' orizzonte, e quel polo, dicesi *altezza del polo* per quel luogo A. L' altro polo è sotto l' orizzonte per altrettanto di bassezza WO. L' equatore EQ fa anch' esso angoli obbliqui coll' orizzonte, e taglia il meridiano fra il zenith Z, e il cardine W più vicino a quel polo O, che è sotto l' orizzonte. L' arco di meridiano EZ, fra l' equatore, ed il vertice, è sempre eguale all' altezza del polo RP; perocchè essendo Z polo dell' orizzonte WR, e P polo dell' equatore EQ, gli archi ZR, PE sono ciascuno di 90 gradi, e detrattone ZP comune, rimangono RP, ZE eguali fra loro.

IV. Nella sfera obbliqua, quel parallelo all' equatore, che tocca l' orizzonte nel cardine R, che è dalla parte del

 polo

polo visibile P, cioè RB, rimane tutto sopra l'orizzonte; e tanto più vi rimangono gli altri più vicini al polo visibile P. All'incontro il parallelo WL, che tocca l'orizzonte nel cardine opposto W, tutto resta sotto l'orizzonte, insieme cogli altri più vicini al polo invisibile O; onde RB, dicesi *il massimo degli apparenti*, et WL *il massimo de' non apparenti*. Le stelle fisse, che descriveranno alcuno de' paralleli, compresi dentro il massimo degli apparenti, dirannosi *di perpetua apparizione*, e quelle che ne descrivono alcuno compreso dentro il massimo de' non apparenti, *di perpetua occultazione*.

V. Tutti gli altri paralleli all'equatore, come FD, IG, sono tagliati dall'orizzonte della sfera obbliqua in M, N in parti diseguali. L'arco MD, che rimane fra l'orizzonte a oriente, o ad occidente, e la parte superiore del meridiano WZR, dicesi *arco semidiurno* di quel parallelo FD, e l'arco semidiurno orientale è sempre eguale all'occidentale, essendo ciascun di essi la metà dell'arco, che resta fra le due sezioni del parallelo coll'orizzonte dalla parte verso il vertice Z, il qual'arco dicesi *diurno*, l'altro MF, chiamasi arco *seminotturno*, e il doppio di esso, *arco notturno*. Se il parallelo è fra l'equatore EQ, e il polo visibile P, come il parallelo FMD, l'arco semidiurno MD, è maggiore del seminotturno MF, e il diurno per conseguenza maggiore del notturno. E al contrario se il parallelo è fra l'equatore, e il polo invisibile O, come ING.

VI. L'arco CM, o CN d'orizzonte in sfera obbliqua, o retta, compreso fra il cardine orientale, o pure occidentale, e la sezione M, o N d'un parallelo DMF, o GNI coll'orizzonte, dicesi *amplitudine ortiva*, o *occidentale* di quel parallelo, che sarà meridionale, o settentrionale, secondo che lo è il parallelo medesimo. Ogni parallelo ha la sua amplitudine orientale, eguale all'occidentale in un medesimo orizzonte, onde taglia l'orizzonte in due parti egualmente distanti anche dal cardine settentrionale, o dal meridionale.

VII. Ogni parallelo delle altezze, come KSTU, se taglia l'equatore QSE, o pure qualsivoglia parallelo all'

equa-

equatore FTD, lo taglia in tal maniera, che la porzione ES, ovvero DT dell'equatore, o del parallelo ad eſſo, che rimane fra la ſezione S, o T, e il meridiano dalla parte d'oriente, è eguale a quella, che ne rimane dalla parte d'occidente. E così pure la porzione dello ſteſſo parallelo delle altezze SK, o TK fra la ſezione S, o T, e il meridiano dell'una parte è eguale a quella, che reſta dall'altra parte. L'iſteſſo vale delle altre due poſizioni SQ, TF, tanto dell'equatore, che de' paralleli, e delle due poſizioni SV, TV del circolo delle altezze.

VIII. Ogni ſtella fiſſa nella sfera retta, ed obbliqua, deſcrivendo il ſuo arco diurno, finchè è nell'emisfero orientale, riſpetto al meridiano, a miſura, che ſi va avanzando verſo il meridiano, dovrà ſempre più ſcoſtarſi dall'orizzonte, e più accoſtarſi al vertice, miſurando queſto accoſtamento ne' circoli verticali, per li quali va paſſando, e al contrario deſcrivendo l'altra parte del ſuo arco diurno nell'emisfero occidentale, ſempre più ſi ſcoſterà dal vertice, e ſi accoſterà all'orizzonte.

IX. Tutti i circoli maſſimi della sfera immobile, che toccano in un ſolo punto ciaſcun de' due paralleli BR, WL, cioè il maſſimo degli apparenti, e il maſſimo de' non apparenti in un dato luogo della terra A, come ΗΛΣΔΤΧΓ, ſi chiamano *circoli delle ore italiane*, o *babiloniche* per quel luogo, ed è manifeſto, che l'orizzonte WR è uno di queſti. Si dee però avvertire, che di ciaſcuno de' ſuddetti circoli, un ſolo ſemicircolo, cioè l'occidentale ſerve per le ore italiane, e l'altro, cioè l'orientale, per le babiloniche; quelle ſi numerano dal ſemicircolo occidentale dell'orizzonte, queſte dall'orientale. Nella sfera retta non hanno luogo queſti circoli, non eſſendovi alcun parallelo maſſimo degli apparenti, e de' non apparenti, ſe pure non ſi dee piuttoſto dire, che i circoli delle ore aſtronomiche, divengano eſſi circoli delle italiane, e babiloniche.

X. Tutti gli archi de' paralleli, compreſi fra due ſemicircoli orarii italiani, e babilonici, come gli archi HR, MΣ, CΔ, NΥ, XW, ſono ſimili fra loro. Imperocchè quel ſemicircolo della sfera mobile, che coincide per un mo-

momento di tempo col ſemicircolo WCR dell' orizzonte occidentale, al moverſi della sfera deſcrive con ciaſcun de' ſuoi punti de' circoli paralleli all' equatore, cioè col punto R il parallelo RH, col punto M il parallelo ΣM, col punto C il parallelo ΔC, e co' punti N, W i paralleli NY, WX; e perciò in tempi eguali gli archi deſcritti di ciaſcun di queſti punti ſaranno ſimili. Se dunque intenderemo, che il punto C di queſto ſemicircolo in un tal tempo ſia venuto nella poſitura Δ, converrà che il punto di eſſo M abbia fatto nel medeſimo tempo l'arco MΣ ſimile a CΔ, e i punti R, N, W abbiano deſcritti ſempre da oriente verſo occidente gli archi RH, NY, WX. Ma tutti i punti, ne' quali ad un tempo ſteſſo ſi trovano i punti mobili C, M, R, N, W, debbono eſſere in un medeſimo circolo maſſimo, giacchè tutti erano ad un tempo nel circolo maſſimo WNCMR; dunque i punti H, Σ, Δ, Y, X ſono in un circolo maſſimo, che è quanto dire quel circolo maſſimo, che paſſa per HΔX, taglia archi ſimili, contando da eſſo fino all' orizzonte RMCNW. Queſti circoli hanno uſo più nella gnomonica, che nella aſtronomia.

Sezione V.

Del rapporto delle diverſe parti della terra a' circoli della sfera celeſte.

I. I Due punti A, B (*Fig.* 10.), ne' quali l'aſſe del mondo DE incontra la ſuperficie della terra, chiamanſi *poli terreſtri*, e ciaſcun di loro ha il medeſimo nome di *artico*, o *antartico* &c., che ha il polo celeſte D, ovvero E, a cui corriſponde.

II. La comune ſezione HI del piano dell' equatore celeſte FG colla ſuperficie della terra, diceſi *equatore*, o *equinoziale terreſtre*, o pure *linea equinoziale*, o ſemplicemente *la linea*; e i due emisferii HAI, HBI, ne' quali reſta diviſa da eſſa la terra, ſi denominano ſettentrionale, o meridionale, ſecondochè corriſpondono all' uno, o all' altro de' poli.

poli. I due poli terreſtri A, B, ſono anco poli dell' equinoziale terreſtre HI.

III. Parimente la comune ſezione AHB di ciaſcun Meridiano celeſte DFE colla ſuperficie della terra, chiamaſi *meridiano terreſtre* di tutti que' punti, per li quali paſſa. Tutti i meridiani terreſtri ſono circoli maſſimi, che ſi tagliano ne' poli della terra A, B, e fanno coll' equatore terreſtre angoli retti. Ciaſcuno di loro divide la terra in due emiſferi orientale, e occidentale per rapporto a tutti que' luoghi, per li quali egli paſſa, che corriſpondono agli emisferi del medeſimo nome della sfera celeſte.

IV. *Paralleli terreſtri*, o *paralleli della latitudine*, ſono tutti i circoli minori ſegnati sù la ſuperficie della terra paralleli all' equinoziale, e ſi chiamano ſettentrionali, o meridionali ſecondo l' emisfero, in cui ſi trovano.

V. *Latitudine* d' un luogo terreſtre M è quell' arco HM del meridiano terreſtre di quel luogo, che viene compreſo fra il luogo ſteſſo, e l' equatore, e queſta può eſſere ſettentrionale, o meridionale; inſomma la latitudine ſulla terra viene ad eſſere lo ſteſſo, che la declinazione nella sfera celeſte, ſiccome i meridiani terreſtri ſono negli ſteſſi piani, che i meridiani, o i circoli di declinazione celeſti. Sotto la linea non v' ha alcuna latitudine; e nei poli eſſa è di gradi 90. Tutti i punti M, N d' un ſteſſo parallelo terreſtre hanno egual latitudine della ſteſſa ſpecie, e tutti i punti terreſtri, che hanno egual latitudine della ſteſſa ſpecie, ſono ſotto un medeſimo parallelo terreſtre.

VI. Ogni parallelo terreſtre MN è la comune ſezione della ſuperficie terreſtre colla ſuperficie d' un cono retto PCQ, che ha per vertice il centro della terra C, e per baſe un parallelo celeſte PQ, il quale abbia tanta declinazione FP, o GQ, quanta è la latitudine HM, o IN di quel parallelo terreſtre; e tali due paralleli ſi chiamano *ſimili*. Da ciò ſegue, che qualſivoglia parallelo celeſte PQ paſſa per lo vertice del luogo terreſtre M, il cui parallelo MN è ſimile a quel celeſte PQ, e della medeſima ſpecie, perocchè la linea CM lato del cono, che ha per baſe il circolo PQ viene ad eſſere la linea verticale del punto

to terrestre M, e il punto celeste P il suo vertice.

VII. Quindi è, che essendo sempre l'arco di meridiano celeste PF, che è compreso fra l'equatore GF, e il vertice P (sez. 4 num. 3) eguale all'altezza del polo del luogo M, che ha per vertice il punto P, ed essendo il detto arco PF simile all'arco HM, che misura la latitudine del luogo M, sarà sempre la latitudine di qualsivoglia luogo terrestre eguale all'altezza del polo del detto luogo. E perciò tutti i punti dell'equatore terrestre HI non avranno alcun'altezza di polo, e avranno la sfera retta, i due poli terrestri A, B l'avranno parallela, con altezza del polo di gr. 90, e tutti gli altri luoghi della terra l'avranno obbliqua.

VIII. Fra i meridiani terrestri, uno ne hanno scelto i geografi, come il primo fra tutti, per riferire ad esso tutti i luoghi terrestri, e questo secondo la determinazione, che più comunemente ne hanno fatta (la quale è stata affatto arbitraria), è quel meridiano, o piuttosto quel semicircolo di meridiano compreso fra due poli, che passa per la parte più occidentale dell'isola del ferro, una delle isole Canarie, o Fortunate. Da questo primo semicircolo AHB si cominciano a numerare i gradi sull'equatore HCI, o pure su qualsivoglia de' paralleli, MSN, sempre verso oriente, e quel numero de' gradi, e di parti di gradi HL, MS, che trovasi fino al semicircolo ALB del meridiano terrestre, che passa per qualsivoglia altro luogo della terra S, chiamasi *longitudine* del luogo S, e di tutti gli altri posti nel medesimo semicircolo ALB. I suddetti archi HL, MS, che determinano la longitudine del meridiano ALB sono simili agli archi FK, PT compresi fra meridiani celesti DFE, DKE, le cui sezioni colla superficie terrestre formano i semicircoli del primo meridiano AHB, e del meridiano ALB. Tutti i luoghi per li quali passa il primo semicircolo di meridiano AHB, non hanno punto di longitudine, quelli dell'opposto semicircolo AIB ne hanno gradi 180, quelli dell'emisfero, che è orientale rispetto al semicircolo AHB, ne hanno meno, e quelli dell'occidentale ne hanno più di 180. I due poli terrestri A, B non hanno alcuna determinata longitudine.

IX.

IX. *Differenza dei meridiani* di due luoghi terrestri è l' istesso, che differenza di longitudine di que' luoghi. Benchè questa possa esprimersi, e si esprima ordinariamente per lo numero dei gradi, e delle parti di gradi di equatore, o di paralleli comprese fra due meridiani di quei luoghi, suole anco talvolta esprimersi per lo numero di ore, o di parti di ore, che corrispondono ne' paralleli celesti a' detti gradi considerando ciascun parallelo all' equatore, e l' equatore stesso, come di ore 24; e perciò se la differenza della longitudine di due luoghi sarà a cagione d' esempio di gradi 45 22′ 15″, si dirà che la differenza de' meridiani di questi luoghi in parti di circolo è di gradi 45 22′ 15″, ma in tempo è di ore 3 1′ 29″. Il fondamento di ciò è manifesto per le cose dette nella sezione prima al numero 9, e nella terza al numero 7.

X. Da qualsivoglia luogo della superficie della terra A (*Fig.* 11) tirando al polo terrestre L, che corrisponde al polo celeste P visibile in quel luogo, la retta linea AL, questa rimarrà sotto l' orizzonte fisico del medesimo luogo A F per un angolo L A F eguale alla metà del compimento Z P dell' altezza O P del detto polo P sopra l' orizzonte H O. Imperocchè prolungando la linea verticale Z A fino al punto opposto K della superficie terrestre, e congiungendo K L, l' angolo L A F sarà eguale all' angolo A K L (per la 32 del 3° d' Euclide) e perciò essendo A K L metà di A C L (per la 20 del medesimo) anche L A F sarà metà del medesimo A C L, o sia dell' arco Z P, che è il compimento dell' altezza del polo O P.

XI. Due luoghi terrestri situati nel medesimo semicircolo del meridiano con latitudine eguale, ma di specie opposta, diconsi *anteci*: due luoghi ne' due semicircoli opposti del meridiano stesso con egual latitudine della medesima specie, *perieci*; due luoghi ne' semicircoli opposti del medesimo meridiano, e con latitudine eguale, ma della specie opposta, *antipodi*, e questi sono opposti per diametro nella sfera terrestre.

D CA-

CAPO TERZO

Come i corpi celesti veduti dalla terra, si riferiscano a' punti, e circoli della sfera immobile.

Sezione I.

De' luoghi apparenti degli oggetti, e del movimento di quelli.

I. PEr ispiegare come supposta la verità delle ipotesi premesse, i corpi celesti si riferiscono colla vista da qualsisia luogo della terra, a' punti, e circoli della sfera finora descritti, supporremo per ora, (come secondo il comune principio dell' ottica lo hanno supposto gli antichi astronomi) che ogni oggetto, o più tosto ogni punto di oggetto da noi visibile si vegga in quella medesima retta linea, che congiunge il nostr' occhio col detto punto, per considerar poscia in altro capo separato quel, che debba succedere in un' altra ipotesi parimente ottica, che i moderni hanno introdotta intorno alle refrazioni dei raggi, che vengono da' corpi celesti nel nostr' occhio.

II. Se dall' occhio A (*Fig.* 12) situato in qualsivoglia punto della superficie, o anco alquanto più alto della superficie terrestre, vedrassi da lungi il punto C posto a qualsisia distanza dall' occhio nella retta linea A C, quel punto D, che questa retta segnerà nella sfera dell' universo, dirassi *luogo apparente* dell' oggetto C. Se l' oggetto fosse nella sfera medesima del primo mobile nel punto D, o contigua ad essa, come le stelle del firmamento, il luogo apparente dell' oggetto coinciderebbe col medesimo oggetto.

III. Dovunque l'oggetto sia collocato, il suo luogo apparente può intendersi o nella sfera mobile, o nell' immobile. A suo tempo spiegheremo, come si possano coll' osservazione riferire gli oggetti celesti per qualsivoglia istante a' punti dati della sfera mobile. Per ora diremo solamente,

come

come si riferiscono colla vista a' punti principali della immobile.

IV. Sia Z il zenith del luogo A, AO l'orizzonte fisico, KH l'astronomico, e per lo punto D, che è il luogo apparente dell'oggetto C rispettivamente al luogo terrestre A, passi il circolo verticale ZDOH. Questo dirassi il *verticale*, o *l'azimuth* dell'*oggetto* C per quel tempo, in cui egli passerà per lo piano ZDO. L'angolo ZAD, si dirà la sua *distanza apparente dal vertice*, e l'angolo DAO compimento di ZAD *la sua altezza apparente*, sempre respettivamente al luogo A. Se l'Azimuth ZDH fosse lo stesso meridiano, si chiamerebbero questi angoli *altezza meridiana*, *e distanza dal vertice meridiana apparente*.

V. Gli angoli suddetti sono sensibilmente di tanti gradi, e parti di gradi, che gli archi ZD, DO rispettivamente come se il punto A fosse il centro di questi archi. Perocchè tirando dal centro K della terra la retta KI parallela ad AD, l'angolo delle distanze apparente dal vertice ZAD, eguale a ZKI, avrà per misura l'arco ZI, che sensibilmente è eguale all'arco ZD; e l'angolo dell'altezza apparente DAO, eguale ad IKH, avrà per misura l'arco IH eguale sensibilmente all'arco IO, che di nuovo è sensibilmente eguale a DO.

VI. Se trovandosi il punto A alquanto elevato sopra la superficie della terra, l'oggetto fosse in F sotto l'orizzonte fisico, e il suo luogo apparente B, l'angolo ZAB sarebbe, come prima, la sua distanza apparente dal vertice, e l'angolo OAB compimento di esso, si direbbe *bassezza apparente dell'oggetto*, il qual angolo avrebbe, come sopra sensibilmente per misura l'arco OB, o sia l'arco HB.

VII. Se l'oggetto si trovasse come in E nella superficie conica, che determina l'orizzonte sensibile del luogo A, onde il suo luogo apparente G cadesse su questo orizzonte, e ciò fosse dalla parte orientale, direbbesi l'oggetto in quell'istante di tempo *nascere*, e se dalla parte occidentale *tramontare* rispettivamente al luogo A. L'istesso si direbbe quando l'oggetto si trovasse nel piano dell'orizzonte fisico in quei casi, ne' quali esso fa l'ufficio di orizzonte

ſenſibile, cioè quando il luogo A è nella ſuperficie della terra.

VIII. Il luogo apparente di qualſivoglia oggetto (*Fig.* 13.) da un determinato luogo terreſtre può riguardarſi come un oggetto reale poſto nella ſuperficie della sfera immobile, il quale al moverſi dell' oggetto vada ſcorrendo la detta ſuperficie da oriente verſo occidente; o ſia che ciò ſucceda ſopra un parallelo NB, o ſopra qualſivoglia altra traccia obbliqua ai paralleli NORS, o ritorni queſta in ſe medeſima, o non vi ritorni a guiſa d'una ſpirale, dipendendo tutto ciò, e dal moto reale dell' oggetto, o dalla poſitura del luogo terreſtre riſpettivamente ad eſſo. Il tempo di una intera rivoluzione del luogo apparente preſo da che egli fu in qualſiſia circolo maſſimo immobile, come nel meridiano PZS nel punto S, finchè ritorni al medeſimo circolo o in quel punto, o in un altro, ſi chiamerà *un giorno* riſpettivamente a quel corpo qualunque egli ſia, come ſe ſi trattaſſe del Sole, *giorno ſolare*, ſe della Luna *lunare* &c., e ſi intende diviſo in 24 ore, e in parti d' ore, come ſi è detto del giorno ſidereo, o dell' equinoziale.

IX. Il moto, che il luogo apparente dell' oggetto ha per la linea NORS, di qualunque natura queſta ſi ſia, chiamaſi *moto apparente di quell' oggetto nella sfera immobile*. Se queſto moto foſſe tale, che tirando per ogni punto della linea NORS de' circoli orarj aſtronomici PN, PO, PR, PS i tempi, ne' quali il detto luogo apparente ſcorreſſe gli archi NO, OR, RS, foſſero proporzionali agli angoli NPO, OPR, RPS, il moto apparente di queſto oggetto nella sfera immobile direbbeſi *moto equabile*, ancorchè gli archi ſuddetti ſcorſi in que' tempi non foſſero per avventura proporzionali a' medeſimi tempi. In tal caſo prendendo il principio del detto giorno dal meridiano, come delle ſtelle fiſſe ſi è detto, il luogo apparente dell' oggetto arrivarebbe a ciaſcun de' circoli orarii aſtronomici in quell' ora del ſuo giorno, che corriſpondeſſe a quell' orario, ancorchè il detto giorno foſſe per ſorte o più lungo, o più brieve del ſidereo, o dell' equinoziale. Gli archi de' paralleli tirati per li punti N, O, R miſurerebbero i tempi

del

del suo moto apparente. Al contrario ove i detti angoli fatti dagli orarj non fossero proporzionali a' tempi, ne' quali il luogo apparente dell' oggetto passasse per li detti orarj, il suo moto apparente nella sfera immobile non direbbesi equabile, ancorchè gli archi del suo viaggio compresi fra circoli orarj fossero essi proporzionali ai tempi.

X. Quel circolo orario, in cui troverassi per qualsivoglia tempo il luogo apparente dell' oggetto, si chiamerà *orario apparente* di questo oggetto, e così pure *paralello apparente* quello, in cui troverassi a quel tempo il suo luogo apparente; la declinazione di questo luogo, *declinazione apparente*, e il compimento di essa *distanza apparente dal polo*.

Sezione II.

Della differenza fra' luoghi veri, e gli apparenti degli oggetti celesti, o della loro parallasse assoluta.

I. Spesse volte si è detto, che nelle ipotesi premesse trattandosi di stelle fisse (*Fig.* 14.) come C, se per lo centro K della terra si tirerà una retta KF parallela ad AC, che da qualsivoglia luogo terrestre A va al centro della stella C, anche questa retta KF andrà sensibilmente ad incontrare il centro della suddetta stella, ne vi sarà differenza sensibile fra essa KF, e un' altra retta KC, che in rigore matematico passerà per lo centro suddetto. L' istesso si dovrebbe intendere, se per A si tirasse la retta AG parallela a quest' ultima linea KC, mentre AG ferirebbe anch' essa sensibilmente lo stesso punto C. Gli angoli CKF, GAC ciascuno de' quali è eguale ad ACK, sarebbero insensibili, e tutto l' arco FG a guisa d' un punto.

II. Ma quando si tratti d'altri oggetti celesti, potendo darsi caso, che il semidiametro della terra abbia qualche sensibile proporzione alle loro distanze, non sarà in tal caso insensibile la diversità, che potrà nascere dall' inclinazione delle linee tirate a quell' oggetto dal centro, e dalla superficie terrestre. Sia dunque (*Fig.* 15.) l' oggetto B, a cui dal punto della superficie terrestre A tirisi la retta AB, che deter-

determini nel primo mobile il luogo apparente di quello C. Se al medesimo oggetto B si tirerà un' altra retta KB dal centro della terra K, determinerà quella nel primo mobile un altro punto D, che dirassi il luogo vero di quell' oggetto nella medesima sfera. Da ciò è manifesto, che i punti A, K, B, C, D sono in un medesimo piano, e che questo piano è quello d' un circolo ZDC verticale al luogo terrestre A, e che il vero luogo D sempre è più vicino al vertice Z del luogo apparente C. L' angolo ZKD, o l' arco ZD, che chiamasi *vera distanza dal vertice* dell' oggetto B, è dunque sempre minore dell' arco ZC, che misura (*sezione precedente num.* 5.) le distanze apparenti dal vertice ZAC. Al contrario, posto che KO sia l' orizzonte astronomico, ed AH l' artificiale, l' angolo OKD, o sia l' arco OD, che dicesi altezza vera dell' oggetto, ed è il compimento della vera distanza dal vertice, sempre è maggiore dell' altezza apparente CAH, o sia dell' arco CH, ovvero CO, che ne è la misura.

III. L'angolo ABK, o pure DBC, che nel centro dell' oggetto si fa dalle rette, tirate dalla superficie, e dal centro della terra, AB, KB chiamasi *parallasse* di questo oggetto rispettivamente al luogo A, e al tempo, in cui egli trovasi nel punto B. La parallasse di qualsivoglia oggetto sempre è sensibilmente misurata dall' arco del circolo verticale DC, che è compreso fra il luogo vero D, e l' apparente C, perciocchè tirando KF parallela ad ABC, sarà l' angolo DKF eguale a DBC; ma DKF ha per misura l' arco DF, sensibilmente eguale a DC (perciocchè la differenza di questi due archi non è che l' arco insensibile CF), dunque anche l' angolo DBC avrà l' istessa misura DC. Se si tirasse AG parallela a KD, si troverebbe ancora l' arco GC sensibilmente eguale al medesimo arco DC, che misura la parallasse; perciò questa è sempre la differenza tra l' altezza vera, ed apparente, o fra la distanza del vertice vera, ed apparente. Se la parallasse DC fosse insensibile, il luogo vero D, e l' apparente C si potrebbero riguardare come un solo punto, e questo può succedere in qualche oggetto celeste anche più vicino delle stel-

le

le fisse, e compreso dentro la sfera del firmamento.

IV. Quando la linea tirata dalla superficie terrestre all' oggetto celeste sia tangente della suddetta superficie (come A R, posto l'oggetto in R nell'orizzonte fisico del punto A) la parallasse A R K chiamasi *orizzontale*; e perchè tutte le tangenti, che ponno tirarsi dalla detta superficie ad un medesimo punto R, o pure anche a' due punti R, B egualmente lontani dal centro K comprendono angoli eguali colle rette K R, K B, che sono le distanze di quel punto dal centro della terra, perciò la parallasse orizzontale di uno stesso, o di più oggetti posti a distanza eguale dal centro della terra è sempre della stessa misura. Ella è eguale all' angolo, sotto cui in quella distanza vedesi quel semidiametro terrestre, che termina la parte della terra visibile da quel punto in qualsivoglia piano tirato per esso, e il centro K.

V. Posto qualsivoglia oggetto a distanze eguali dal centro della terra R K, B K o sia nel medesimo piano verticale, o in diversi, la proporzione del sino della distanza apparente dal vertice al sino della parallasse, che avrà quell'oggetto ne' punti R, B rispettivamente ad un dato luogo della terra A, sarà sempre la medesima. Imperocchè essendo in ogni triangolo i sini degli angoli proporzionali ai lati opposti, ne segue, che tanto nel triangolo B A K, quanto nel triangolo R A K il sino dell' angolo in B, o in R stia al sino dell' angolo in A nella ragione data di A K, a B K, o sia ad R K. Ma il sino dell' angolo in B, o in R è quello della parallasse, e il sino dell' angolo in A è quello del supplemento della distanza apparente dal vertice Z A B, o pure Z A R, e perciò egli è anche sino della medesima distanza dal vertice, dunque &c.

VI. Di quì è, che i sini della parallasse A B K, A R K degli oggetti posti ad egual distanza dal centro della terra sono fra loro, come i sini delle loro distanze apparenti Z A C, Z A H da un medesimo vertice Z; onde nella linea verticale, come in M la parallasse di qualsisia oggetto è nulla, e nell' orizzonte fisico, come in R è la massima, che egli possa avere; e dal vertice all'orizzonte vanno sempre crescendo le parallassi al crescer le distanze dal vertice, purchè si man-

tenga

tenga sempre la stessa distanza di quell' oggetto del centro della terra; e data la parallasse di esso a una nota distanza apparente dal vertice potrà calcolarsi la sua parallasse ad ogni altra distanza apparente.

VII. Due oggetti B, D che abbiano o eguale, o la medesima distanza (*Fig. 16.*) apparente ZE dal vertice Z, e per conseguenza si trovino in una medesima retta linea col luogo A, il cui vertice è quel punto Z, avranno le parallassi diseguali ABK, ADK, e il sino di ABK (cioè KBD) starà al sino di ADK [o sia di BDK] come i lati KD, KB opposti a questi angoli nel triangolo DBK, cioè reciprocamente, come le distanze de' punti B, D dal centro della Terra, il che essendo vero in ogni distanza apparente dal vertice sarà anche vero della parallasse orizzontale dei detti due oggetti. Quando poscia due oggetti G, F abbiano la medesima distanza vera dal vertice ZH, cioè sieno in una retta col centro K della terra, si mostrerà nello stesso modo che i sini delle loro parallassi AGK, AFK sono reciprocamente, come le loro lontananze dal punto A della superficie, che ha per vertice il detto punto Z.

VIII. Da che si inferisce, che la proporzione de' sini delle parallassi ABK, AFK di due oggetti B, F che abbiano ineguali distanze apparenti dal vertice Z, e ineguali lontananze dal centro della Terra K, stanno fra loro in ragione composta della diretta de' sini delle distanze apparenti dal vertice ZAE, ZAI, e della reciproca delle lontananze KB, KF dal centro della terra.

IX. E perchè ne' piccioli archi, ed angoli, i sini sensibilmente sono proporzionali a' loro archi, però quando si tratti di un oggetto, la cui massima parallasse, cioè l' orizzontale non sia che di pochi gradi, tutto ciò, che negli articoli precedenti si è detto de' sini delle parallassi, si potrà applicare alle stesse parallassi.

X. *Semidiametro apparente* d'una Stella, del Sole, della Luna, o d'altro corpo celeste, che suppongasi di figura sferica, è l' angolo composto nell'occhio della linea tirata dal centro di questo corpo, e la tangente di esso; semidiame-

diametro vero è l'angolo fatto dalle medesime linee nel centro della terra. Il circolo minore del detto oggetto sferico, a cui terminano le dette tangenti, dicesi *disco* solare, o lunare. L'uno e l'altro dei suddetti angoli, come dalle cose dette si può dedurre, ha per misura sensibilmente quell'arco di circolo massimo del primo mobile, che vien compreso dalle dette linee. Se la tangente del detto corpo sferico s'intenderà nel medesimo piano verticale colla linea tirata al centro, l'angolo suddetto dirassi *semidiametro verticale*; se in un piano, che passi per lo diametro del disco solare perpendicolare a questo, si dirà *semidiametro orizzontale*. Nel medesimo senso si intenderanno, *diametro apparente*, *e vero*; e diametro *verticale*, *e orizzontale*.

XI. Data la parallasse ABK d'un oggetto B colla sua distanza dal vertice o vera ZKO, o apparente ZAE (il cui supplemento BAK sarà perciò dato) nel triangolo ABK saranno noti tutti gli angoli, e perciò si avrà la proporzione del semidiametro terrestre AK alla distanza KB dell'oggetto dal centro della terra. All'incontro data la proporzione di questa distanza KB, o pure della AB al semidiametro AK, coll'uno de' due angoli del detto triangolo in A, o pure in K, potrà calcolarsi la parallasse ABK.

XII. Distanza vera di due oggetti celesti, come B, F, o sieno in un medesimo circolo verticale, o in diversi, è l'angolo BKF fatto nel centro K della sfera dalle rette tirate a quelli oggetti, che è il medesimo coll'angolo OKH delle rette, che vanno a' loro luoghi veri O, H. Distanza apparente de' medesimi oggetti è l'angolo BAF fatto nell'occhio A dalle linee rette tirate a' detti oggetti, ed è il medesimo coll'angolo EAI delle rette, che vanno a' loro luoghi apparenti E, I. Tanto la distanza vera, quanto l'apparente ha per misura sensibilmente l'arco di circolo massimo della sfera celeste compreso fra luoghi veri, o rispettivamente fra gli apparenti, come dalle cose spesse volte dette è manifesto; e quando gli oggetti sono amendue senza parallasse, non vi ha differenza fra la loro distanza vera, e l'apparente.

XIII. Il luogo vero di qualsisia oggetto, si può riguar-

dare, come un oggetto reale, che sia nella superficie della sfera immobile, e che al muoversi dell'oggetto vada movendosi su la detta superficie, come nella sezione prima si disse del luogo apparente all'articolo ottavo, e ponno applicarsi al luogo vero tutte le definizioni, che in quell'articolo, e ne' due seguenti si diedero in ordine all'apparente, e con ciò intenderassi quel che sia *moto vero* d'un oggetto nella sfera immobile, quello che si richiegga per essere, o non essere *equabile*, qual sia *l'orario* suo *vero*, o il *vero parallelo*, e quale *la vera declinazione*, e la *vera distanza dal polo*. Se il principio della rivoluzione diurna del luogo vero d'un oggetto, si prenderà dal meridiano, non vi sarà differenza fra il tempo d'una rivoluzione del luogo apparente da quello di una rivoluzione del luogo vero; mentre essendo il luogo apparente sempre nel medesimo circolo verticale col luogo vero, ed essendo il meridiano uno de' circoli verticali, questi due luoghi si troveranno sempre ad un stesso tempo nel meridiano, e cominceranno, e finiranno sempre la loro rivoluzione nel medesimo istante di tempo, cioè in quell'istante, che l'oggetto stesso passerà realmente per lo piano del meridiano. Quando due rivoluzioni del luogo apparente, e per conseguenza anco del vero prese dal meridiano si facciano in tempi eguali, può supporsi, e comunemente si suppone, che il moto vero arrivi a ciascun circolo orario con intervalli di tempo proporzionali agli angoli di essi orarii; ma l'istesso non può dirsi del luogo apparente, come tra poco vedremo.

XIV. La strada, o traccia che sul primo mobile sarà descritta dal luogo vero sarà sempre più vicina al vertice di quella, che descriverà il luogo apparente; giacchè in ogni immaginabile posizione quel luogo dee essere sempre in un medesimo circolo verticale con questo, e più di lui vicino al vertice.

SE-

Sezione III.

Della parallaſſe di declinazione, e della parallaſſe oraria degli oggetti celeſti.

I. NEi fenomeni, che hanno parallaſſe ſenſibile, eſſendo (*Fig.* 17.) il luogo vero dell' oggetto V ſempre nel medeſimo verticale ZVA col luogo apparente A, e tanto più alto di queſto, quanto è la parallaſſe aſſoluta VA, ſe per li due punti V, A ſi intenderanno paſſare i due circoli orarii aſtronomici, PA orario apparente, e VP orario vero, e i due paralleli all' equatore GA parallelo apparente, ed FV parallelo vero, l' arco VK dell' uno degli orarii, intercetto fra queſti due paralleli, ſi dirà *parallaſſe di declinazione* del fenomeno, onde è chiaro, che ſe queſti orarii taglieranno l' equatore EQ in T, M, ſarà il detto arco VK la differenza tra la declinazione vera dell' oggetto TV, e l' apparente MA, ovvero TK; come pure tra la diſtanza vera, e l' apparente dal polo.

II. L' angolo fatto nel polo P dai ſuddetti orarii, cioè VPA, ſi dirà *parallaſſe oraria* del medeſimo fenomeno, e queſto ſarà miſurato, o dall' arco dell' equatore MT, o da quello di qualſivoglia parallelo AK, compreſo fra medeſimi orarii. Queſta parallaſſe è nulla, quando il fenomeno ſi trova nel meridiano, perocchè allora un medeſimo orario, cioè lo ſteſſo meridiano, è quello, che paſſa per lo vero luogo, e per l' apparente, e amendue queſti luoghi arrivino ad un tempo ſteſſo al meridiano.

III. La declinazione apparente MA, o TK è maggiore della vera TV, quando il fenomeno ſi trovi in quell' emiſfero, fatto dall' equatore, in cui cade il polo occulto, e al contrario minore, quando egli ſia nell' emisfero del polo viſibile. Tutto l' oppoſto ſuccede della diſtanza dal polo. Può anche darſi, che la declinazione vera ſia d' una ſpecie, e l' apparente dell' oppoſta, cioè quando il luogo vero ſia dalla parte del polo viſibile con sì poca declinazione, talchè il luogo apparente rimanga oltre l' equatore verſo il polo inviſibile.

IV. Quando un fenomeno abbia parallasse sensibile, se il suo moto vero verso occidente sarà equabile, il moto apparente non sarà tale, ma per necessità ineguale; e il tempo, che il fenomeno spenderà ad arrivare al meridiano PZF, dopo il passaggio del suo luogo apparente A per un orario astronomico dalla parte d' oriente, qualunque egli sia come PA, sarà minore del tempo, che in ragione del tempo di tutta l' intera rivoluzione presa dal meridiano, converrebbe all' angolo APZ di questo orario col meridiano. Imperocchè quando il suo luogo apparente sarà in A nell' orario PA il suo luogo vero sarà come in V nello stesso verticale ZVA, ma in un orario PV, più vicino al meridiano. E perchè il moto vero del fenomeno verso occidente si suppone equabile, dopo il detto momento, in cui il luogo vero fu in V, prima che il medesimo luogo vero, e il fenomeno stesso, arrivi al meridiano basterà, che passi sol tanto tempo, quanto ne richiede l' angolo VPZ in ragione del tempo dell' intera rivoluzione del fenomeno, e per conseguenza questo tempo sarà minore di quello, che nella stessa ragione converrebbe all' angolo APZ e minore appunto di tanto, quanta è la parallasse oraria AK, che conviene al fenomeno nel verticale ZVA; l' istesso discorso, si può applicare agli orarii dalla parte d' occidente. Potrà dunque l' osservazione di questi tempi esser indicio, se un oggetto celeste abbia, o non abbia parallasse sensibile, anzi potrà servir d' argomento per misurare la quantità della parallasse oraria del fenomeno, e quindi la sua parallasse assoluta, nella maniera, che a suo tempo si spiegherà.

CAPO

CAPO QUARTO

Dei metodi di misurare le positure de' corpi celesti relativamente a' punti principali della sfera immobile.

Sezione I.

Della misura delle distanze dal vertice, e delle altezze apparenti degli oggetti celesti.

I. IN tutti i metodi, che servono a misurare le distanze dal vertice, o le altezze apparenti degli oggetti celesti, o si pratichino per mezzo d' istrumenti, che mostrino i gradi, e le parti di gradi di questi archi, o pure le loro tangenti, o le sottese, o altre linee atte a determinare i medesimi archi, fa d' uopo poter accertare esattamente o una linea verticale, o una orizzontale, con cui la linea, per cui si vede l' oggetto, comprende l' angolo cercato. La linea verticale, in virtù delle supposizioni premesse, si può avere per mezzo d' un sottil filo teso da un corpo grave pendente da esso, e ciò o col punto di sospensione mobile, o col medesimo punto immobile. L' orizzontale può aversi, o per mezzo della verticale, con cui dee far angolo retto; o immediatamente col segnarla equidistante alla superficie dell' acqua, che stagni in qualche vaso, la qual superficie, benchè rigorosamente sferica, o concentrica alla terra, si può nulladimeno in una brieve estensione riguardare come piana, come in fatti lo è sensibilmente. Da queste diversità nascono diverse maniere di strumenti, che ponno vedersi presso gli scrittori, non essendo nostro assunto il descriverli. Ma qualunque sia la forma dell' istrumento sempre dee avvertirsi, che il preciso luogo sulla terra, da cui si fa l' osservazione, s' intende essere il punto del concorso della detta linea verticale, o dell' orizzontale colla linea visuale, per cui si osserva l' oggetto.

II.

II. Come se per misurare l' altezza, o la distanza del vertice apparente dell' oggetto C (*Fig.* 18.) ci serviremo d' un quadrante ABG, il cui arco BG sia diviso in gradi 90 cominciando dal punto B fino in C, e i gradi suddivisi nelle loro parti; e sospeso dal centro A il perpendicolo AE, situeremo il quadrante (il quale si suppone mobile per ogni verso intorno al punto della sua armatura F, in cui posa sopra il suo piede P, e che è a un dipresso il suo centro di gravità) in modo, che il perpendicolo AE, dopo quietatosi dalle sue vibrazioni, combaci esattamente il lembo BG, che si suppone nel medesimo piano col centro A, acciocchè il filo AE liberamente penda, e si accomodi alla positura verticale AE, e il piano BG, che passa per questa linea sia anch' egli verticale, e se ad un tempo stesso la retta dd, che passa per li due traguardi, o pinnule d, d, posta sopra il lato AB del quadrante (la qual linea dee esser parallela alla retta BA, che è il semidiametro tirato per lo principio delle divisioni B) s' incontrerà nell' oggetto C, in maniera che l' occhio applicato dalla parte di B, vegga per la detta linea questo oggetto; si dovrà intendere essere AE la linea verticale del luogo dell' osservazione, la quale prolungata passerà per lo vertice Z, e il punto K, ove questa taglia la visuale dd C essere il preciso luogo terrestre, da cui si osserva l' oggetto C; onde l' arco BE, che misura l' angolo BAE, o sia dKE eguale al ZKC, che è la distanza apparente dell' oggetto C dal vertice Z, mostrerà i gradi, e le parti di gradi di questa distanza; e immaginando la retta KO tirata nel medesimo piano ZABG, perpendicolare ad AZ, giacerà nell' orizzonte fisico del punto K, onde OKC sarà l' altezza apparente dell' oggetto, che avrà per misura l' arco GE compimento della distanza apparente dal vertice BE.

III. Il medesimo dovrà dirsi se in vece di pinnulle sarà adattato sul lato AB un cannocchiale, il cui asse visuale dd (cioè la linea retta, che congiunge il punto dell' intersecazione di due fili, che s' incrociano nel foco comune dell' oculare, e dell' obbiettivo, con quel punto d' oggetto, che si vede nella detta intersecazione) sia parallelo al detto semidia-

midiametro BA, il qual parallelismo si ottiene in più maniere, che ponno vedersi presso gli scrittori.

IV. Quando si tratti d' un oggetto assai lontano, come d' un corpo celeste, la misura dell' altezza, o della distanza apparente dal vertice, che propriamente si dee intendere presa nel punto K, può riguardarsi come fatta a piè dell' istrumento e sulla superficie terrestre in P; perocchè sebbene non abbiamo ancora mostrato, che la distanza PK, che viene determinata dall' altezza di tutta la macchina dell' istrumento, sia cosa insensibile rispettivamente alla lontananza di tutti gli oggetti celesti, per modo che la linea Pc parallela a KC andasse anch' essa a ferire il medesimo punto celeste C, tuttavia è così comunemente noto la lontananza anche de' più vicini fra essi sempre esser grandissima, ne aver che fare con essa il piccolo intervallo PK, che sia l' altezza di qualsivoglia smisurato strumento, che non crediamo poter da ciò nascere scrupolo alcuno, e in ogni caso questa potrà prendersi per una supposizione da mettere colle altre, la verità della quale potrà anco agevolmente comprovarsi facendo misurare ad un tempo stesso l' altezza apparente di qualsivoglia oggetto celeste per mezzo di due strumenti, e di due osservatori, uno dalla sommità, e l' altro dalla base d' una gran torre, o d' altra eminenza posta a piombo sopra la superficie della terra, o del mare.

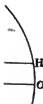
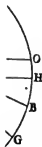
V. Benchè in virtù di ciò due linee (*Fig.* 19.) tirate ad un medesimo oggetto celeste C per due punti A, B di una stessa linea verticale KABZ, differenti in altezze anco di non poche pertiche sieno sensibilmente parallele, non si può da questo dedurre, che osservando ad un tempo stesso quel medesimo oggetto da due parti A, D, ne' quali queste due linee incontrassero la superficie terrestre A, D, dovesse trovarsi in questi due luoghi la medesima altezza, o distanza apparente dal vertice ne pure ove un tal' oggetto fosse una stella fissa, o altro corpo de' più lontani, e ciò a cagione della rotondità della terra. Imperocchè quando l' arco terrestre AD compreso fra detti punti A, D sottendesse nel centro della terra K un angolo AKD sensibile, le apparenti distanze dal vertice ZAC, VDC d' altrettanto sarebbero diver-

diverse fra loro, quanta fosse la misura di quell'angolo, come può intendersi tirando per lo punto K la retta K d parallela alle D C, A C, mentre Z A C sarebbe eguale a Z K d, ma V D C eguale ad V K d, e perciò differenti fra loro del angolo V K Z misurato dall' arco D A, e il medesimo vale delle altezze apparenti. Secondo le misure della terra dell' Accademia Regia delle scienze una distanza D A di 16 tese di Parigi, che sono intorno ad 8 pertiche bolognesi, basta per sottendere una seconda di circolo massimo della terra, e questo è quel limite, che può prendersi di allontanamento dal dato luogo terrestre A per poter trovare le altezze, o le distanze apparenti dal vertice tali, quali si sarebbero osservate dallo stesso luogo A, senza divario maggiore d'una seconda di circolo, che è quella massima sottigliezza, a cui non dico si arrivi, ma si possa mai sperar d'arrivare in questa sorta d'osservazioni.

Sezione II.

Della determinazione del passaggio degli oggetti celesti per lo meridiano.

I. Le stelle fisse descrivendo col loro moto diurno ciascuna un circolo parallelo all'equatore, dovranno, per le cose dette al num. 7 della sezione 4 del capo secondo, trovarsi ad altezze eguali dall' orizzonte, o sia a distanze eguali dal vertice (senza che quì abbia luogo la distinzione della vera dall' apparente per la loro immensa distanza) una da una parte, l'altra dall' altra del meridiano in tempi egualmente lontani dal tempo, in cui passeranno per lo stesso meridiano; e il medesimo dovrà dirsi di tutti gli altri corpi celesti, che descrivessero col loro luogo apparente un parallelo all' equatore, qualunque si fosse la velocità, con cui lo descrivessero, purchè questa fosse equabile, e purchè ciò s' intenda delle loro altezze apparenti, o distanze apparenti dal vertice. Quindi è, che per sapere il momento dell' arrivo d' una stella fissa, o d' altro oggetto, che abbia le suddette condizioni, al meridiano, potrà servire l' os-

I. Pag. 40.
O
H
B
G
H
O
Fig. 18.
O

l' osservazione di due altezze, o distanze dal vertice eguali, prese nel modo già spiegato, o in altro simile, una dalla parte d' oriente avanti, che la stella arrivi al meridiano, come Z A (*Fig.* 20), e l' altra dalla parte d' occidente, dopo essere stata nel meridiano, come Z B, con notare insieme il tempo dell' una, e dell' altra osservazione; perocchè la semidifferenza de' tempi suddetti, la quale vien misurata dalla metà A C dell' arco A B del parallelo all' equatore descritto dalla stella nel tempo corso fra le due osservazioni delle altezze eguali, aggiunta al tempo della prima osservazione darà il momento, in cui quell' oggetto sarà passato in C per questo circolo Z P C. Se una stella sia, o non sia arrivata al meridiano, si conoscerà dall' andarne prendendo diverse altezze apparenti, le quali debbono andar crescendo, finchè essa vi arrivi, e poscia andare scemando, dopo che vi sarà passata.

II. Per l' esatta determinazione de' tempi delle due osservazioni delle altezze eguali, fa d' uopo valersi d' un orologio a pendolo lungo, come sono quelli, le cui vibrazioni semplici indicano le seconde di tempo, e che sono fatti alla maniera inventata dall' Ugenio nel suo trattato dell' orologio oscillatorio, e poscia perfezionata da' moderni artefici. Non è necessario, che questo orologio mostri il tempo, che comunemente, e nell' uso civile si numera, e per cui prendesi regola dal Sole. Basta che egli cammini equabilmente, e che si noti nelle dette osservazioni quel tempo, che egli mostra, che dicesi *tempo di quell' orologio*. Così ancora il momento dell' arrivo dell' oggetto al meridiano sarà noto in ore, e parti d' ore dello stesso orologio.

III. Per accertarsi, che l' orologio cammini equabile, molti metodi si ponno praticare, e tutti consistono nel cercare se la rivoluzione di 24 ore dell' orologio costantemente si commisuri con una rivoluzione d' una stella fissa, o se almeno sempre ne manchi, o sempre l' ecceda d' una quantità costante. Come se nell' angolo d' una finestra si pianterà un picciol traguardo, o cannocchiale immobile, per cui scoprasi un angolo d' una torre alta, e lontana, e si noterà per più sere il tempo dell' orologio nell' istante,

 che

che una medesima ftella fiffa ciascuna sera nascondesi nella sua rivoluzione diurna dopo l' angolo suddetto, o fuori ne spunta; il tempo che passerà fra l' una, o l' altra di queste osservazioni fatte nelle sere, che immediatamente si seguitano, sarà un giorno sidereo, perocchè egli sarà quel tempo, in cui la stella tornerà al medesimo punto di quel parallelo immobile, onde partì. Tutti questi giorni siderei si suppongono eguali, e perciò tali si debbono ritrovare con un orologio, che cammini equabilmente. Se dunque egli avrà sempre camminato dall' una all' altra di queste osservazioni precisamente ore 24, o se ogni volta avrà avanzato, o tardato d' un numero costante delle sue ore, o parti d' ora, si dirà camminare equabilmente. Il medesimo potrà confermarsi con altre simili osservazioni di una, o più altre stelle fisse, che in altri tempi diversi comincino, e finiscano le loro rivoluzioni.

IV. Il metodo di determinare il passaggio delle stelle per lo meridiano, accennato al numero 1, non può servire, che per sapere dopo, che già sono passate per questo circolo, a qual istante di tempo dell' orologio vi sieno passate. Se si bramasse di sapere questo tempo prima, che la stella vi passasse, converrebbe, secondo questo metodo, aver prima trovato nella maniera, che si è detta, il tempo dell' orologio, in cui vi passò la notte precedente, e quindi dedurne il tempo del medesimo orologio, in cui vi passerà nella notte, in cui se ne cerca il passaggio, con aggiungere 24 ore al tempo del precedente passaggio, caso che l' orologio misurasse esattamente una rivoluzione di quella stella, o pure se egli ne mancasse, o ne eccedesse d' una costante misura, con aggiungervi 24 ore più, o meno questa misura.

V. Ma perchè i luoghi apparenti de' corpi celesti per lo più non descrivono nel loro moto diurno circoli paralleli all' equatore, perciò, se si vuole un metodo universale di determinare coll' osservazione il passaggio per lo meridiano di tutti i corpi celesti, conviene valersi, o d' un istrumento stabile sospeso dietro a un muro nel piano del meridiano, o almeno di due fili pendenti a piombo nel

me-

medesimo piano. L' uno, e l' altro di questi metodi non può meglio praticarsi, che coll'avere antecedentemente descritta una linea meridiana, della quale ora parleremo.

SEZIONE III.

Della linea meridiana, del modo di descriverla, e de' suoi usi.

I. L*Inea meridiana* E A B, (*Fig.* 21) è la comune sezione di qualsivoglia piano del meridiano H Z O, ma ordinariamente prendesi per la comune sezione d'un piano orizzontale E N B con esso. Questa linea immaginariamente prolungata taglia il circolo meridiano ne' due punti E, B, ove egli incontra l' orizzonte fisico E N B, sul cui piano essa è descritta, e i due punti E, B, che determina in questo orizzonte, hanno le medesime denominazioni, che hanno le sezioni del meridiano co' punti corrispondenti H, O dell' orizzonte astronomico, cioè diconsi anch' essi *cardini settentrionale, e meridionale*, siccome i due punti N, M del medesimo orizzonte fisico, lontani da questi 90 gradi, si chiamano *cardini orientale, e occidentale*.

II. Per segnare sopra un dato piano orizzontale E N B, e per lo dato punto A, in cui tocca la superficie terrestre la linea meridiana, più modi si ponno praticare; ma fra quelli, che ponno intendersi in virtù delle cose fin ora spiegate, il più sicuro è di cercare col metodo accennato all' artic. 4 della Sezione precedente, il tempo dell' orologio, in cui una stella fissa passerà per lo meridiano Z C O in quella notte, in cui si vuol segnare questa linea. Accostandosi questo tempo sospendasi a piombo sopra il punto A un perpendicolo P A. Sul medesimo piano si dirizzi un' asta h e montata sopra il suo piede, la quale porti un braccio in isquadro e d, per cui scorra un traguardo f, cioè un piccolissimo foro in una sottil lamina, o pure una fissura posta verticalmente, e della minima lunghezza possibile. Si applichi l' occhio a questo traguardo mirando per esso la stella, ed insieme il filo P A, il quale dovrà a tal effet-

F 2 to

to gagliardamente illuminarsi, e si vada movendo il traguardo sul braccio e d talmente, che per esso sempre veggasi la stella tagliata a mezzo dal perpendicolo P A. Nel preciso istante, che l' orologio indicherà il tempo dell' arrivo delle stelle al meridiano in C, si arresti il traguardo nel sito, da cui allora vedrassi per esso la stella tagliata a mezzo dal detto perpendicolo. Si sospenda un' altro perpendicolo G K, che passi per lo centro del traguardo f, e si noti nel piano orizzontale il punto K, in cui egli lo incontra. Allora se si tirerà la retta K A, essa sarà la meridiana. Imperocchè i due fili a piombo P A, G K, o si riguardino come sensibilmente paralleli, o come concorrenti nel centro della terra, si trovano amendue in un medesimo piano, che è verticale al luogo A, e questo piano è il medesimo, in cui fu veduta la stella C nel tempo indicato dall' orologio, cioè a dire egli è il piano del meridiano. Dunque la comune sezione K A di questi coll' orizzonte E N B è la linea meridiana.

III. Essendo la linea meridiana una tangente della superficie della terra, o almeno d' una superficie concentrica alla terra tirata nel piano del meridiano, le linee meridiane DA, GF [*Fig.* 22] di due luoghi A F posti nella medesima linea verticale A F, saranno fra loro parallele. Le meridiane D A, E B di due luoghi situati nel medesimo meridiano terrestre B A P [e per conseguenza amendue nel piano d' un medesimo meridiano celeste] saranno in un medesimo piano verticale, e se la distanza A B di quei luoghi non sottenderà angolo sensibile nel centro della terra C (come se B A non eccedesse 8 pertiche bolognesi, secondo le cose dette al numero 5 della Sezione prima di questo capo) le rette D A, E B non fanno angolo sensibile fra loro, e la stessa linea meridiana sarà comune ad amendue i luoghi A, B. La meridiana D A, O X di due luoghi A, O, che sieno nel medesimo parallelo terrestre A O, e amendue sulla superficie della terra, o in una superficie concentrica a questa, incontreranno l' asse del mondo C X in un medesimo punto X.

IV. Se immagineremo, che le distanze de' punti A, O situati

ſituati ſul medeſimo parallelo AO ſia di pertiche 8 di Bologna, o piedi *96* di Parigi, e ſi cercherà quanta debba eſſere la latitudine, o diſtanza dell' equatore QC di queſto parallelo, affinchè l' angolo AXO ſia inſenſibile, onde le linee meridiane di queſti due luoghi AX, OX (le quali per altro ſono amendue ſopra un medeſimo piano AOX, che è ſenſibilmente orizzontale ad amendue i luoghi A, O, atteſa la detta diſtanza non maggiore di pertiche 8) poſſano ſenza errore ſenſibile riguardarſi come parallele, ſi troverà prima nel triangolo iſcoſcele AOX, nel quale l' arco della diſtanza de' due punti AO, può prenderſi per una retta linea di piedi *96*, che per fare che l' angolo AXO ſia d' una ſeconda, conviene che i lati AX, OX ſieno di piedi di Parigi 20000000; e poſcia nel triangolo ACX, poſta AX di queſto numero di piedi, e il ſemidiametro della terra di piedi 19695539, ſi avrà l' angolo ACX, e l' arco AP di gr. 45. 18, e perciò la latitudine QA del parallelo AO ſarà gr. 44. 42. Tutti i luoghi dunque della ſuperficie terreſte poſti ſul medeſimo parallelo, e diſtanti non più di pertiche 8 Bologneſi, hanno le linee meridiane ſenſibilmente parallele fra loro, mentre eſſe non fanno angolo maggiore d' una ſeconda, purchè la latitudine di quei luoghi non ecceda gr. 44. 42.

V. Perciò ſe intorno ad uno di queſti luoghi, come A, ſi deſcriverà un circolo col ſemidiametro di pertiche 8, le linee meridiane di tutti i punti compreſi a un dipreſſo dentro queſto ſpazio ſaranno ſenſibilmente parallele. Ne' luoghi che hanno maggiore latitudine converrà prendere de' limiti più riſtretti, ſe ſi vorrà, che le linee meridiane non facciano angolo maggiore di una ſeconda.

VI. Tirata dunque in un piano orizzontale una linea meridiana, tutte le linee parallele a queſta, che nel medeſimo piano ſi tireranno dentro i ſuddetti limiti, ſaranno meridiane di que' luoghi terreſtri, per li quali paſſeranno; e tutti i piani tirati per queſte linee, e perpendicolari al detto piano orizzontale prolungati ſino alla ſfera celeſte, facendo in eſſa delle ſezioni parallele, non ſaranno ſenſibilmente diverſi dal meridiano, che appartiene a quella linea meridiana, a cui

le

le altre ſi ſono tirate parallele; ne ſaranno eziandio ſenſibilmente diverſi dai meridiani di ciaſcuno de' luoghi, per li quali paſſeranno le dette parallele, onde qualſivoglia ſtella ad un medeſimo iſtante ſenſibile di tempo arriverà a tutti i meridiani de' luoghi compreſi dentro i detti limiti.

VII. La meridiana divide la circonferenza dell' orizzonte fiſico in due ſemicircoli *orientale*, e *occidentale*, e una perpendicolare, tirata ad eſſa per lo centro del medeſimo orizzonte, lo divide in due altri *ſettentrionale*, e *meridionale*. I ſemidiametri del detto orizzonte, che fanno le dette diviſioni, e che ſono indirizzati a quattro punti cardinali, danno il nome a quattro venti principali, che ſpirano ſecondo quelle direzioni, cioè *Tramontana*, o *Settentrione*, *Oſtro*, *Levante*, e *Ponente*. Le direzioni de' ſemidiametri, che fanno con ciaſcuno di queſti quattro un angolo di gradi 45, appartengono ad altri quattro venti meno principali, cioè *Greco* fra tramontana, e levante, *Scirocco* fra levante, e oſtro, *Garbino*, o *Libeccio* fra oſtro, e ponente, e *Maeſtro* fra ponente, e tramontana. Gli intervalli compreſi fra queſti ſi ſuddividono a mezzo, aſſegnandoſi le diviſioni ad altri otto venti, i nomi de' quali ſi compongono dall' accoppiamento de' nomi di queſti, e di nuovo gli archi, che rimangono danno altre 16 diviſioni, che ſi chiamano *le quarte*, onde i venti ſi contano in tutti per 32, e le direzioni loro ſi chiamano *Rombi*, o *Rumbi*. L' uſo loro è più nella nautica, che nell' Aſtronomia, e ſono più conoſciuti co' nomi franceſi, ingleſi, o olandeſi, che co' noſtri italiani. Fra nomi dati a venti dai latini, i ſoli quattro cardinali *Boreas*, *Subſolanus*, *Auſter*, o pure *Notus*, e *Favonius*, ovvero *Zephyrus* corriſpondono ai noſtri nomi di *Tramontana*, *Levante*, *Oſtro*, e *Ponente*, perocchè la diviſione degli ſpazi intermedii non era preſſo di loro la medeſima, che preſſo noi. Veggaſene la deſcrizione preſſo i Geografi.

VIII. Un ago calamitato poſto in equilibrio intorno al ſuo centro di gravità ſi addatta da ſe ſteſſo alla direzione della meridiana, o più toſto ſi mette nel piano del meridiano, perocchè ſecondo le più diligenti oſſervazioni, che ne ſono ſtate fatte, quando egli ſia ſoſpeſo liberamente ab-

baſſa

bassa una delle sue estremità sotto l' orizzonte fisico, drizzandola verso il polo terrestre, che più gli è vicino: Non sempre però, ne in ogni luogo del mondo egli prende esattamente questa direzione, ne rispetto al piano del meridiano, ne rispetto al polo terrestre; ma ne declina per lo più alquanto, e questa declinazione ne in tutti i luoghi ad un tempo, ne per un medesimo luogo in ogni tempo, è la medesima, ne tali variazioni sono per anco state ridotte ad alcuna certa regola. Un circolo compartito nelle 32 direzioni de' venti, e che nel suo centro sostenga in equilibrio un ago calamitato, chiamasi *bussola*, e collocato che sia in un piano orizzontale, serve per riconoscere a un dipresso i cardini del mondo, indicandosi dall' ago il settentrione, e il mezzo giorno. Questo arnese ha uso nella nautica, ed anco nelle descrizioni de' picciòli tratti di paese, che chiamansi *carte*, o *mappe corografiche*, o *topografiche*.

IX. La linea meridiana serve eziandio a misurare gli angoli di posizione de' luoghi terrestri visibili da un dato luogo. Angolo di posizione (*Fig.* 23) di qualsivoglia oggetto terrestre immobile H rispettivamente ad un dato luogo della terra A, e propriamente l' angolo sferico HAI compreso fra il meridiano terrestre IA del detto luogo A, e il circolo massimo terrestre AH, tirato per A, e per quel oggetto H. Questo circolo massimo non è, che la comune sezione della superficie della terra col piano del circolo verticale ZOG, che passa per lo Zenith Z del luogo A, e per lo punto H. La linea AG, tangente della terra in A, tirata per questo medesimo piano verticale, incontrando l' orizzonte fisico in G, determina in questo l' arco GM, compreso fra il detto punto G, e il cardine settentrionale, o meridionale M, il qual arco misura tanto l' angolo piano GAM, quanto il detto angolo sferico HAI, onde anco il detto angolo piano GAM dicesi angolo di posizione dell' oggetto H; e quando questo oggetto sia tant' alto sopra la superficie terrestre, che avanzi sopra il piano dell' orizzonte fisico, o almeno arrivi a questo piano colla sua sommità, può determinarsi il suo angolo di posizione, misurando l' angolo piano GAM, il quale può essere *orientale*, o *occidentale*, secon-

ſecondo che la linea A G cade dall' una, o dall' altra parte della meridiana R A M. Alcuni chiamano angolo di poſizione d' un oggetto terreſtre l' angolo, che fa in A la linea viſuale tirata nell' orizzonte fiſico a quell' oggetto, non già colla meridiana, ma con altra linea tirata a qualche altro oggetto terreſtre, di cui ſi ſupponga nota la ſituazione.

X. I medeſimi archi d' orizzonte fiſico come M G, o ſia gli angoli piani M A G, miſurano eziandio gli angoli sferici M Z O, fatti nel vertice Z dal meridiano M Z, e dal verticale Z O G di qualſiſia oggetto celeſte S. Non ſogliono però queſti chiamarſi angoli di poſizione, ma *angoli*, o *archi azimutali*, e ponno anch' eſſi eſſere *orientali*, o *occidentali*, come ſi è detto degli angoli di poſizione. Servono gli angoli azimutali per gli oggetti celeſti (come quelli di poſizione per li terreſtri) a determinare fra gli infiniti verticali, che ponno tirarſi per lo Zenith Z, qual ſia quello, in cui ſi trova l' oggetto in qualſiſia tempo, in cui abbiaſi la miſura dell' angolo, che il ſuo verticale fa col meridiano.

Sezione IV.

Della miſura degli angoli azimutali, della determinazione del tempo, del paſſaggio degli oggetti celeſti per qualſivoglia circolo verticale, e delle altezze meridiane.

I. PEr determinare coll' oſſervazione la quantità dell' angolo azimutale d' un oggetto celeſte in un dato iſtante di tempo, ſi può praticare un metodo ſimile a quello, che ſi è tenuto per ſegnare la meridiana; cioè ſecondando con un traguardo il moto di quell' oggetto celeſte ne' piani, che vanno paſſando, per un filo ſoſpeſo a piombo ſopra un punto della meridiana, la quale ſi ſuppone già ſegnata in un piano orizzontale, e arreſtando poſcia il traguardo in quell' iſtante di tempo, in cui ſi vorrà determinare l' angolo azimutale dell' oggetto, e finalmente ſoſpendendo un' altro perpendicolo, che paſſi per lo centro del traguardo fermo in quel ſito. Il punto, che queſt' ultimo perpendicolo ſegnerà nel piano orizzontale, congiunto per una linea ret-

ta col punto della meridiana, ſu cui pende l' altro perpendicolo, darà la comune ſezione dell' orizzonte fiſico col azimut dell' oggetto nell' iſtante dell' oſſervazione, e l' angolo che queſta retta farà colla meridiana [il qual angolo però miſuraſi cogli archi d' un circolo deſcritto nel medeſimo piano orizzontale, e che abbia per centro il detto punto della meridiana] ſarà l' angolo, che ſi cerca.

II. Si trovano deſcritte preſſo gli autori diverſe altre forme di ſtrumenti per miſurare gli angoli azimutali, e per prendere ad un tempo ſteſſo la miſura delle altezze dell' oggetto, ma non ſono molto ſicure nella pratica, per la difficultà, che vi è di mantenere l' iſtrumento ſempre in un piano verticale nel moverlo, che ſi fa per ſecondare il movimento dell' oggetto.

III. Se il piano azimutale foſſe dato, e ſegnata nel piano orizzontale la comune ſezione di amendue queſti piani, e ſi cercaſſe ſolamente il tempo dell' orologio, in cui un oggetto celeſte arriverebbe al detto azimuto, allora ſoſpeſi due fili a piombo ſopra due punti della detta comune ſezione, ſi collocherebbe l' occhio in guiſa, che il più vicino all' occhio di queſti due fili gli copriſſe l' altro, e tenendo immobile l' occhio in tal poſitura, ſi aſpetterebbe, che l' oggetto veniſſe a paſſare per lo piano comune all' occhio, e ad amendue i fili, talchè appariſſe tagliato per mezzo da queſto piano, e noterebbeſi in quell' iſtante il tempo bramato dell' orologio. Queſto metodo può anco ſervire per determinare il tempo del paſſaggio degli oggetti celeſti per lo meridiano, ove ſi abbia la meridiana già ſegnata, come fu accennato alla Sezione 2 num. 5.

IV. Potrebbe ancora accomodarſi il piano di un' iſtrumento da prender le altezze (ſimile a quello, che fu deſcritto alla Sezione prima num. 2) in maniera, che egli foſſe a piombo ſopra la linea, che determina nell' orizzonte il dato angolo azimutale, o ſopra la ſteſſa meridiana, ove ſi trattaſſe del paſſaggio degli oggetti per lo meridiano, e alzando, o abbaſſando il lato dell' iſtrumento, ſu cui è poſto il cannocchiale, o pure le pinnule, ſenza mai diſtogliere il piano di quello dalla detta ſituazione verticale, notar il

tempo in cui s' incontrasse l' oggetto nella retta tirata per le due pinnule, o per l' asse del cannocchiale. In tal caso dovrebbero le pinnule consistere in due semplici fori, o in due aghi piantati in linea parallela al piano dell' istrumento, e così pure dovrebbe l' asse del cannocchiale esser parallelo al piano suddetto. Con tale strumento si può ad un tempo stesso determinare l' altezza apparente dell' oggetto.

V. Il medesimo può ottenersi con sospendere un quadrante, o altro arco di circolo dietro a un muro immobilmente in maniera, che il piano, in cui è il centro, et il lembo, sia a piombo sopra la linea meridiana, o sopra quella retta segnata nel piano orizzontale, che determina l' azimut, per cui cercasi il tempo del passaggio dell' oggetto. In tal caso il cannocchiale, o la allidada, che porta i traguardi, dee esser mobile intorno al centro dell' arco, e con questo ancora potrà aversi ad un tempo stesso l' altezza apparente, e il tempo dell' arrivo della stella a quel circolo. Quì pure è necessaria la cautela di sopra accennata, che la linea, per cui si traguarda, sia parallela al piano dello strumento; ma il più difficile è, che questa sia rigorosamente tutta in un piano stesso, e non essendovi, la linea, per cui si guarda, non guarderà al girarsi di essa sempre ad un circolo massimo della sfera celeste, ma descriverà una superficie conica, o quasi conica, ne potrà dare esattamente il tempo, che si cerca.

VI. Se nell' istante del passaggio d' una stella per lo meridiano se ne misurerà l' altezza apparente, o col medesimo istrumento, con cui si determina il tempo di tal passaggio, o con altro, quella sarà l' altezza meridiana della stella. Si può questa misura ottenere anco senza sapere il tempo dell' arrivo della stella al meridiano. Basta andare osservando frequentemente le altezze della stella, mentre ella si va accostando al meridiano. La massima di queste altezze, se la stella nell' accostarsi al meridiano si andrà continuamente alzando, o la minima, se continuamente si andrà abbassando, sarà l' altezza meridiana.

VII. Se fosse possibile ad un' uomo fare il giro della terra nel tempo stesso, che una fissa, o un' altro oggetto ce-

celeste fa la sua rivoluzione con moto equabile da un meridiano al medesimo meridiano, e questo giro si facesse da oriente verso occidente anch' esso con moto equabile, e sopra un parallelo all' equatore, o sopra altra linea, in modo che i tempi, in cui si scorressero gli archi di questo viaggio, fossero proporzionali agli angoli de' circoli orarii astronomici, fra quali fossero intercetti questi archi, è manifesto, che cominciando questo giro nel momento, che quell' oggetto, v. g. quella fissa fosse nel meridiano del luogo, da cui si partisse, si vedrebbe perpetuamente sempre di mano in mano la medesima stella nei meridiani di tutti i luoghi, ove si andasse giungendo, per modo che contando le ore di quella fissa, il viandante conterebbe sempre l' ora 24, e tornando al luogo, onde partì, troverebbe ancora la medesima ora del medesimo giorno, come se egli avesse fatto in un istante tutto il giro della terra; mentre intanto, chi fosse stato fermo in quel luogo, avrebbe contato un intero giorno di quella fissa. Il medesimo dovrebbe succedere, se il viandante facesse questo giro con moto più lento, impiegandovi qualsivoglia numero di giorni, ed anco movendosi con moto non equabile, perocchè tutti questi giorni di più, contandosi tanto da lui, quanto da chi stesse fermo nel detto luogo, nell' ultimo si troverebbe contar quello [come prima] solo un giorno di meno di quel, che conti questo. Tutto l' opposito succederebbe ad uno, che facesse il detto giro da ponente a levante. Egli dovrebbe al ritorno contare un giorno di più di quello, che stesse fermo nel luogo della partenza.

SEZIONE V.

Della maniera di determinare l' altezza del polo, le declinazioni delle fisse, e degli altri oggetti celesti nel meridiano.

I. IL fondamento della maggior parte delle osservazioni, per mezzo delle quali si ponno determinare i luoghi degli oggetti nella sfera celeste, è la misura dell' altezza del

del polo, o sia della latitudine del luogo terrestre, da cui intendesi di farne l' osservazioni.

II. Sia dunque il polo visibile P (*Fig.* 24) intorno a cui descriva una di queste fisse il parallelo BD, che taglia il meridiano ne' punti B, D. Si osservi l' altezza apparente della stella nell' uno, e nell' altro tempo del suo passaggio per lo meridiano in B, D, la qual' altezza nelle stelle fisse è la medesima, che la vera, ed ha per misura gli archi OD, OB del meridiano compresi fra l' orizzonte CO, e i detti punti B, D. La semidifferenza di questi archi sarà l' arco BP, che è la vera distanza delle stelle dal polo P, il qual arco aggiunto alla minore delle due altezze OB, darà l' altezza del polo OP. L' istesso arco PB sarà il compimento della declinazione della stella, onde ad un tempo stesso si avrà questa declinazione con sottrarne l' arco PB da gradi 90. Questo metodo non può servire nella sfera retta, o ne' luoghi, dove è sì poco obbliqua, che niuno de' paralleli descritti da qualche fissa visibile all' occhio nudo sia di perpetua apparizione, ma per tali luoghi dovrà praticarsi altro metodo, che fra poco esporremo.

III. Data l' altezza del polo sarà dato il compimento di essa ZP, che è la distanza del polo dal vertice, come pure sarà data (per le cose dette di sopra) la distanza dell' equatore dal vertice, o latitudine del luogo, che sempre è eguale all' altezza del polo, e finalmente l' altezza dell' equatore, che ne è il compimento.

IV. Trovata l' altezza del polo di qualsivoglia luogo terrestre, si può determinare dal luogo stesso la declinazione di tutte le stelle fisse visibili da quel luogo (nel che non vi ha differenza tra la vera, e l' apparente) come pure la declinazione apparente, che avrà nel meridiano qualsivoglia altro oggetto celeste, con osservarne solamente l' altezza meridiana. Sia dunque (*Fig.* 25) di nuovo il polo visibile P, il vertice Z, il cardine più vicino al polo suddetto H, il più lontano O, e finalmente E la sezione dell' equatore EQ col meridiano. Se l' oggetto passerà per lo meridiano nel quadrante ZO dalla parte del Zenith posta verso il polo invisibile, con una altezza OB minore dell'

altezza

altezza dell' equatore OE, la declinazione BE sarà della specie del detto polo invisibile, e si avrà sostraendo OB da OE; ma se vi passerà con altezza OD maggiore di OE, la declinazione ED sarà della stessa denominazione del polo visibile P, e risulterà sottraendo OE da OD. Se poi l' oggetto passasse per lo meridiano nel quadrante ZH, in cui cade il polo visibile, e con altezza HC maggiore dell' altezza del polo HP, sottraendo HP da HC, si avrebbe la distanza del polo PC, il cui compimento CE sarebbe la declinazione; e se con altezza HG minore di HP, tolta HG da HP, resterebbe la distanza del polo GP, e il compimento di questa GE sarebbe la declinazione.

V. Negli oggetti, che non hanno parallasse sensibile, le declinazioni trovate in tal modo, e le distanze dal polo, che ponno dedursene, sono le vere, ma in quelli, che si può dubitare, che abbiano parallasse, si debbono riguardare solo come apparenti, e queste non si mantengono le medesime fuori del meridiano, se non quando il luogo apparente descrivesse un parallelo all' equatore.

VI. Data la declinazione di una fissa, si potrà ritrovare facilmente l' altezza del polo di qualsivoglia altro luogo terrestre, da cui quella fissa sia visibile, con osservarne l' altezza meridiana, servendosi per dedurre la detta altezza del polo d' un' ordine contrario a quello, che abbiamo tenuto poc' anzi al num. 5 per dedurre dall' altezza del polo la declinazione; perocchè il paragone dell' altezza meridiana della stella, o del suo compimento colla declinazione di essa, o del suo compimento, nota che sia la specie della declinazione, darà sempre, o immediatamente l' altezza del polo, o quella dell' equatore, o i loro compimenti; e questo metodo può servire per trovar l' altezza del polo in sfera retta, o ne' luoghi di sfera poco obbliqui. Dee tuttavolta avvertirsi, che le declinazioni delle fisse (non che degli altri corpi celesti) non son perpetue, ma si mutano a cagione del non descriver esse in tutto rigore un parallelo all' equatore, come fu accennato alla supposizione 4 nella annotazione 2, e come a suo luogo più pienamente si vedrà, ma tal mutazione nello spazio di poche rivoluzioni di quella fissa è affatto insensibile.

Si-

SEZIONE VI.

Come si possa determinare colle osservazioni a qualsivoglia tempo, la posizione di qualsivoglia oggetto celeste nella sfera immobile.

I. MEdiante la latitudine, e la longitudine geografica di qualsivoglia luogo terrestre, è manifesto, che il vertice di quel luogo nella sfera celeste immobile sempre sarà dato; perocchè numerando dalla sezione del meridiano celeste, che corrisponda al primo de' meridiani terrestri, sopra l' equatore celeste verso oriente tanti gradi, o parti di gradi, quanti ne ha la longitudine del luogo proposto, il circolo meridiano di questo luogo sarà quello, che passerà per quel grado d' equatore, e numerando di nuovo da questo grado d' equatore sopra questo meridiano tanti gradi, e parti di gradi, quanti ne ha la latitudine del luogo, e da quella parte, che mostra la specie di essa, si determinerà il vertice del medesimo luogo terrestre.

II. Ciò supposto, se immagineremo, che questo meridiano [*Fig.* 26] sia HZPO, e in esso il vertice del luogo Z, e il polo P, e in oltre, che qualsivoglia parte della sfera immobile S sia il luogo vero, o apparente d' un oggetto celeste, per un istante di tempo. Se questo punto S sarà nel meridiano, data che sia, o la sua altezza, o la distanza dal vertice, o in fine la declinazione, o la distanza dal polo (le quali misure tutte abbiamo mostrato, come si determinino nel meridiano colle osservazioni) è evidente, che il detto punto sarà dato di posizione nella sfera immobile. Se poi egli sarà fuori dal meridiano, allora per quel punto S intendiamo, che passi il circolo verticale ZS, e l' orario SP, e si considerino nel triangolo ZSP i tre angoli Z, S, P, e i due lati ZS, SP (oltre il ZP, che è il compimento dell' altezza del polo, o sia della latitudine del luogo, che si suppone noto) delle quali cinque parti (che in dieci modi a due a due ponno combinarsi) quando due ne sieno note, cioè misurate colle osservazioni, è manifesto, che sempre si potrà geometricamente, e trigonome-

tri-

tricamente determinare nella sfera immobile la posizione del punto S.

III. Noi abbiamo mostrato come di queste cinque parti se ne possano determinare almeno quattro colle misure, il che può dare sei combinazioni. Imperocchè il lato ZS, è la distanza apparente dal vertice del punto S, che si può osservare, come nella Sezione prima numero 2. Il lato SP è il compimento della declinazione la quale abbiamo mostrato, come si osservi nel meridiano, e negli oggetti, che non hanno parallasse sensibile, come le fisse, e in tutti quelli, che apparentemente descrivono un parallelo all' equatore, si mantiene la medesima anche fuori del meridiano. L'angolo Z, e l'angolo azimutale dell' oggetto, che può osservarsi come alla Sezione 4 numero primo, e l'angolo P risulta dalla differenza del tempo dell' orologio equabile tra l' osservazione fatta in S, e il passaggio dell' oggetto per lo meridiano, purchè però non vi sia sospetto di parallasse, e il moto apparente verso occidente sia equabile, come si è spiegato nel fine del capo antecedente, onde combinando due di queste osservazioni, si avrà il modo di determinare nella sfera immobile a qualsivoglia tempo la posizione del punto S.

IV. Anzi ove l' altezza del polo ZP non fosse nota, combinando tre osservazioni di tre di queste parti, essa si potrà ritrovare, il che potrà aver uso in que' casi, ne' quali non può servire il metodo ordinario di valersi delle stelle di perpetua apparizione per rinvenirla.

Sezione VII.

Della determinazione delle amplitudini ortive, e occidentali, e degli archi semidiurni delle fisse.

I. Data la declinazione di una fissa, o altro oggetto celeste, è facile determinare in un dato luogo terrestre anche senza alcuna particolare osservazione, ma col solo calcolo l' amplitudine orientale, o occidentale di quell' oggetto, purchè la detta declinazione sia costante, cioè non si va-

si vada mutando nel tempo d' una rivoluzione diurna di quello. Imperocchè nel triangolo E C D, [*Fig.* 27] che vien fatto dall' arco del circolo orario, o sia di declinazione PED, che passa per lo punto D dell' orizzonte, per cui si suppone passare la stella, o dalla parte orientale, o dalla occidentale dell' arco di orizzonte C D fra questo punto, e il cardine orientale, o occidentale C, e dall' arco di equatore E C compreso fra il medesimo cardine, e il punto E, ove egli incontra il detto orario P E D, essendo dato l' angolo retto E col lato E D declinazione della stella, e col angolo D C E, che misura l' altezza dell' equatore H Q, eguale al compimento dell' altezza del polo Z P, che si suppone nota nel dato luogo, si avrà l' amplitudine cercata C D, che conviene a quel parallelo, e che sarà della denominazione del polo occulto R, ove la declinazione E D sia dalla parte di quel polo, e così pure nel triangolo C e d cogli stessi dati, si avrà l' amplitudine C d dalla parte del polo visibile, ove la declinazione e d sia da questa parte.

II. Nei medesimi triangoli si avrà l' arco semidiurno, calcolando l' arco E C, o pure C e il quale sottratto dal quadrante Q C, se la declinazione D E è verso il polo occulto, o pure aggiunto al detto quadrante Q C se la declinazione e d, è verso il polo visibile, darà l' arco d' equatore E Q, o pure e Q simile all' arco semidiurno D M, o pure d m fra l' orizzonte, e il meridiano, che conviene a quel parallelo, e che ridotto in tempo potrà mostrare la metà della sua dimora sopra l' orizzonte, e raddoppiato, tutta la dimora. L' arco semidiurno sottratto da gr. 180 darà il seminotturno D S, ovvero d s, il cui doppio è l' arco notturno.

III. Il suddetto arco d' equatore C E, o pure C e, che è intercetto fra il cardine C, e il circolo di declinazione P E D, o pure P d e, che passa per lo punto D, o d, in cui il parallelo della stella taglia l' orizzonte, chiamasi *differenza ascensionale* della medesima stella.

CA-

CAPO QUINTO

Delle refrazioni aſtronomiche.

Sezione I.

Di una nuova ſuppoſizione intorno alla refrazione de' raggi degli oggetti celeſti.

Con quelle poche ſuppoſizioni, che nel primo capo abbiamo premeſſe, e col fondamento di quelle regole, che ne abbiamo dedotte per riferire dalla terra le poſiture de' corpi celeſti a' circoli, e punti della sfera dell'univerſo, hanno creduto gli antichi aſtronomi poterſi ſpiegare tutti i fenomeni, che riguardano il movimento univerſale, e noi potreſſimo farlo vedere enumerando quelle apparenze, che da diverſi luoghi della terra ſi oſſervano, e moſtrando inſieme, come corriſpondano a quelle prime, e rozze oſſervazioni, che eſſi ne avevano fatte, o che ponno farſene ancora da chi che ſia, o colla ſemplice eſtimazione oculare, o con inſtrumenti non molto eſatti. Ma da che i più moderni ſi diedero ad oſſervare più eſattamente i moti celeſti, e molto più da che coll' invenzione dell'orologio a pendolo, e coll'applicazione del cannocchiale agli ſtrumenti aſtronomici queſt' arte dell' oſſervare è ſtata ridotta a molto maggior perfezione, non è maraviglia, che ſiaſi ſcoperto ciò, che i primi aſtronomi privi di tali ſoccorſi non avevano potuto ſcoprire, cioè che il comune movimento qualche poco ſi allontani dal ſecondare eſattamente le dette ſuppoſizioni; il che avendo obbligati i moderni a ricercarne le ragioni, hanno eſſi dopo Bernardo Woltero, che fu il primo a dar lume agli altri in queſta materia, comunemente creduto niente doverſi mutare nelle dette ipoteſi aſtronomiche, da quelli ſtabilite, ma ſolo aggiungervene un' altra, che corregge l' ipoteſi ottica da noi accennata ſul principio del capo 3, cioè: che gli oggetti celeſti ſi veggano da noi in quella linea, che congiunge l' occhio coll' oggetto nella maniera, che ora ſpiegheremo.

SUPPOSIZIONE V.

Che ciascun raggio tramandato da corpi celesti verso la terra, entrando nell' atmosfera si rifranga, accostandosi alla perpendicolare tirata alla superficie di questa nel punto, in cui quel raggio la penetra, nel medesimo piano, che passa per lo raggio incidente, e la detta perpendicolare; e che l' oggetto, che per esso raggio si vede, apparisce in quella retta linea, secondo la quale il detto raggio entra immediatamente nell' occhio.

ANNOTAZIONI.

I. QUesta ipotesi ne presuppone un' altra, che da' fisici viene comunemente accettata, cioè che il globo terraqueo venga circondato da ogni parte da una sfera d' aria concentrica al medesimo, la quale sia piena di vapori, e delle esalazioni, che continuamente escono dalla terra, e chiamasi atmosfera, o sia poi, che questi vapori occupino tutto quello spazio, che occupa l' aria, o come più comunemente si crede, che non oltrapassino in questa una certa altezza, la quale determinerà il diametro dell' atmosfera.

II. Si è detto nella suppposizione, che la refrazione de' raggi si fa nell' entrare nell' atmosfera, ma potrebbe forse dubitarsi, che ciò non seguisse più tosto nell' ingresso de' raggi nella parte suprema dell' aria, ancorchè questa fosse per avventura libera da' vapori, cioè nel confine della sostanza celeste, e dell' aerea. Ognuno può credere intorno a ciò quello, che più gli piace, finchè si sia trovato qualche modo sicuro di accertarsene, che finora non si è ritrovato.

III. Sia pertanto EB (*Fig.* 28) la superficie refrattiva dell' aria, (che così chiameremo quella superficie, nel cui ingresso segue la refrazione) intorno al medesimo centro C, che è quello della terra, e dall' oggetto celeste S venga un raggio SB, che penetri questa superficie in B. Vuole la supposizione, che il raggio SB si rifranga nel punto B, cioè che in vece di proseguire il suo cammino rettilineo per la

retta

retta BD continuata colla SB, si pieghi nel punto suddetto B, come in BA, e piegandosi si accosti alla linea CB, che è la perpendicolare tirata nel detto punto B alla superficie sferica EB, per modo, che l'angolo ABC, che egli fa, dopo essersi piegato in B, colla detta perpendicolare CB, sia minore dell'angolo DBC, o sia SBK, che il raggio SBD, [il quale dicesi *raggio incidente*] faceva colla detta perpendicolare CBK; e che tutto ciò succeda in modo, che il raggio BA, che chiamasi *raggio refratto* sia nel medesimo piano, che passa per lo raggio incidente SBD, e per la perpendicolare CBK. E in fine che arrivando il detto raggio refratto BA all'occhio A, posto o sulla superficie terrestre, o anco elevato alquanto sopra di essa l'oggetto S veggasi dall'occhio nella direzione, con cui entra nell'occhio il raggio refratto AB, la qual direzione prolungata incontri la sfera celeste in F, e non già nella direzione di quella linea, che congiungerebbe l'occhio A col punto S, come dagli antichi astronomi, e da noi con essi, finora si era supposto. Questa ipotesi è conforme alle leggi della diottrica, le quali vogliono appunto, che ciascun raggio passando da un mezzo più raro, qual si può prendere la sostanza celeste, o l'aria più pura, ad un più denso, come la sostanza aerea, o l'aria più vaporosa, si refranga, accostandosi alla perpendicolare, e mantenendosi nel piano tirato per questa, e per lo raggio incidente; e che l'oggetto veggasi dall'occhio, che riceve il raggio refratto, secondo la direzione, con cui questo entra nell'occhio.

IV. Essendo per le cose dette le tre linee SB, BC, BA in un medesimo piano, e per conseguenza nel piano della retta CA, che è la linea verticale del luogo A, è manifesto, che questo piano sarà sempre verticale al detto luogo A, e sarà quel medesimo verticale, che passa per l'oggetto S, onde qualunque oggetto veggasi da qualunque luogo della terra per un raggio refratto, vedrassi sempre nel medesimo piano verticale, in cui l'oggetto si trova, cioè in quello, in cui sarebbesi veduto dal medesimo occhio senza refrazione.

V. L'angolo SBK, o pure DBC, che fa il raggio

incidente colla perpendicolare, chiamasi da diottrici *inclinazione del raggio incidente*, l' angolo ABC, o pure KBF, che fa colla medesima perpendicolare il raggio refratto, dicesi *inclinazione del raggio refratto*, e da alcuni *angolo refratto*, e finalmente l' angolo del raggio incidente SBD col raggio refratto FBA, cioè l' angolo DBA, o pure FBS, che è la differenza de' suddetti due angoli, vien detto semplicemente *refrazione*, o *angolo della refrazione*.

VI. Se dall' occhio A all' oggetto S si tirerà una retta linea AS, l' angolo BAS, che fa il raggio refratto BA, per cui si vede l' oggetto, colla linea AS, per cui egli si vedrebbe dal medesimo luogo A senza la refrazione, chiamasi da alcuni *refrazione astronomica*, e si considera come diverso dall' angolo DBA, che è quello, che si è chiamato refrazione, e che essi denominano *refrazione fisica*, come in fatti egli ne è alquanto diverso, parlando in tutto il rigore geometrico. Ma siccome la differenza degli angoli DBA, BAS non è, che l' angolo BSA, che si fa nell' oggetto da due linee, una tirata dalla superficie della terra A, e l' altra da un punto B della superficie refrattiva, la quale non si reputa essere di altezza molto considerabile sopra la terra in proporzione della gran distanza de' corpi celesti anche de' più vicini alla terra, e in oltre la retta AB, che congiunge questi due punti è situata obbliquamente rispetto alle linee BS, AS, onde non può sottendere in S, che un angolo assai piccolo, perciò quando si tratta di oggetti celesti, si considerano comunemente questi angoli, come eguali; onde la detta retta AS si riguarda come la medesima con una retta AV parallela al raggio incidente SBD, la quale si suppone, che sensibilmente incontrerebbe il centro dell' istesso oggetto celeste S, da cui viene il raggio suddetto SBD, e noi pure così faremo, prendendo l' egualità de' suddetti angoli, come una supposizione; onde l' angolo BAS, o BAV si denominerà anch' egli semplicemente *refrazione*, come il DBA senza fare differenza alcuna tra la refrazione fisica, e l' astronomica.

VII. In questa supposizione i punti I, O, V della sfera celeste, a' quali terminano le rette AS, BS, AV non sono sensi-

fenſibilmente, che un punto ſolo, che è quello, che ne' capi antecedenti ſi è chiamato luogo apparente dell' oggetto S. Il punto F a cui termina nella medeſima sfera il raggio refratto AB, ſi chiamerà il *luogo refratto*, o *veduto per refrazione* del medeſimo oggetto S. Queſto luogo, che, come ſi è moſtrato, è nel medeſimo circolo verticale VFZ, in cui è il punto I, e lo ſteſſo oggetto S, rieſce ſempre più alto del luogo apparente I di tanto, quanto è l' angolo FAI, che ha ſenſibilmente per miſura l' arco FI (come ſi moſtrerebbe tirando per lo centro C delle linee parallele ad AF, AI nel modo che ſi è praticato, parlando de' luoghi apparenti degli oggetti) cioè di tanto, quanta è la refrazione FAV, o ſia DBA. La diſtanza dal vertice ZAF, che conviene al punto F potrà chiamarſi *diſtanza del vertice del luogo refratto*, e il ſuo compimento *altezza del luogo refratto*.

Sezione II.

Delle leggi delle refrazioni aſtronomiche.

I. Alcuni Aſtronomi ſi ſono contentati di cercare la quantità della refrazione degli oggetti celeſti per mezzo di pure oſſervazioni, fatte nella maniera, che a ſuo tempo ſpiegheremo, ed hanno trovato, che ad eguali altezze apparenti del medeſimo oggetto, o di oggetti egualmente lontani dal centro della terra, convenivano eguali refrazioni, ma ad altezze apparenti diſeguali, le refrazioni erano diſeguali, e ſempre maggiori, quanto minore era l' altezza apparente, o ſia maggiore l' apparente diſtanza dal Zenith, onde la maſſima refrazione è nell' orizzonte ſiſico. Hanno in oltre trovato, o creduto trovare, che poſta una medeſima altezza, o diſtanza apparente dal vertice del luogo refratto due oggetti inegualmente lontani dal centro della terra aveſſero refrazioni ineguali, ed hanno perciò creduto di dover aſſegnare a ciaſcun grado di tali altezze le ſue refrazioni particolari alle ſtelle fiſſe, le ſue al Sole, e alla Luna le ſue. E finalmente ſecondo le loro determinazioni in niuno oggetto celeſte le refrazioni ſi rendevano

ſen-

fensibili, quando la sua altezza apparente eccedeva un certo numero di gradi, cioè al più gradi 45.

II. Ma siccome ne i metodi, che questi hanno tenuti in tal ricerca, erano assai certi, nè la loro dottrina mancava di qualche confusione a causa della mistura delle parallassi, che essi non separavano debitamente dalle refrazioni, nè in fine le osservazioni loro erano assai sottili, ed esatte, così il Cassini credette doversi ripigliar da capo questa ricerca, e valersi in essa del comune principio diottrico intorno alla refrazione de' raggi, che passano da un mezzo ad un altro, e con ciò ridurre le refrazioni a tal legge, che date per l'osservazione le misure di alcune refrazioni in certe circonstanze se ne potesse ritrovar la misura in tutte le altre, e questo metodo è stato seguitato da quasi tutti gli astronomi, che dopo lui hanno trattato di tal materia, benchè abbiano trovata qualche varietà nelle misure, ed in alcune altre particolarità, come andremo ora spiegando.

III. Il principio diottrico, su cui ha fondate il Cassini le leggi delle refrazioni astronomiche, è, che il sino dell'inclinazione del raggio incidente stia sempre al sino dell'inclinazione del raggio refratto in una proporzione determinata, e costante, ogni volta, che resti costante la diversità di amendue i mezzi, nel confine de' quali si fa la refrazione, come si suppone succedere nel caso delle refrazioni degli oggetti celesti. Sia per maggior chiarezza H B D (*Fig. 29*) un raggio incidente, A B il suo raggio refratto, C B K la perpendicolare alla superficie refrattiva nel punto dell'ingresso del raggio B. Sia di nuovo L G I un altro raggio incidente, G A il refratto, C G O la perpendicolare nel punto dell'ingresso O. Sarà, secondo il principio diottrico il sino di K B H, o pure di D B C, al sino A B C, come il sino di O G L, o di I G C, al sino di A G C.

IV. Da ciò siegue, che se due raggi refratti B A, G A passeranno per lo medesimo occhio A posto sulla superficie terrestre, dopo fatte le refrazioni ne' punti B, G della superficie refrattiva E B G concentrica alla terra, maggiore sarà la refrazione I G A, che corrisponde a maggior distan-

za

za dal vertice Z A R del luogo refratto R della refrazione D B A, che corrisponde a minor distanza dal vertice Z A Q del luogo refratto Q. Perocchè essendo l'angolo A G C, che corrisponde al primo caso, maggiore dell' A B C, che corrisponde al secondo (il che provasi nello stesso modo, che si è provato all'artic. 6 della Sezione 2 del Capo 3, maggiore essere la parallasse del medesimo oggetto in maggior distanza apparente dal vertice, che in minore) sarà anche attesa la detta proporzione costante dei sini, maggiore l'angolo I G C in quello, che il D B C in questo. Ma quando i sini di due angoli I G C, D B C hanno la stessa proporzione co' sini di due altri A G C, A B C, se i due primi sono maggiori dei due secondi, anco la differenza dei due primi angoli I G A è maggiore della differenza dei due secondi D B A, come può facilmente scorgersi senza altra dimostrazione, dall' osservare il progresso de' sini, e degli archi nel canone trigonometrico. Dunque la refrazione I G A, che conviene alla maggior distanza dal vertice del luogo refratto, sarà maggiore della refrazione D B A, che conviene alla minore; da che poi anche si inferisce, che la massima refrazione è quella, che dicesi *orizzontale*, cioè, quando il luogo refratto dell' oggetto sia nell' orizzonte fisico, e che nel vertice la refrazione svanisce; e coll' istesso discorso si proverà, che a due distanze del luogo refratto dal vertice, che sieno eguali, convengono refrazioni eguali, qualunque sia la lontananza dei due oggetti celesti, dei quali si tratta, dalla terra, e perciò le refrazioni delle stelle fisse saranno le medesime, che quelle del Sole, della Luna, e degli altri corpi celesti, quando il loro luogo refratto è l' istesso, cioè quando per refrazione si veggono per la medesima retta linea, o pure quando i loro luoghi refratti sono egualmente lontani dal vertice.

V. Su questi principii data, che fosse la ragione del semidiametro della terra A C, a quello della superficie refrattiva C G, e data eziandio la ragione costante de' due sini delle inclinazioni del raggio diretto, e del refratto, cioè dei sini di I G C, e di A G C si potrebbe a qualsisia distanza dal vertice Z A G del luogo refratto R calcolare la mi-

sura

ſura della refrazione I G A. Imperocchè nel triangolo G A C colla proporzione dei lati A C, C G, e col dato angolo G A C ſupplemento della diſtanza ſuddetta dal vertice Z A G, ſi avrà l'angolo A G C, e facendo poſcia il ſino di quello ad un altro ſino in quella coſtante ragione dei ſini delle dette inclinazioni, ſi avrà il ſino di I G C, per cui trovato I G C la differenza fra A G C, I G C ſarà la refrazione I G A, che converrà alla diſtanza dal vertice Z A G del luogo refratto R.

VI. Se la denſità dell' aria nella ſuperficie refrattiva non foſſe coſtante non potrebbe avere luogo queſta dottrina. Si può ſoſpettare di tal' incoſtanza non pure riſpetto a un medeſimo paeſe della terra in diverſe ſtagioni dell' anno, o in diverſe ore del giorno, o della notte, ma eziandio riſpetto a più paeſi nelle ſteſſe ore, o nelle ſteſſe ſtagioni. Forſe ancora la denſità dell' aria non è per un medeſimo luogo, e ad un medeſimo tempo la medeſima in diverſe parti di eſſa; ed è aſſai difficile ridurre tutte le irregolarità, che ponno eſſervi ad una certa regola. Perciò confeſſa il Caſſini, e dopo eſſo gli altri aſtronomi non poterſi a cagione di queſta irregolarità avere nella determinazione de' luoghi de' corpi celeſti quella ſomma eſattezza, che ſarebbe da deſiderarſi.

VII. Non oſtante queſte difficultà hanno gli aſtronomi ſu queſti principii, e coi metodi, che eſporremo, determinato a qualſivoglia altezza, o diſtanza dal vertice refratta le miſure delle refrazioni nel miglior modo poſſibile. Data poſcia la refrazione A G I, ſe ſi tirerà A V parallela al raggio incidente L G I, ſarà anche dato l' angolo G A V da aggiungerſi all' angolo Z A G diſtanza dal vertice del luogo refratto R per avere la diſtanza dal vertice Z A V inſenſibilmente diverſa dalla diſtanza apparente Z A M dal vertice dell' oggetto, il cui raggio incidente è L G I, ſe ſi foſſe veduto ſenza refrazione, giacchè per le coſe dette, la retta A V è inſenſibilmente inclinata alla retta A S M, che da A ſi tirerebbe per S, che ſupponiamo eſſer l' oggetto, da cui è venuto il detto raggio L G I. Onde la quantità della refrazione ſempre dee aggiungerſi alla diſtanza apparente dal vertice

tice del luogo refratto per avere la distanza apparente, qual sarebbe senza refrazione, e al contrario dovrà sottrarsi dall' altezza del luogo refratto per avere l' altezza apparente senza refrazione. Che se poi l' oggetto avesse in oltre parallasse sensibile, e questa fosse data, dopo aver ritrovato la distanza apparente dal vertice Z A V, o Z A M, dovrebbe sottrarsene la parallasse A S C, quando si bramasse la distanza vera dal vertice Z C T, o pure aggiungerla all' altezza apparente, quando si bramasse l' altezza vera.

VIII. Abbiamo mostrato come due, o più oggetti, de' quali il luogo refratto sia il medesimo, o (quel che è l' istesso) che si veggono amendue per refrazione in una medesima retta linea A G R, abbiano secondo questi principii la stessa refrazione qualunque sia la loro lontananza dalla terra. L' istesso dee dirsi, se amendue gli oggetti si troveranno nello stesso raggio diretto L S G; ma se amendue fossero in quella retta linea A S M, che congiunge l' occhio A, con uno di essi S, essendo l' altro a cagione d' esempio in P, non dee già credersi, che la loro refrazione fosse la medesima, benchè possa darsi, che la differenza sia piccolissima, e talvolta insensibile, come nella seguente Fig. 30, se l' occhio A sarà nella medesima retta con due oggetti S, P, e il raggio di uno di questi S B penetrando la superficie refrattiva in B, e rifrangendosi in B A, arriverà all' occhio A, quel raggio, che dall' altro oggetto P entrasse nel medesimo punto B, non si rifrangerebbe in B A, perocchè (posto il punto P più lontano da B del punto S) il detto raggio farebbe minor angolo d' inclinazione colla perpendicolare C B K di quello, che sia l' angolo S B K, onde per la legge della costante proporzione dei sini, dovrebbe talmente rifrangersi in B, che dopo la refrazione comprendesse colla detta perpendicolare C B un angolo minore dell' angolo A B C, e perciò non potrebbe arrivare all' occhio A. Dovrebbe dunque essere un' altro punto D della superficie refrattiva, più vicino alla linea verticale C A E, quello, in cui, penetrando un' altro raggio P D dell' oggetto P, si potesse refrangere in D A, ed entrare nell' occhio A, e per conseguenza essendo minore la distanza dal vertice refratta

E A D della E A B, minore sarebbe la refrazione in D, che in B, cioè minore quella dell' oggetto più lontano P, che del più vicino S.

IX. Molto meno potrebbero aver egual refrazione due oggetti S, Q posti nella medesima retta linea non già coll' occhio A, ma col centro della terra C, o (qual è l' istesso) che avessero amendue l' istesso luogo vero L, e perciò l' istessa, o egual distanza dal vertice vera Z C L, ma uno Q più lontano dell' altro S dal centro C; e ciò per una ragione affatto simile a quella, che poc' anzi si è addotta nell' articolo precedente; potendo tuttavia quì ancora succedere, che la differenza delle refrazioni dell' uno, e dell' altro fosse piccolissima, e talvolta anco si rendesse affatto insensibile.

X. Se parliamo in tutto rigore (*Fig.* 31), la misura della refrazione G B A osservata, o calcolata ad una determinata distanza dal vertice Z A B del luogo refratto di qualsivoglia oggetto celeste rispettivamente ai punti della superficie terrestre, come A, non può essere la vera misura della refrazione, che converrebbe ad una eguale distanza dal vertice Z D C del luogo refratto, rispettivamente ad un punto D posto sopra la superficie terrestre in qualche considerabile altezza, come nella cima d' un monte assai alto A D. Imperocchè sebbene nell' una, e nell' altra situazione dell' occhio la proporzione de' sini delle inclinazioni de' raggi incidente, e refratto colla perpendicolare è la medesima, come quella, che dipende dalla sola densità della superficie refrattiva C B, che si vuol supporre invariabile, e sebbene gli angoli K A B, K D C si suppongono eguali, nulladimeno ne' triangoli K A B, K D C non si troveranno eguali gli angoli A B K, D C K, che sono le inclinazioni de' raggi refratti A B, D C colle perpendicolari, ma sarà maggiore D C K di A B K di tanto, quanto è l' angolo C K B, che fanno le perpendicolari C K, B K nel centro della terra K; onde per lo principio diottrico maggiore sarà anco l' inclinazione F C K del raggio incidente T C, che si rifrange in C D, dell' inclinazione G B K del raggio incidente S B, che si rifrange in B A, e per conseguenza facilmente si mostrerà

ſtrerà (come all'articolo 4) maggiore dover eſſere la refrazione FCD della refrazione GBA; e il divario può non eſſere diſprezzabile, ove l'altezza DA ſia grande, e grandi eziandio gli angoli ZDC, ZAB; perocchè da queſti dati dipende la quantità dell'arco CB, che miſura l'angolo CKB differenza dei due DCK, ABK. Si dovrebbe pertanto nelle oſſervazioni, che ſi fanno in luoghi aſſai alti avere a ciò qualche riguardo, valendoſi delle miſure delle refrazioni adattate, non già a' punti della ſuperficie terreſtre, ma di una ſuperficie concentrica alla terra, che paſſaſſe per la ſommità D di quella eminenza, ove ſi faceſſero le oſſervazioni.

XI. In virtù della refrazione, poſto l'occhio ſulla ſuperficie della terra (*Fig.* 32) in A, ſi rende viſibile ſotto l'orizzonte ſiſico AH un arco di cielo HI, che per altro non ſarebbe viſibile a quell'occhio. Il punto eſtremo I di queſt' arco vedraſſi nell' orizzonte ſteſſo AH, e la miſura di eſſo ſarà l'angolo ABT, che è la refrazione orizzontale, cioè quella refrazione, che converrebbe al raggio incidente IB, che rifrangendoſi in B toccherebbe la terra in A, come è manifeſto, tirando AN parallela ad IB, che comprenderà l'angolo HAN eguale a TBA, e che avrà ſenſibilmente per miſura l'arco HN, o ſia HI. Tutti gli oggetti celeſti poſti ſopra la linea BI verſo il vertice potranno vederſi dal punto A ſopra l'orizzonte, e niuno potrà vederſene di quelli, che ſaranno ſotto queſta linea verſo il Nadir, non potendo arrivar all'occhio A alcun raggio refratto di ſotto alla tangente BA. Nell'iſteſſa maniera troveraſſi, che dal vertice di qualſivoglia monte D non pure potrà ſcoprirſi ſotto il detto orizzonte ſiſico l'arco HF determinato dalla tangente della terra DEF, che circoſcrive l'orizzonte ſenſibile, ma anco l'arco MF, che ha per miſura la refrazione GKE fatta dal raggio incidente MK, il quale refrangendoſi in KE, tocca la terra in E, e perciò queſt' arco MF è eguale all'arco IH, poc' anzi trovato. Quindi è, che in vigore della refrazione tutti gli oggetti celeſti ſi vedranno naſcer più preſto, e tramontare più tardi di quello, che ſarebbero ſenza la refrazione, e alcune ſiſ-

I 2 ſe,

se, che in un dato luogo sarebbero di perpetua occultazione, potranno per qualche tempo vedersi, e alcune, che dovrebbero per qualche tempo asconderst sotto l' orizzonte, potranno essere di perpetua apparizione.

Sezione III.

Delle refrazioni curvilinee.

I. Siccome nel penetrare de' raggi dentro la prima superficie dell' aria, o dell' atmosfera si sono avvisati gli astronomi doversi quelli rifrangere a cagione delle densità diverse del mezzo, in cui entrano da quella del mezzo etereo, o celeste, per cui fino a quel segno si erano inoltrati, così con molta ragione altri hanno sospettato, che nell' andarsi il raggio avanzando sempre più addentro nell' aria, trovandola di mano in mano più, e più diversa, e vaporosa nelle parti più vicine alla terra, debba ad ogni momento andarsi rifrangendo, e con ciò descrivere nell' aria una linea non già retta, come fin' ora si è supposto, ma curva; giacchè tale dee essere quella strada, in ciascun punto della quale si va continuamente mutando la direzione della linea.

II. Sia dunque il raggio incidente S B, che procedendo da qualsivoglia oggetto celeste posto nella linea SB (*Fig.* 33) penetri l' atmosfera D B in B, et ivi deviando dalla sua direzione S B a rifrangasi verso la perpendicolare C B, e prenda la direzione B i b. Se il mezzo, per cui egli dopo questa refrazione si va avanzando, fosse di densità uniforme, egli proseguirebbe il cammino per la detta retta B i b; ma se intenderemo il detto mezzo compartito in più superficie sferiche E i, F m, G n, H e &c. nel confine delle quali si vada mutando la densità, e sempre accrescendosi a misura, che queste più si vanno accostando alla superficie della terra A K, il raggio refratto B i b non proseguirà retto per questa direzione. Giunto alla superficie E i nel punto i di nuovo si refrangerà, accostandosi alla perpendicolare, che da C si tirarebbe a questa superficie nel punto i, e prendendo una nuova direzione i m c, dalla quale di nuovo egli devierà

nel

nel punto m, all' incontro dell' altra superficie F m, rifrangendosi in m n d, e così sempre finchè arrivi alla superficie terrestre in qualche punto di essa A, e se intenderemo, che le suddette superficie sieno di numero infinite, e i loro intervalli infinitamente piccoli, la strada, che il raggio suddetto avrà fatta, sarà una linea curva B i m n e A, sempre concava verso BC, a cagione del doversi sempre il raggio rifrangere verso le linee perpendicolari tirate per li punti i, m, n dal comune punto C.

III. Non si può determinare la natura della curva B i m n e A, senza sapere con qual legge vadano variando le densità dell' aria nell' accostarsi alla terra, dipendendo da questa legge la regola, con cui in ciascun punto varierà la proporzione del sino dell' inclinazione del raggio incidente al sino dell' inclinazione del raggio refratto colla perpendicolare. I Geometri hanno prese diverse ipotesi intorno a questa legge, e sul fondamento di quella hanno ricercata la natura di questa curva, e le sue proprietà.

IV. Per quello, che riguarda l' uso astronomico, si dee considerare, che secondo le leggi ottiche, qualunque siasi la natura di tal curva, l' oggetto dovrà apparire all' occhio A nella direzione della linea A e, che è la tangente di questa curva nel punto A, o sia il lato infinitamente piccolo di essa nel suo estremo A. Questa retta A e prolungata fino alla sfera del primo mobile darà il punto R, che sarà il luogo refratto dell' oggetto, e però Z A R la distanza dal vertice del detto luogo refratto.

V. Se immagineremo, che la retta A e R incontri le direzioni S B a, B i, i m &c. del raggio nelle diverse sue parti, o sia le tangenti della detta curva, ne' punti a, b, c, d, e, l' angolo R a S sarà eguale alla somma di tutte le infinite refrazioni, che si saranno fatte ne' punti B, i &c. Imperocchè l' angolo esterno R a S è eguale alla refrazione a B b, che si fa nel punto B, con di più l' angolo a b B, il quale è eguale anch' esso alla refrazione b i m, che si fa in i, con di più l' angolo b c i, che di nuovo è eguale alla refrazione c m d, che si fa in m, con di più l' angolo c d m, e così proseguendo, si troverà, che l' angolo R a S è finalmente

mente eguale alla ſomma degli angoli di tutte le refrazioni fatte in B, i, m &c. con di più l' angolo d e n, il quale eſſendo infinitamente piccolo, come quello, che vien compreſo dalle tangenti della curva A e, e n, ne' due punti infinitamente vicini A, n, ſi dee traſcurare, e perciò l' angolo R a S ſarà preciſamente eguale alla ſomma di tutte le dette refrazioni da B fino in A. Se ſi ſuppone, che la denſità dell' atmosfera della terra fino alla ſua eſtremità D B, vada, come è aſſai veriſimile, talmente ſcemando, che nella prima ſuperficie refrattiva D B ſi renda quaſi inſenſibile, onde il raggio S B non tocchi, che una piccoliſſima differenza di denſità fra la materia eterea S B, e quella dell' atmosfera in B, la refrazione a B b, che ſi farà in B, ſarà anch' eſſa un angolo infinitamente piccolo, e la retta S B toccherà la curva B i m n e nel punto B. Se poi la differenza tra le denſità ſuddette nel punto B foſſe notabile, il ſolo angolo a B b ſarebbe d' una quantità finita, ma ſempre tutti gli altri in i, m, n &c. infinitamente piccoli.

VI. Tirando dunque la linea A V parallela ad a B S, anche l' angolo R A V ſarà eguale alla ſomma delle dette refrazioni, e queſto è quell' angolo, che nell' ipoteſi delle refrazioni curvilinee può chiamarſi la *refrazione aſtronomica* dell' oggetto, il cui raggio incidente è S B A, perocchè egli miſura ſenſibilmente l' arco R V, o pure R S, che è la differenza fra il luogo refratto R, e il luogo V, in cui l' oggetto vedrebbeſi dall' occhio A ſenza alcuna refrazione; giacchè per eſſere A V parallela al raggio incidente, eſſa non ſarà ſenſibilmente inclinata a quella retta, che dal medeſimo occhio A ſi tirerebbe a quell' oggetto celeſte, il cui raggio incidente è S B A, in qualunque punto della linea S B troviſi queſto oggetto, ſecondo la ſuppoſizione fatta al num. 6 della Sezione prima, che qui ancora dee aver luogo. Noto, che che ſia queſt' angolo R A V, egli ſi deve aggiungere alla diſtanza dal vertice Z A R del luogo refratto R per aver la diſtanza dal vertice apparente Z A V, cioè quale vedrebbeſi ſenza refrazione, e al contrario, ſe in cambio di diſtanza dal vertice ſi trattaſſe di altezza, e fare tutto il rimanente come all' artic. 7 della Sezione 2. E quì ancora deb-

debbono applicarſi tutte le coſe dette agli articoli 4, 6, 8, 9, 10 della detta Sezione.

VII. Quanto alla parte della sfera, che ſcopreſi ſotto l' orizzonte fiſico, o ſenſibile in queſta ipoteſi delle refrazioni curvilinee, ſi può quì proporzionalmente applicare ciò, che fu detto nel numero 11 della Sezione precedente, ma con avvertire in oltre, che in queſta ipoteſi, non ſolo i raggi degli oggetti celeſti, ma anco quelli dei terreſtri dovranno ſoffrire refrazione. Poſto dunque (*Fig.* 34) l' occhio ſulla ſuperficie terreſtre in A, eſſendo l' orizzonte fiſico AO, quel raggio incidente SF, il cui refratto curvilineo FA toccherà la retta OA nel punto A, determinerà la parte OS del cielo, che ſotto l' orizzonte fiſico potrà ſcorgerſi dal punto A, e il punto S ſarà veduto da eſſo, come nell' orizzonte fiſico OIA. L' arco OS ſarà ſenſibilmente miſurato dall' angolo SIO, che il raggio incidente SF prolungato fa colla tangente AO della curva della refrazione orizzontale nel punto A, come è manifeſto per le coſe dette all' artic. 6 di queſta Sezione. Che ſe un oggetto terreſtre T s' incontrerà nella curva FTA, o avanzerà colla ſua ſommità ſopra di eſſa, benchè reſti ſotto l' orizzonte fiſico AO, egli potrà eſſere veduto dall' occhio A per lo raggio refratto TA, [o riſpettivamente per altro raggio ſuperiore a queſto) ed apparire anch' egli nell' orizzonte fiſico a dirittura dell' oggetto, il cui raggio incidente ſia SF; non eſſendovi ragione alcuna, per cui anco i raggi, che vengono dagli oggetti terreſtri dentro l' atmosfera, non debbano ſoggiacere a quelle medeſime refrazioni, e colle medeſime leggi, alle quali ſoggiacciono gli altri, che procedono dagli oggetti celeſti, dopo aver penetrata la medeſima atmosfera; e queſto ſi conferma dalle oſſervazioni fatte da molti degli oggetti terreſtri aſſai lontani, che ſi veggono preſſo l' orizzonte, i quali oſſervati con cannocchiali collocati in ſito immobile non ſi veggono ſempre nella medeſima parte del cannocchiale per rapporto a' fili teſi nel foco di eſſo, ma ora più alti, ora più baſſi, il che moſtra non pure, che i loro raggi ſi rifrangono, ma che tal refrazione ſia diverſa nelle diverſe coſtituzioni dell' aria.

VIII.

VIII. Se poi l' occhio D (*Fig.* 35) farà elevato sopra la superficie terrestre, la parte visibile della terra non sarà determinata dalla retta DSK, che toccherà la terra in S, ma da quella curva FTD, la quale tra le infinite curve di refrazione, che ponno intendersi esser tangenti la terra in tutti i punti di essa, passerà per l' occhio D, e il raggio incidente GF, che colla sua refrazione nell' atmosfera formerà il raggio refratto FTD, sarà quello, che determinerà l' ultimo punto G della sfera celeste, che potrà vedersi sotto l' orizzonte. Tirando dal punto T, ove la curva FTD toccherà la terra la tangente TH, e prolungando GF fino ad essa in I, è manifesto, che l' angolo GIH sarà la refrazione orizzontale (come l' angolo SIO della precedente figura,) e che un oggetto terrestre R tant' alto, che passi per la curva FTD, o che sia superiore a questa curva potrà esser veduto dall' occhio D per lo raggio refratto RTD, non potendo per altro esser veduto da esso alcun punto della stessa superficie terrestre oltre l' arco AST. Non ostante però, che il punto D scopra l' oggetto terrestre R, e il punto celeste G oltre i limiti della tangente DSK, egli per necessità li vedrà nella retta DN, che tocca la curva DTF nel punto D, onde li vedrà più alti di quello, che vedrebbero il punto S della terra, o il punto K del cielo senza le refrazioni, per la detta tangente DSK. Perciò con un discorso simile a quello dell' artic. 5, e 6 di questa Sezione si mostrerà, che la refrazione dell' oggetto G rispettivamente al punto D avrà per misura l' angolo GVN, che fa il raggio incidente GF prolungato colla retta DN, tangente della curva FTD nel punto D, e perciò sarà maggiore della refrazione orizzontale GIH.

SEZIONE IV.

Del metodo di determinare colle osservazioni le misure delle refrazioni.

I. IN più modi ponno cercarsi le misure della refrazione, ma il metodo comunemente praticato dagli astronomi,

mi, è quello di osservare la distanza dal vertice (*Fig.* 36.) ZR del luogo refratto R (giacchè questo luogo si suppone essere quello, a cui riferisce la nostra vista gli oggetti celesti) di una stella fissa, o d'altro corpo celeste, che si possa supporre senza parallasse sensibile, e di cui sia nota la distanza dal polo, ed insieme notare il tempo fra questa osservazione, e l'arrivo della medesima stella al meridiano con un' orologio, la cui rivoluzione misuri la rivoluzione di quella stella. Sia il punto S il vero luogo della stella all'istante dell'osservazione, in cui il suo luogo refratto fu in R, il verticale ZR passerà anche per lo luogo vero S, e l'arco dell'orario SP, che è la distanza della stella dal polo P sarà noto, come pure dalla detta differenza di tempo sarà noto l'angolo dell'orario col meridiano ZPS, e in fine si suppone noto l'arco ZP compimento dell'altezza del polo, onde nel triangolo ZPS si avrà la distanza vera dal vertice ZS, da cui detratta la distanza dal vertice osservata del luogo refratto ZR, resterà la refrazione RS, che converrà alla detta distanza dal vertice ZR. Nell'istesso modo procedendo in altre distanze dal vertice dei luoghi refratti, maggiori, o minori di ZR, si avranno a ciascuna delle dette distanze le misure delle refrazioni, che potranno distribuirsi a un dipresso a tutte le distanze intermedie in una tavola, la quale servirà non solo per quello, ma per tutti gli altri oggetti celesti, almeno nella supposizione, che le refrazioni di tutti sieno eguali, quando la distanza dal vertice del luogo refratto è eguale, che è un ipotesi comunemente abbracciata dagli ultimi astronomi, e talmente uniforme alla ragione, che quasi non può dubitarsene, prescindendo però dalle irregolarità, ed incostanze delle densità dell'atmosfera. Le quantità delle refrazioni, benchè non sieno state trovate da tutti le medesime, il che si può attribuire parte all'irregolarità acennata dell'aria, e parte alla estrema sottigliezza, che si richiede in simili osservazioni, si riconoscono però generalmente per assai piccole; la refrazione orizzontale nello stato ordinario dell'aria si determina comunemente di 32 minuti incirca, almeno nei nostri paesi europei, ne quasi

K diver-

diversa par che sia presso all' equatore, ma assai maggiore nelle parti vicine al polo settentrionale; trovasi ancora, che a' gradi 45 d' altezza la refrazione non è affatto insensibile, come alcuni l' avevano ritrovata, o supposta, ma nelle suddette circostanze è d' un minuto in circa. Nelle maggiori altezze è difficilissimo il determinarle, ma si può distribuire questo minuto proporzionalmente finchè nel vertice svanisca ogni refrazione.

II. Le refrazioni così trovate, e ridotte in una tavola si dovranno sempre aggiungere alle distanze dal vertice osservate dei luoghi refratti degli oggetti, o sottrarle alle altezze di questi per aver i luoghi, che si sarebbero veduti senza refrazione, che abbiamo chiamati luoghi apparenti, e negli oggetti privi di parallasse sono gli stessi, che i veri; ma in quelli, che hanno parallasse, trovato il luogo apparente, se si vorrà il vero, dovrà darsegli la correzione a riguardo della parallasse, se questa sarà nota, come si è detto alla Sezione 2 num. 7. E perchè ad eguali distanze dal vertice de' luoghi refratti convengono refrazioni eguali, onde nelle fisse, che non hanno parallasse alcuna, quando le distanze dal vertice, o pure le altezze de' luogi refratti sono eguali, è forza, che sieno ancora eguali le altezze dei luoghi veri, cioè delle medesime fisse, perciò la refrazione niente turba il metodo prescritto nel Capo antecedente Sezione 2 num. 1, e seguenti, di torvare il tempo del passaggio di una fissa per lo meridiano per mezzo dell' osservazione de' tempi, ne' quali avrà avute altezze eguali.

III. Il metodo, che abbiamo poc' anzi accennato, sebbene sia generale, ne abbia dipendenza da alcuna speciale ipotesi intorno alle leggi delle refrazioni, e possa dirsi il migliore di tutti, nulladimeno, se ben si considera, contiene una petizione di principio. Imperocchè supponendosi in esso nota l' altezza del polo, e il suo compimento ZP, e la declinazione della stella S, o suo compimento, che è la distanza dal polo P, ne potendo l' una, ne l' altra di queste misure ottenersi, se non colle osservazioni delle altezze, o distanze dal vertice delle fisse, come si è mostra-

to

to alla Sezione 5 del Capo precedente, le quali altezze, e diſtanze dal vertice ſecondo l' ipoteſi, in cui ora parliamo, non ſono quelle de' luoghi veri, ma de' luoghi veduti per refrazione, ecco, che ne l'altezza del polo, ne la declinazione di alcuna ſtella ſarà mai giuſta, ſe l' oſſervazione, da cui è dedotta, non ſi corregge nel modo poc' anzi detto, con aggiungervi, o ſottrarvi la refrazione, la cui quantità ancora s' ignora, ed è quella appunto, che ſi cerca.

IV. Si potrebbe forſe ſchivare tal petizione di principio procedendo nella ſeguente maniera; ſia ZP (*Fig.* 37.) il meridiano, in cui il vertice Z, il polo P, e CD il parallelo di una fiſſa, la quale arrivi al meridiano fra i due punti Z, P, onde queſto parallelo non tagli tutti i circoli verticali, ma uno ne tocchi, che ſia ZR, e il punto del contatto R. Si oſſervi dunque, quanto ſia l'angolo PZR, che fa col meridiano quel circolo verticale, che determina la maſſima digreſſione della ſtella, cioè il maſſimo ángolo azimutale dalla parte d'oriente, o d'occidente, a cui eſſa arrivi (il che come poſſa conſeguirſi tralaſcio per brevità d'eſſporlo), e notiſi il tempo, a cui eſſa arriva a queſto azimutale, e di nuovo quello, in cui giungerà al meridiano. Gli è certo, che ſebbene il viaggio del luogo refratto della ſtella non è il parallelo CRD, ma un'altra curva, FGE, della quale tutti i punti ſono più vicini al vertice de' punti corriſpondenti del detto parallelo in ciaſcun circolo verticale, tuttavia quel verticale, che toccherà queſta curva, e comprenderà col meridiano il maſſimo angolo azimutale, ſarà il medeſimo verticale ZR, che toccherà il parallelo CRD, non potendo, quando la ſtella arriva realmente al detto verticale in R, eſſere il luogo refratto della ſtella G in altro verticale, che nello ſteſſo ZR, in cui è la ſtella; onde il maſſimo angolo azimutale, che convenga al luogo refratto G (che è quel ſolo, che ſi può determinare coll'oſſervazione) è quel medeſimo angolo RZP, che conviene al parallelo della ſtella CRD. Immaginando dunque il circolo orario RP, che paſſi per lo contatto R di queſto parallelo, ſarà l' angolo PRZ retto, onde nel triangolo PRZ, eſſendo ſtato oſſervato l' angolo azimutale RZP, e aven-

 doſi

dosi dall' intervallo di tempo scorso fra tal' osservazione, e l' arrivo della stella al meridiano, anche l' angolo ZPR, saranno noti tutti, e tre gli angoli, e perciò si avrà, senza alcuna dipendenza dalle refrazioni, il compimento della vera altezza del polo ZP, ed anco, se si vorrà, la vera declinazione della stella, o il suo compimento PR. Con questi dati potremo senza petizione di principio procedere alla soluzione del triangolo ZSP della Fig. 36. quando si abbia l' osservazione della distanza dal vertice del luogo refratto della medesima stella in qualsivoglia altro punto, e insieme l' intervallo di tempo fra l' osservazione, e l' arrivo della stella al meridiano come ivi si è detto.

V. O pure trovata, come poc' anzi, indipendentemente dalle refrazioni, la vera altezza del polo, o il suo compimento, se si osserverà la distanza dal vertice meridiana di qualsivoglia altra fissa, che passi vicinissima al vertice, dove la refrazione non può essere, che insensibile, se ne potrà ricavare (come alla Sezione 5 num. 5 del Capo antecedente) la vera declinazione, o distanza dal polo, libera anch' essa da ogni scrupulo di refrazione, e valendosi di questa stella nella ricerca delle refrazioni, passare con questi dati alla soluzione del triangolo ZPS della Fig. 36. O finalmente si potrà sciorre lo stesso triangolo senza aver uopo della declinazione della stella, con osservare [oltre l' angolo ZPS, che dipende dai tempi osservati, e oltre il compimento dell' altezza del polo ZP, determinato come sopra] l' angolo azimutale SZP, in cui si farà l' osservazione, ricavandone, come prima, il lato ZS, che paragonato con ZR darà la refrazione SR.

VI. Ma perchè non è si facile determinare il preciso istante dell' arrivo della stella al verticale ZR [*Fig.* 37], che comprende il massimo angolo azimutale RZP, che convenga al parallelo di quella stella, perciò, senza scostarsi dal metodo proposto al num. 1, si potrà provedere allo scrupulo della petizione di principio accennata al num. 3 in questa maniera. Si cerchino le refrazioni di una fissa S (*Fig.* 36) in tutto, e per tutto, come al num. 1, valendosi della supposta altezza del polo, o suo compimento ZP, e della sup-

posta

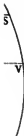
posta declinazione della stella, o suo compimento SP, benchè l' una, e l' altra non sieno giuste, per essere dedotte da osservazioni non corrette colla refrazione; e si componga una tavola di queste refrazioni, che non potranno essere esattissime per la detta cagione, ma pure potranno servire a un dipresso per l' uso seguente. Si corregga dunque con queste refrazioni l' una, e l' altra altezza meridiana QF, QE di quella stella di perpetua apparizione, da cui è stata dedotta in quel luogo l' altezza del polo QP, e da queste osservazioni così corrette, si dedurrà di nuovo l' altezza del polo di quel luogo, e il suo compimento PZ, che sarà alquanto diverso da quello, che prima si era ritrovato. Si osservi ancora l' altezza, o la distanza dal vertice meridiana ZH della medesima stella S, che serve alla ricerca delle refrazioni, e questa correggasi anch' essa colla detta tavola delle refrazioni, e quindi paragonandola colla altezza del polo, o suo compimento ZP, corretto, come sopra, se ne deduca la declinazione della stella, e sua distanza dal polo SP. Il detto compimento dell' altezza del polo, e la detta declinazione saranno ora alquanto più vicine al giusto, di quello, che erano avanti, applicarvi la correzione dedotta dalla detta tavola della refrazione, quantunque non esatta. Si calcoli dunque di nuovo con questi dati SP, ZP, così corretti, la refrazione SR, che conviene alla distanza dal vertice del luogo refratto R, e così facciasi di tutte le altre refrazioni della medesima stella nelle altre osservazioni fatte di essa, e compongasi una nuova tavola delle refrazioni, la quale sarà più vicina al giusto della prima, e quando le distanze dal vertice ZF, ZE, ZH, fossero state non molto grandi, come se non eccedessero, o di poco eccedessero i gradi 45, potrà darsi, che in questa seconda tavola le piccole refrazioni, che convengono a queste distanze dal vertice, non abbiano differenza sensibile da quelle della prima tavola; ma quando pure ciò non succeda, si replichi la correzione a queste distanze coi numeri della seconda tavola, e proseguendo come prima, se ne calcoli una terza, finchè ogni differenza sensibilmente svanisca, e allora potranno le refrazioni di quest' ulti-

ma

ma tavola prenderſi per eſatte, quantunque dedotte da ſuppoſizioni non eſatte.

VII. Date per l' oſſervazione due ſole refrazioni a due diverſe diſtanze de' luoghi refratti dal vertice, ſi può con metodo geometrico determinare il ſemidiametro della ſuperficie refrattiva in proporzione di quello della terra, e ad un tempo ſteſſo trovare qual ſia la ragione coſtante de' ſini delle inclinazioni del raggio incidente, e del refratto, nell' ipoteſi delle refrazioni rettilinee; ſi può ancora ottener lo ſteſſo nella medeſima ipoteſi con altre maniere meno geometriche, ma più facili; ma l' eſporre qui l' uno, e le altre ci condurrebbe troppo in lungo. Stabiliti nell' uno, o nell' altro modo il detto ſemidiametro, e la detta proporzione, non ſarà neceſſario, quando ſi voglia camminare ſu tal ipoteſi, determinare per l' oſſervazione, le altre refrazioni, che convengono alle altre diſtanze dal vertice, ma ſi potranno queſte avere geometricamente col metodo, che abbiamo dato all' artic. 5 della Sezione 2.

VIII. Ma quando ſi ſeguiti l' altra ipoteſi più veriſimile delle refrazioni curvilinee, per poter determinare dalle miſure d' alcune refrazioni dedotte dalle oſſervazioni fatte in alcune diſtanze dal vertice, tutte le altre, che convengono ad ogni altra diſtanza dal vertice del luogo refratto, converrebbe prima ſapere la natura della curva, in cui piegaſi il raggio refratto, il che volendoſi fare per via di principj fiſici, ſarebbe ſempre aſſai dubbioſo, e chi lo trattaſſe per mezzo di pure oſſervazioni, ſi accingerebbe ad impreſa troppo difficile, e parlando in tutto rigore, impoſſibile. Il Caſſini figlio, riflettendo, non potere queſta curva eſſere granfatto diverſa da un' arco di circolo, che tocchi il raggio incidente nel punto del ſuo ingreſſo nell' atmoſfera, e nell' occhio la linea retta, per cui vedeſi l' oggetto, ha moſtrato, come date due refrazioni ſi poſſano calcolare le altre, facendo inſieme vedere, quanto poco diverſe, queſte ſi troverebbero, ſe in vece del circolo ſi ſupponeſſe la piegatura del raggio in un arco di parabola ſituato in due diverſe poſiture; ed avendo poſcia ſull' ipoteſi della curva circolare da quelle due prime refrazioni calcolata l' intera tavola

la

la di esse, l' ha trovata corrispondere assai meglio alle osservazioni di quella, che si sarebbe calcolata nell' ipotesi delle refrazioni rettilinee. Il medesimo ha mostrato con un gran numero d' osservazioni, come la quantità della refrazione ad una medesima altezza del luogo refratto varii sensibilmente in un medesimo luogo della terra secondo le diverse stagioni dell' anno, e specialmente come si accrescano le refrazioni in tempo d' inverno, notando tuttavia, che tali variazioni non si rendono quasi sensibili, che nelle altezze di pochi gradi sopra l' orizzonte, siccome ancora, che nelle altezze maggiori non si trova differenza di alcun conto nella quantità loro, o si calcolino nell' ipotesi rettilinea, o nella curvilinea, quando per li dati fondamentali dell' una, e dell' altra s' impieghino le due medesime refrazioni: e questo è tutto ciò, che abbiamo finora di più esatto in una materia tanto difficile.

IX. La refrazione facendo, come si è detto, che ogni fissa apparisca nell' orizzonte [*Fig.* 38] fisico come in R, quando il suo luogo vero trovasi realmente sotto il medemo orizzonte in V nello stesso verticale ZRV, ma non alterando essa per altro il tempo dell' arrivo della medesima stella al meridiano, ne siegue, che l' arco del parallelo VM, che misura il tempo, da che apparve in R, finchè giunga al meridiano, è maggiore dell' arco KM, cioè dell' arco semidiurno, che conviene al detto parallelo, che si suppone tagliar l' orizzonte in K, e l' istesso succede dalla parte occidentale.

X. Variasi ancora a cagione della refrazione l' amplitudine ortiva, e occidentale KC, ne la fissa vedesi nel punto del orizzonte K, in cui veramente il suo parallelo lo taglia, ma in quel punto di esso R, che è nel verticale ZV, quando essa è sotto l' orizzonte di tanto, quanta è la refrazione orizzontale RV. Se l' oggetto oltre la refrazione avrà parallasse sensibile, l' oggetto di questa, che è di far parer più basso, combinato col effetto di quella, che è di farlo apparire più alto, potrà in tutto, e in parte compensarsi.

XI. L' altezza del polo dedotta dalle osservazioni corrette

rette colle refrazioni nel ſuddetto modo ſi è da noi chiamata, e ſi chiamerà in avvenire *altezza vera del polo* a diſtinzione di quella, che finora abbiamo ſuppoſto eſſere ſtata dedotta ſenza tal correzione, che diceſi *altezza apparente*, e le declinazioni delle fiſſe ricavate dalle oſſervazioni così corrette, ſaranno le *vere declinazioni*. Di queſta altezza, e di queſte declinazioni ſempre intenderemo di parlare in avvenire, ancorchè non vi aggiungeſſimo il nome di vere, purchè non ſi dichiari eſpreſſamente il contrario. Tutto ciò, che è ſtato detto dei luoghi apparenti degli oggetti celeſti, e delle loro altezze, e diſtanze dal vertice, o declinazioni, ſpecialmente trattando delle parallaſſi, dee intenderſi non de' luoghi refratti, ma de' corretti colle refrazioni, le quali prenderemo per modo d' ipoteſi eſſere quelle, che ſono regiſtrate nella detta tavola del Caſſini, di cui quì aggiungiamo i numeri, giacchè meglio di tutti ſi trovano corriſpondere alle oſſervazioni.

Tavo-

Tavola delle Refrazioni, che convengono a ciascuno grado d' altezza, o di distanza dal vertice de' luoghi degli oggetti celesti veduti per refrazione, secondo le osservazioni fatte in Parigi, che può servire eziandio nelle altre latitudini de' luoghi non molto vicini ai poli della terra in una mediocre costituzione dell' aria, calcolata dal Sig. Giacomo Cassini.

Altezza Gr.	Refrazione '	"		Altezza Gr.	Refrazione '	"		Altezza Gr.	Refrazione '	"	
0	32	20	90	31	1	38	59	61	0	33	29
1	24	19	89	32	1	34	58	62	0	31	28
2	18	40	88	33	1	30	57	63	0	30	27
3	14	46	87	34	1	27	56	64	0	28	26
4	12	2	86	35	1	23	55	65	0	27	25
5	10	6	85	36	1	20	54	66	0	26	24
6	8	38	84	37	1	18	53	67	0	25	23
7	7	32	83	38	1	15	52	68	0	24	22
8	6	40	82	39	1	12	51	69	0	22	21
9	5	57	81	40	1	10	50	70	0	21	20
10	5	23	80	41	1	7	49	71	0	20	19
11	4	55	79	42	1	5	48	72	0	19	18
12	4	31	78	43	1	3	47	73	0	18	17
13	4	10	77	44	1	1	46	74	0	17	16
14	3	52	76	45	0	59	45	75	0	16	15
15	3	36	75	46	0	58	44	76	0	14	14
16	3	22	74	47	0	56	43	77	0	13	13
17	3	10	73	48	0	54	42	78	0	12	12
18	2	59	72	49	0	52	41	79	0	11	11
19	2	49	71	50	0	50	40	80	0	10	10
20	2	39	70	51	0	49	39	81	0	9	9
21	2	32	69	52	0	47	38	82	0	8	8
22	2	25	68	53	0	45	37	83	0	7	7
23	2	18	67	54	0	43	36	84	0	6	6
24	2	12	66	55	0	41	35	85	0	5	5
25	2	6	65	56	0	40	34	86	0	4	4
26	2	0	64	57	0	38	33	87	0	3	3
27	1	55	63	58	0	37	32	88	0	2	2
28	1	51	62	59	0	35	31	89	0	1	1
29	1	46	61	60	0	34	30	90	0	0	0
30	1	42	60								
			distanza dal vertice				*distanza dal vertice*				*dist. dal vertice Gr.*

CAPO SESTO

Del consenso delle ipotesi addotte co' fenomeni del moto comune.

Sezione I.

Come si possa riconoscere, e siasi riconosciuto il consenso de' fenomeni, che riguardano il moto comune colle supposizioni premesse.

I. Col fondamento delle cose fin ora spiegate sarà facile a chi vorrà prendersi il pensiero di osservare il cielo, accorgersi da se stesso, se le ipotesi di sopra esposte corrispondano a' fenomeni del movimento comune de' corpi celesti, non solo riguardando questi fenomeni all' ingrosso, e misurandone i moti colla semplice estimazione, ma ricercandoli con esatti strumenti nella maniera, che si è mostrata.

II. Se sono vere le ipotesi, dovrà in ciascun luogo della terra esservi un vertice, e un orizzonte, dovrà un perpendicolo mostrare la linea verticale, dovranno esservi due poli, de' quali, o uno, o amendue dovranno essere visibili, e dovrà trovarsi un meridiano, cioè un circolo massimo, che passi per lo zenith, e per li poli. Dovrà ciascuna delle fisse muoversi da una determinata parte del cielo verso la parte opposta, e con ciò aversi una parte orientale, e una occidentale di questo moto. Una fissa dovrà andarsi accostando al vertice, finchè è dalla parte orientale del meridiano, e quindi ripassando per le medesime altezze con ordine contrario nella parte occidentale scostarsi sempre dal vertice. Osservata dunque nel luogo, che sceglierete della terra, con qualche strumento l' altezza d' una fissa dalla parte, onde movono le stelle, che sarà l' orientale, e ciò o coll' istrumento descritto alla Sezione 1 del Capo 5, o con altro, dovrà qualche tempo dopo tornarsi a poter osservare con

con eguale altezza della medesima dalla parte, verso cui le fisse si movono, che sarà l'occidentale. Il tempo delle due osservazioni determinato con orologio esatto (e le osservazioni medesime delle fisse, se sono vere le ipotesi, vi daranno il riscontro di questa esattezza,) e diviso per metà dovrà dare il tempo dell'arrivo di quella fissa al meridiano, e con ciò il modo di determinar questo arrivo al medesimo circolo nella notte seguente. Sospeso dunque un perpendicolo, e stabilito un piano perpendicolare ad esso, se opererete secondo il prescritto alla Sezione seconda del Capo 4 dovrà la linea, che in questo piano segneraffi essere meridiana. Due fili sospesi a piombo sopra di essa dovranno mostrarvi l'arrivo di tutte le altre stelle al meridiano. Se di un' altra fissa si prenderanno avanti, e dopo il passaggio per lo meridiano delle altezze eguali, dovrà il tempo del detto passaggio essere nel preciso mezzo fra i tempi di tali altezze; e quel tempo, che corre fra i passaggi delle medesime due fisse per lo meridiano, dovrà trovarsi l'istesso in ogni loro rivoluzione. Dalle altezze delle stelle sempre apparenti, prese nel momento, che esse arriveranno al meridiano, e corrette colla refrazione, dovrà, operando come alla Sezione 5 del medesimo Capo, raccogliersi l'altezza del polo. Da questa, e dall' altezza meridiana di qualsivoglia altra fissa (come nella suddetta Sezione) dovrà, correggendola colla refrazione, dedursi la declinazione vera di ciascuna di esse.

III. Se a qualsivoglia tempo si osserverà (*Fig.* 39) la distanza ZR dal vertice di una fissa, e si correggerà colla refrazione RV, e notandone il tempo, si osserverà in oltre quello, in cui essa è passata, o passerà per lo meridiano, dalla declinazione della fissa, dall' altezza del polo, e dall' intervallo de' tempi suddetti dovrà trovarsi col calcolo trigonometrico nel triangolo ZPV la medesima distanza dal vertice ZV, che sarà stata osservata, e corretta come sopra, o pure all' incontro dai tre archi dati PV, PZ, ZV dovrà raccogliersi la misura dell' angolo ZPV corrispondere al tempo osservato. Se oltre l'altezza, o in vece di questa sarà stato osservato l'angolo azimutale della fissa VZP,

dovrà anch' egli trovarsi col calcolo, quale si sarà osservato.

IV. Se la distanza PO del parallelo della fissa dal polo visibile P, che è il compimento della declinazione, quando questa è della denominazione di questo polo, sarà minore della altezza del polo, o anco maggiore precisamente di tanto, quanta è la refrazione orizzontale HO, o pure meno di questa refrazione, dovrà la stella essere di perpetua apparizione, e molto più se il luogo, in cui si osserva, sia elevato sopra la superficie terrestre, queste fisse dovranno passare per lo meridiano visibilmente due volte in ogni loro rivoluzione diurna, e con un intervallo di tempo, che sia precisamente la metà dell' intera rivoluzione. Quella medesima altezza del polo, che si sarà dedotta dalle due altezze meridiane di una di queste fisse, dovrà dedursi da tutte le altre, corrette che sieno le dette altezze colle refrazioni. Tutte le altre stelle, o saranno di perpetua occultazione, o dovranno nascere, e tramontare, e le loro amplitudini ortive, o occidentali dovranno osservarsi tali, quali si troveranno col calcolo convenire alla loro declinazione salvo l' effetto delle refrazioni. Quanto debba essere questo effetto potrà sapersi, supponendo nel triangolo ZPK il punto K luogo vero della stella sotto l' orizzonte fisso di tanto, quanta è la refrazione orizzontale IK, e calcolando l' angolo azimutale KZP nel detto triangolo colla distanza dal polo KP col compimento dell' altezza del polo ZP, e colla misura del tempo ZPK; perocchè nel detto angolo azimutale facilmente si ricaverà l' arco d' orizzonte CI fra il cardine orientale, o occidentale C, e il luogo refratto della stella I, e si vedrà se corrisponda all' osservazione. Così pure se cogli archi ZP, KP, ZK si calcolerà l' angolo dell' orario ZPK, si avrà il tempo fra l' apparire della stella nell' orizzonte fisico in I, e il suo passaggio per lo meridiano [alquanto diverso dall' arco semidiurno MN, che converrebbe al parallelo KM,] e il detto tempo dovrà corrispondere a quello, che si sarà osservato.

V. E ancorchè nelle misure suddette, ove ha parte la refrazione, qualche piccola discrepanza si osservasse tra calcoli, e le osservazioni, ciò tuttavia potrà ragionevolmente

attri-

attribuirsi a quelle incertezze, dalle quali abbiamo detto essere inseparabile la misura delle refrazioni, senza che per tutto ciò si debba sospettare delle sussistenze delle ipotesi, anzi chi vorrà fare simili osservazioni, potrà co' metodi di sopra accennati cercare egli stesso la quantità delle refrazioni nel luogo, dove egli osserverà, e in quella particolare stagione, e costituzione dell' aria, e con esse correggendo le misure, che andrà prendendo per confrontare i fenomeni colle ipotesi, provare, se in tal modo meglio si accordino insieme.

VI. Se passando ad altro luogo terrestre lontano dal primo si replicheranno le medesime osservazioni, o se due, o più osservatori posti in luoghi, quanto si voglia lontani, le faranno amendue, le declinazioni vere delle fisse dovranno, se sussistono le ipotesi, trovarsi le medesime, purchè in notti non molto fra loro lontane sieno state osservate. Se l' altezza del polo in questi luoghi si troverà eguale, dovranno gli archi semidiurni, e le amplitudini ortive, o occidentali della medesima fissa trovarsi eguali. A' tempi eguali di distanza, o avanti, o dopo il passaggio per lo meridiano, eguali dovranno essere le altezze di ciascuna fissa, eguali i suoi angoli azimutali, e le altezze meridiane d' una medesima fissa anch' esse fra loro eguali. I luoghi terrestri, ne' quali le altezze del polo, o le latitudini saranno eguali, dovranno essere situati verso l' oriente, o verso l' occidente vero rispettivamente all' altro, e non mai sotto la direzione della medesima linea meridiana.

VII. All' incontro avanzandosi ad altro luogo terrestre posto sulla direzione d' una linea meridiana verso il cardine, che corrisponde al polo visibile, dovranno le altezze meridiane di tutte le stelle, che nel primo luogo passeranno fra il vertice, e il cardine opposto, farsi minori tutte d' una costante misura, purchè si parli delle altezze corrette colle refrazioni, e quelle, che passeranno verso il cardine del polo visibile, altrettanto maggiori. L' altezza del polo visibile dovrà aumentarsi della medesima quantità. Qualche stella, che nel primo luogo non era di perpetua apparizione, divenirlo nel secondo, qualche altra, che da quel-

lo

lo poteva scorgersi, divenire di perpetua occultazione; gli archi semidiurni delle stelle verso il polo invisibile farsi minori, e verso il visibile maggiori, e accrescersi tutte le amplitudini ortive, e occidentali. Tutto l' opposto dovrà succedere in un luogo preso su la medesima direzione della meridiana verso il cardine, che appartiene al polo occulto, dalla qual parte, avanzandosi sulla meridiana, dovrà giungersi finalmente ad un punto di sfera retta, ove dovranno le fisse tutte essere visibili, e (salva la refrazione) aver tutte l' arco semidiurno di ore 12, e procedendo ancora più oltre dovrà rendersi visibile il polo opposto, e abbassarsi sotto l' orizzonte quello, che prima era visibile. E se si paragoneranno le altezze del polo, o le altezze meridiane di qualsivoglia fissa, prese in tre luoghi posti nella direzione della stessa meridiana, dovranno [nell' ipotesi della figura sferica della terra] le differenze di tali altezze essere proporzionali alle distanze de' luoghi misurate sopra la superficie della terra, o sia sopra gli archi del meridiano terrestre intercetti fra questi luoghi.

VIII. Se in due punti terrestri (*Fig.* 40) B, A, situati in qualsisia positura, ma non tanto lontani, che uno non possa vedersi dall' altro, si darà cenno dall' uno all' altro luogo ne' momenti, che una medesima fissa S arriva al meridiano di ciascuno di essi, dovrà trovarsi, che essa è prima arrivata al meridiano OS del luogo più orientale B, come in S, che al meridiano OT del più occidentale A, come in T, e se supporremmo, che le sezioni de' due meridiani SO, TO, colla superficie terrestre sieno i meridiani terrestri PB, PA, appartenenti a' detti due luoghi, le latitudini de' quali sieno AE, VB, essendo EV l' equatore terrestre, e P il polo, e nel triangolo PAB, nel quale sono dati gli archi PA, PB compimenti delle latitudini, si misurerà l' uno degli angoli di posizione BAP, o pure ABP, e quindi si calcolerà l' angolo APB, eguale all' angolo SOT, dovrà il tempo osservato fra l' arrivo della medesima stella a due meridiani suddetti corrispondere appunto all' angolo calcolato SOT, o sia all' arco di parallelo TS, che ne è la misura, al qual arco è eziandio simile

l' arco

l' arco dell' equatore E V, differenza delle longitudini di que' luoghi. Il medesimo dovrà trovarsi, se in vece di dare il cenno dal luogo A al luogo B nel momento, in cui la stella passa per lo meridiano di A, si converrà di darlo un tal numero d' ore, v. g. tre ore dopo, che vi sarà passata, perocchè a quell' istante non dovrà trovarsi, che sieno corse nel luogo più orientale B precisamente altrettante ore, da che la stella passò per lo meridiano di B, ma tanto di più quanto è il tempo, che conviene al detto angolo calcolato A P B, o sia alla differenza delle longitudini E V. L' istesso dovrà ancora succedere, se in vece di dare un cenno da un luogo all' altro, si noterà nell' uno, e nell' altro luogo il tempo dell' orologio (contato dopo il passaggio per li meridiani d' una medesima fissa) nel momento, che nel cielo succede qualche istantaneo, e visibile fenomeno, il che può farsi eziandio, che i luoghi fossero assai lontani, e invisibili l' uno dall' altro, purchè il fenomeno sia visibile ad amendue, succedendo nell' uno, e nell' altro luogo sopra l' orizzonte, e fuori del lume del giorno. Tali fenomeni ponno essere il principio, o il fine dell' ecclissi lunare, o di uno de' satelliti di Giove, ed altri ancora, come si dirà in altro luogo; ma quando i luoghi sieno tanti lontani, che non possano osservarsi i loro angoli di posizione, conviene aver noto con altri metodi l' angolo A P B, differenza de' loro meridiani, il che può specialmente ottenersi (nota che sia la misura d' un circolo massimo terrestre) misurando con qualche artificio geometrico l' arco della loro distanza A B.

IX. Tutte queste, ed altre osservazioni può ciascuno tentare per accertarsi, se le ipotesi corrispondano a' fenomeni. Gli Astronomi quante volte lo hanno tentato, tanto hanno trovata una corrispondenza perfetta fra questi, e quelle, salvi que' piccoli divarii, che abbiamo detto potersi ragionevolmente imputare alla incostanza, e incertezza delle refrazioni. Ne' paesi, ne' quali è stato più coltivato questo studio, che anticamente furono l' Assiria, e poscia l' Egitto, indi l' Arabia, e finalmente quasi tutta l' Europa, hanno trovato, che il polo Artico è quello, che si alza sopra l' oriz-

l' orizzonte, eſſendo la latitudine di tutti queſti paeſi ſettentrionale, e che le coſtellazioni delle orſe poſte non lungi da queſto polo, e ſpecialmente della minore ſono in tutti queſti luoghi di perpetua apparizione. Di queſta coſtellazione ſi ſono ordinariamente ſerviti per miſurare ciaſcuno nel luogo della ſua abitazione l' altezza del polo, e particolarmente ſi ſono valſi i più moderni di quella ſtella, che è l' eſtrema della coda dell' orſa minore aſſai acconcia a tal uſo, come quella, che hanno veduto deſcrivere intorno al polo un parallelo aſſai piccolo, avendola perciò chiamata *ſtella polare*. Volgendo la faccia a queſto polo hanno coſtantemente oſſervato, che la parte, da cui movono le ſtelle, cioè l' orientale è la parte deſtra, e l' occidentale, verſo cui ſi muovono, la ſiniſtra. Seguendo, e miſurando i loro moti tanto nel medeſimo luogo, quanto in diverſi nella maniera, che ſi è detto, o in qualſivoglia altra, che loro ſia caduta in penſiero, hanno trovato ſuccedere tutto ciò, che richiedevano le ipoteſi. Dopo lo ſcoprimento delle parti meridionali dell' Affrica, e di tutta l' America ſono ſtate fatte nuove oſſervazioni nella sfera retta, o viciniſſimo ad eſſa, ed anco nell' emisferio meridionale della terra, e queſte ancora hanno corriſpoſto alle ipoteſi. Si ſono ſcoperte nuove ſtelle non mai vedute da quelli, che coltivarono queſto ſtudio ne' noſtri paeſi, per eſſere in queſti di perpetua occultazione. Sono ſtate ancor queſte diſtribuite in coſtellazioni, o immagini, e trovate ſeguitare nei loro moti le leggi di tutte le altre. Si è giunto a' paeſi della terra, che ſecondo le ipoteſi ſono diametralmente oppoſti all' Europa, eſſendo in eſſi ſtata trovata tanta latitudine meridionale, quanto ne ha della ſettentrionale qualche parte di queſta, e veduto tal volta ſuccedere un Ecliſſi lunare preſso al ſemicircolo orientale dell' orizzonte, che in Europa eraſi veduta preſso l' occidentale, o al contrario, paſſando per queſti paeſi ſono ritornate le navi alla volta dell' Europa per direzione oppoſta a quella, per cui ne erano partite, onde ſecondo le ipoteſi hanno eſse fatto il giro della terra preſso a poco per un circolo maſſimo, ſe non quanto l' incontro dell' iſole, o de' continenti, le han fatte devia-

re

re da tal viaggio, che in questa parte, e stato supplito da altri per terra. Nel ritorno dopo questo giro al luogo, onde erano partite, si è trovato, che nella nave si contava un giorno di meno di quello, che contavasi nel porto medesimo, il che dee appunto succedere dei giorni siderei, ove il viaggio facciasi, come essi avevano fatto verso occidente, e il ritorno dalla parte d'oriente, come si è detto al Capo 4 Sezione 4, num. 7; e l' istesso dee accadere anco dei solari, come si dirà a suo luogo.

X. Sin quì del moto comune delle fisse. Per quello, che riguarda il moto comune degli altri corpi celesti, altro non richiedendo le ipotesi, se non che essi secondino il moto del primo mobile senza dover tuttavia esattamente imitare nè la direzione, nè la velocità, nè l'equabilità, per accertarsi, che tal ipotesi sussista, basterà, che il Sole, la Luna, e i Pianeti apparis cano moversi anch' essi da oriente verso occidente, alzandosi a poco, a poco dall' orizzonte fino al meridiano, e quindi nuovamente abbassandosi, che tuttavia in qualche luogo della terra una, o più d'una delle loro rivoluzioni si faccia tutta intera sopra, o sotto l' orizzonte, e che in fine il moto diurno di ciascuno di questi oggetti a un dipresso sia parallelo ai viaggi delle fisse, potendosi attribuire il divario, che talora vi si trovasse dal esatto parallelismo, parte alle forze particolari, che spingono quel corpo per altra direzione diversa da quella del moto comune, e parte alla parallasse, che può in lui far effetto sensibile, oltre l' effetto delle refrazioni, che è comune anco alle fisse. E tutto questo appunto è quello, che dagli astronomi è stato osservato, anzi dal volgo ancora si osserva succedere, e che ognuno può riscontrare colla propria sperienza, per modo che non è più certo, che un corpo grave lasciato in libertà debba cadere ad angoli eguali sopra la superficie dell' acqua stagnante, e cadendo debba accellerarsi nella nota proporzione, che è la duplicata de' tempi, di quel che sia certo, che il Sole, le fisse, e tutti i corpi celesti si troveranno da chiunque ne farà osservazione seguire ne' loro movimenti tutte quelle leggi, e farsi vedere con tutte quelle apparenze, che convengono alle ipotesi

M pre-

premefse. Se tutto quefto non bafta per riconofcere tali ipotefi come vere, bafta almeno per conchiudere, che efse fpiegano perfettamente, e rapprefentano i movimenti celefti, e tanto bafta alla aftronomia per lo fuo intento, e per potere far ufo di quelle, fondando fopra di efse le fue ulteriori ricerche.

Sezione II.

Come fi fpieghino alcune apparenze, che pajono contrarie alle ipotefi aftronomiche.

I. Intorno al confenfo de' fenomeni colle ipotefi premefse, potrebbe moverfi qualche difficultà dedotta da alcune apparenze, le quali è neceffario fpiegare, per torre ogni dubbio intorno alla prefente materia. E prima, è comune offervazione, che il cielo veduto dalla fuperficie terreftre, e da' luoghi alquanto elevati fopra di quella non apparifce di figura sferica, ma più tofto a guifa d'un gran volto fchiacciato, la cui parte più alta, e più vicina al vertice pare eziandio più vicina alla terra, di quello, che ne apparifcano le altre parti, che veggonfi più preffo all'orizzonte; il che pare, che moftri o non avere il cielo figura veramente sferica, o almeno effere fenfibile la differenza tra la diftanza, che hanno dalla fuperficie della terra le parti più alte di quelle, che cadono preffo l'orizzonte, il che farebbe contrario all'ipotefi dell'infenfibile proporzione del femidiametro della terra, a quello del firmamento; mentre fe l'occhio (*Fig.* 41.) trova fenfibilmente più breve la linea verticale AZ dell'orizzontale AH, molto più brieve troverebbe la medefima AZ del femidiametro CH, o CZ, e perciò il femidiametro CA, che è la differenza fra AZ, e CZ non avrà a quefta ultima linea un' infenfibile proporzione.

II. Quefta apparenza fpiegafi facilmente col fupporre, che quel campo, ordinariamente di color ceruleo, che termina la noftra vifta, e a cui diamo nome di cielo, non fia veramente la foftanza eterea, o celefte, e molto meno quella

quella del firmamento, ma una ſuperficie d'aria, o più toſto d' atmosfera, o una delle infinite ſuperficie concentriche, nelle quali ſi può intendere diviſa, (e forſe talvolta una di queſte ſuperficie, tal volta un'altra) la quale terminando, e riflettendo a noi colle parti ſue eterogenee, cioè co' vapori, e colle eſalazioni, delle quali è ripiena, il lume o direttamente venuto da' corpi celeſti, o ribattuto in eſſa dalla terra, o anche refratto per mezzo di eſſa, facciaſi vedere di quel colore, o di quei colori, che convengono alle quantità, qualità, e poſitura de' raggi, che eſſa a noi riflette, che per lo più è colore ceruleo, ma talvolta ancora roſſeggiante, o bianco, o dorato, come nell' aurora, o nel crepuſcolo della ſera, onde non è maraviglia ſe il punto G di queſta ſuperficie, che cade nella linea orizzontale A G H, appariſca, come in fatti lo è, ſenſibilmente più lontano all' occhio A del punto B poſto nella linea verticale A B Z, e ciò fuori del caſo, che l' aria ſia ingombrata da nubi, perocchè ove ſia coperta da queſte, ſuccede ſpeſſe volte ſecondo la loro diverſa altezza in diverſe parti, o che non appariſca alcuna ſenſibile differenza di diſtanza fra le parti dell' aria vicine al vertice, e quelle, che ſono più preſſo all' orizzonte, o che talvolta appariſcono queſte più vicine di quelle. Molte coſe quì potrebbero dirſi per iſpiegare più diſtintamente queſto fenomeno, e moſtrare le fallacie della viſta nel determinar la diſtanza di queſto campo viſibile, che chiamaſi cielo, ma ci conviene aver riguardo alla brevità.

III. Solamente aggiungeremo concorrere, oltre a quello, che ſi è detto due cagioni a far apparire queſto campo più lontano ſecondo la linea A G, che ſecondo l' A B. Una ſi è, che traverſando il raggio G A per un più longo ſpazio i vapori dell' aria, che il B A, il colore della ſuperficie aerea in G dee apparire più languido, e oſcuro di quello della medeſima ſuperficie in B, eſſendo comune oſſervazione, che di due oggetti, anco egualmente lontani, quello vien giudicato dall' occhio più lontano, che più oſcuramente, e con più languido colore ſi oſſerva. L' altra è, che quando pure niuna di queſte cagioni aveſſe luogo, dovrebbe

be nulladimeno il nostro occhio ravvisare per più lontano il campo visibile dell' aria dalla parte dell' orizzonte, che da quella del vertice; imperocchè (siccome gli scritori dell' ottica hanno avvertito) l' occhio nostro non distingue per propria facoltà la distanza degli oggetti, quando questi sieno assai lontani, ma con una certa specie di giudicj la deduce dalla estensione de' corpi frapposti fra esso, e l' oggetto, estimando questo allora essere più lontano, quando una più lunga serie di cose visibili si presenti alla vista nello spazio di mezzo, il che appunto succede, quando si guardi alle parti del cielo, che sono attorno all' orizzonte; mentre l' occhio si vede stesa d' avanti, prima d' arrivar all' oggetto, la lunghezza di tutta quella superficie terrestre, che egli scopre, cogli edifici, gli alberi, i monti, e tutto ciò, che su questa di mano in mano è disposto; la dove guardando verso il vertice niun oggetto intermedio lo ajuta ad accorgersi della distanza di ciò, che termina la sua vista.

IV. Un' altra difficultà potrebbe moversi dedotta da un' altra apparenza totalmente opposta, per cui si potrebbe credere, che il Sole, e la Luna, fossero più vicini all' occhio nostro, allorchè apparisconο presso l' orizzonte, che quando più si accostano al vertice, giacchè ci appariscono d' ordinario evidentemente maggiori in quella, che in questa situazione; il che sebbene non ferisce alcuna delle ipotesi finora esposte, nelle quali niente ancora si è determinato in ordine alla distanza di questi pianeti, tuttavia essendo tale apparenza contraria ad altre ipotesi, che a suo tempo vedremo, nelle quali si stabilisce, che la Luna, ed il Sole nel tempo d' una rivoluzione diurna rispettivamente all' occhio posto in un punto della superficie della terra, più tosto vi si accostino, che scostarsene, nel passare, che fanno dall' orizzonte verso il vertice di quel luogo, ne daremo anticipatamente la spiegazione, per la connesione, che ha colle cose poc' anzi dette.

V. Per maggior chiarezza sia l' occhio [*Fig.* 42] sulla superficie terrestre in A, il cui zenith Z, il centro del Sole, o della Luna (che si suppongono corpi sferici) in S, e immaginando un circolo verticale ZC, il cui piano passi

per

per S. Siano le due rette linee AB, AE, tirate in questo piano, quelle, che toccano il Sole ne' punti B, E, onde BAE sia il diametro apparente verticale, e le dette linee prodotte terminino nel primo mobile ne' punti F, T, del detto circolo verticale ZC, e questi due punti saranno i luoghi apparenti de' due lembi, superiore, e inferiore del Sole, cioè quelli, a cui questi lembi si riferirebbero dall' occhio A, senza refrazione, ma poniamo, che a cagione della refrazione il punto F apparisca in f, e il punto T in t. E' certo, che essendo il punto t più basso di f, maggiore sarà la refrazione t T della refrazione f F, e perciò toltone il comune arco F t, minore sarà l' arco t f dell' arco T F, e in conseguenza minore l' angolo, che comprenderanno in A due rette tirate da' punti t, f (il qual angolo è il diametro apparente verticale veduto per refrazione) dell' angolo FAT, o sia BAE, che è il diametro apparente verticale, veduto senza refrazione. Se ora s' intenderanno i due punti D, I del primo mobile posti in due circoli verticali ZD, ZI, ad eguale distanza dal vertice essere i luoghi apparenti de' due estremi del diametro orizzontale del disco solare visibile, e i luoghi refratti di questi punti D, I essere i due punti d, i situati anch' essi ne' medesimi circoli verticali ZD, ZI, sarà l' arco del circolo massimo, che passerà per li punti d, i in tutto rigore più piccolo dell' arco DI, ma sensibilmente gli sarà eguale (come si può provare col calcolo, che per brevità tralasceremo), e misurandosi dall' arco DI il diametro apparente orizzontale del Sole veduto da A senza refrazione, e dall' arco **d** i il veduto per refrazione, è manifesto, che questo dovrà essere sensibilmente eguale a quello. Ora il diametro apparente orizzontale veduto senza refrazione è eguale al diametro apparente verticale veduto anch' egli senza refrazione, cioè all' angolo BAE, dunque il diametro orizzontale veduto per refrazione sarà eguale all' angolo BAE, laddove il verticale veduto per refrazione si è mostrato minore del detto angolo BAE. La refrazione dunque dee fare impiccolire, e non accrescere il diametro verticale apparente, e quanto all' orizzontale se non lo può sensibilmente far diminuire,

nuire, non può ne pure accrescerlo, e ciò concorda coll' osservazione comune, che il Sole, e così pure la Luna, apparischino, massimamente presso all' orizzonte, ove maggiore è l' inegualità delle refrazioni, di figura ovale, col diametro verticale più stretto dell' orizzontale; e perciò hanno errato alcuni, che hanno creduto, che l' apparente ingrandimento di quelli corpi, quando si veggono presso l' orizzonte provenga dalle refrazioni, mentre esse fan tutto l' opposto.

VI. Il modo più vero di spiegare questo apparente ingrandimento dee dunque dedursi da altra cagione, e niuna è stata assegnata migliore di quella, che abbiamo accennata sul fine del numero 3, cioè, che quando il Sole, o la Luna è presso l' orizzonte, gli oggetti intermedii ajutano a farne intendere la lontananza, ed essendo per altro l' angolo visuale (almeno rispetto al diametro orizzontale apparente di questi corpi) il medesimo, che si trova, quando sono più presso al vertice, dove gli oggetti intermedii non ce ne fanno comprendere sì bene la distanzza, l' occhio giudica maggiori que' corpi nel primo, che nel secondo caso, siccome giudicherebbe maggiore un corpo, che realmente fosse più lontano, quando accorgendosi di tal lontananza lo vedesse sotto angolo eguale all' angolo, sotto cui ne vede un più vicino. Così se uno scudo d' argento. il cui diametro sarà doppio di quello d' un giulio, benchè posto a doppia distanza dall' occhio, veggasi sotto angolo eguale a quello, sotto cui vedesi un giulio (talmente che se fossero in dirittura, questo coprirebbe quello) parrà tuttavia più grande del giulio, se l' occhio potrà accorgersi, che sia più lontano di questo. Nel medesimo modo si spiega, come la distanza apparente di due fisse vedute presso l' orizzonte, stando all' estimazione dell' occhio, sia maggiore, che quando le medesime fisse si veggono più vicine al vertice.

VII. E per torre ogni dubbio, che questa non sia una fallacia della nostra vista, basta misurare cogli strumenti, e coi metodi prescritti dagli astronomi (de' quali parleremo a suo tempo) i diametri apparenti del Sole, o della Luna nell' istessa rivoluzione diurna, una volta presso all'

oriz-

orizzonte, e un' altra presso al vertice; e si troverà quanto al Sole, che il suo diametro orizzontale sarà il medesimo, e il verticale più piccolo, e non più grande presso l' orizzonte, come abbiamo detto dover succedere in virtù delle refrazioni, e quanto alla Luna, troverassi a un dipresso il medesimo rispetto al diametro verticale, ma quanto all' orizzontale, egli si troverà più piccolo presso all' orizzonte, che presso al vertice, perchè la Luna nel primo caso è più lontana dall' occhio, che nel secondo, con differenza sensibile, come vedrassi dover succedere nelle ipotesi, che si daranno del moto di essa, il che è tutto l' opposto di quello, che apparisce per la sola estimazione dell' occhio.

CAPO SETTIMO

Del moto proprio del Sole riferito alla sfera mobile, e de' punti, e circoli, che da esso dipendono.

Sezione I.

Supposizione VI.

Che il luogo vero del Sole descriva nella sfera mobile un circolo massimo inclinato ad angoli di 23 gradi, e mezzo incirca all' equatore avanzandosi sopra di quello da occidente verso oriente con moto quasi equabile, e in ragione di un grado incirca per ciascuna delle sue rivoluzioni diurne.

ANNOTAZIONI.

I. PEr intendere la presente supposizione convien ricordarsi, che il Sole, come gli altri Pianeti, si suppone collocato dentro la sfera del firmamento a qualche distanza dalla terra, e che il luogo vero di esso nella sfera celeste è quel punto, a cui termina la linea tirata per lo centro di esso dal centro della terra, e questo punto dee moversi al moversi, che fa il Sole. Noi non parliamo ora del moto, che ha realmente il corpo solare, ma qualunque egli siasi, consideriamo solamente il moto di quel punto del primo mobile, che è il suo luogo vero. A suo tempo si parlerà poscia del moto reale del corpo del Sole, o sia del suo centro, dal quale dee senza dubbio dipender la regola dei moti di quel punto, di cui ora parliamo.

II. Conviene ancora per immaginare più facilmente ciò, che porta questa supposizione, fingere, che si arresti per un poco di tempo il moto comune del primo mobile, e di tutti i corpi celesti, acciocchè questo moto non turbi in noi l' immaginazione di quell' altro, di cui siamo per parlare, e ci lasci determinare, e considerare nella sfera mo-

mobile alcuni punti, e circoli de' quali avremo bisogno. Sia per tanto [*Fig.* 43] il centro della terra, e della sfera celeste T, i poli del mondo P, O, l'equatore considerato sulla sfera mobile AELQ, e il moto comune da oriente verso occidente facciasi da A per QLEA. Arrestando dunque il moto comune determiniamo nell' equatore mobile un punto A, e per esso, come per lo suo opposto L, passi un circolo massimo AGLC, inclinato all' equatore con angoli obbliqui GAQ ottuso, e GAE acuto di grad. 23½ incirca, de' quali angoli considereremo tra poco, qual debba essere la precisa misura, siccome ancora diremo a qual parte dell' equatore, considerato sul firmamento per rispetto alle stelle fisse, debba corrispondere il detto punto A. Vuole la presente supposizione, che il luogo vero del Sole lentamente si vada movendo sulla periferia di questo circolo da occidente verso oriente, secondo l' obbliqua direzione di esso, cioè da A per GLCA.

III. Vuole in oltre la supposizione, che tal moto sia quasi equabile, cioè, che descrinvansi dal vero luogo del Sole pressso a poco, e non rigorosamente eguali archi del suddetto circolo Ab, bc &c. in tempi eguali, e ciò in ragione d' un grado in circa per ciascuna delle sue rivoluzioni diurne, le quali risoluzioni risulteranno dalla combinazione del detto moto proprio col moto comune di tutti i corpi celesti impresso dal primo mobile. Imperocchè dobbiamo ricordarsi, che sebbene per la facilità della immaginazione abbiamo finto arrestarsi il moto comune de' cieli, egli non si arresta giammai, e mentre il luogo vero del Sole parte a cagion d' esempio dal punto A verso il punto G del suo circolo, il punto A insieme con G, e tutto il circolo AGLC, e l' equatore AQLE, e ogni altro punto della sfera mobile, se ne va al suo viaggio verso occidente, descrivendo ciascun punto nella sfera immobile un parallelo all' equatore, onde ottimamente si adatta al luogo vero del Sole l' esempio, che suol darsi di una formica, o d' altro animale, che lentamente camminasse colla sua naturale facultà sulla traccia del circolo massimo AGLC, nel mentre che questo circolo insieme con tutta la sfera fosse rapito in giro intorno all' asse del

mondo verſo la parte oppoſta: quindi è, che ſe intendere. mo nella sfera immobile un meridiano, o circolo orario P A, che parti per lo punto A, d'onde s' intende aver il luogo del Sole cominciato a moverſi per A b &c. il punto A tornerà prima a queſto circolo di quello, che vi ritorni il luogo del Sole, il quale ſi ſarà frattanto avanzato nel ſuo circolo verbi grazia, fino in b, e ſe nel moverſi della sfera verſo occidente, e inſieme del vero luogo del Sole obbliquamente verſo oriente ſi ſegnerà nella sfera immobile la traccia, che queſto punto avrà deſcritta, eſſa non ſarà un circolo, ne una curva, che ritorni in ſe ſteſſa, ma una ſpirale A h i b K, avvegnachè poco poſſa ſcoſtarſi da un parallelo all' equatore, a cagione del poco cammino A b, che il Sole avrà fatto nel tempo di quella rivoluzione ſopra il ſuo circolo A G L C.

Sezione II.

Dell' ecclittica, e delle longitudini, e latitudini de' punti della sfera mobile de' Tropici, de' Coluri, de' Polari, e Aſcenſioni rette, e obblique.

I. IL circolo maſſimo (*Fig.* 44) della sfera mobile G E C, che ſecondo queſta ipoteſi viene deſcritto dal luogo vero del centro del Sole, chiamaſi *ecclittica*. La sfera ſuddetta vien diviſa da queſta in due emisferi, de' quali quello, in cui è il polo ſettentrionale dell' equatore, e del mondo P, cioè G P C diceſi *emisfero ſettentrionale* riſpetto all' ecclittica, e l'altro, cioè G O C emisfero meridionale riſpetto alla medeſima; onde è manifeſto, che la porzione di sfera G E Q, benchè ſia ſettentrionale riſpetto all' equatore, è meridionale riſpetto all' ecclittica, ſiccome l'altra C E V è bensì meridionale riſpetto a quello, ma ſettentrionale riſpetto a queſta.

II. Delle due ſezioni dell' ecclittica coll' equatore quella, dalla quale andando per l' ecclittica verſo oriente ſi entra nel emisfero ſettentrionale riſpetto all' equatore, cioè in queſta figura la ſezione E (ſuppoſto, che da E verſo G ſi vada

si vada verso oriente) chiamasi *sezione vernale*, e l'opposta *autunnale*. Dalla sezione vernale si cominciano a contare i gradi, e le parti de' gradi sull'ecclitica andando verso oriente, cioè da E verso G, e così pure i gradi sull' equatore celeste della sfera mobile si cominciano dal detto punto andando verso oriente, cioè da E verso Q. I gradi dell' ecclittica si contano ordinariamente di 30 in 30, costituendosi da 30 gradi un segno, onde tutti i 360 gradi di essa vengono ad essere dodici segni. Questi segni hanno i medesimi nomi, che hanno altrettante costellazioni del firmamento, per le quali passa l'ecclitica, ma non perciò ciascuna di queste costellazioni si estende precisamente per 30 gradi, ne corrisponde in ogni sua parte al segno del medesimo nome dell' ecclittica. Il primo segno dell' ecclittica, cioè i primi 30 gradi dalla sezione vernale verso oriente, si chiama Ariete, onde la detta sezione vernale dicesi anco il *principio dell' Ariete*. I nomi di tutti i 12 segni si contengono col loro ordine ne' seguenti versi, ai quali abbiamo aggiunto i caratteri astronomici, co' quali si esprimono;

	♈	♉	♊	♋	♌	♍
Sunt	*Aries*	*Taurus*	*Gemini*	*Cancer*	*Leo*	*Virgo*

Libraq.	*Scorpius*	*Arcitenens*	*Caper*	*Amphora*	*Pisces*
♎	♏	♐	♑	♒	♓

Da che vedesi, che la sezione autunnale, opposta al punto E viene a cader nel principio della Libra, e che il principio del Cancro G, come pure il principio del Capricorno C lontani grad. 90 dalle dette due sezioni. I sei primi segni, cioè dall' Ariete alla Vergine inclusivamente, sono nel semicircolo settentrionale dell' ecclittica, e diconsi *segni settentrionali*, gli altri sei dalla Libra a tutti i Pesci *segni meridionali*. Quanto a gradi dell' equatore, non sogliono dividersi in segni, ma si contano seguitamente fino a 360.

III. Se per li poli dell' ecclitica L, I, e per quelli del mondo, o sia dell' equatore P, O, si tirerà nella sfera mobile un circolo massimo PLOI, egli si dirà *coluro dei solstizii*, e passerà necessariamente per li punti G, C dell' ec-

clittica, lontani grad. 90 dalle sezioni autunnale, e vernale, cioè per li primi punti del Cancro, e del Capricorno. Questo circolo avrà per poli i punti E, cioè i principii dell' ariete, e della libra, e sarà perpendicolare tanto all' equatore, quanto all' ecclittica. Gli archi d' esso GQ, VC compresi fra questi due circoli saranno ciascuno la misura dell' angolo GEQ, o sia VEC, che fa l' ecclittica coll' equatore, il qual angolo chiamasi *l' obbliquità dell' ecclittica*. Il medesimo arco GQ, o pure VC, è la misura della massima declinazione settentrionale QG, o meridionale VC, che mai possa avere il vero luogo del Sole, giacchè il coluro suddetto non è, che un circolo di declinazione, che passa per li punti G, C dell' ecclittica, i più lontani di tutti dall' equatore. Un altro circolo di declinazione PEO, che passi per le due sezioni E vernale, ed autunnale, chiamasi *coluro degli equinozii*. Le cagioni di queste, ed altre denominazioni fra poco si spiegheranno.

IV. Ogni punto dell' ecclittica nel moversi di questa col moto comune insieme con tutti gli altri punti della sfera mobile, descrive nell' immobile un parallelo all' equatore. Quel parallelo GF, che viene descritto dal punto G principio del Cancro, dicesi *Tropico del Cancro*, e l' altro CD descritto dal punto C principio del Capricorno *Tropico del Capricorno*. E' manifesto, che il vero luogo del Sole non partendo mai nella sfera mobile dall' ecclittica non può mai trovarsi in altro spazio della sfera immobile, che in quello, che è compreso fra due Tropici GF, DC.

V. Anche i poli dell' ecclittica L, I movendosi col moto comune, come tutti gli altri punti della sfera mobile, descrivono nell' immobile due paralleli all' equatore, che chiamansi circoli polari. Quello che vien fatto dal polo settentrionale dell' ecclittica L, cioè LM è il *circolo polare artico*, l' altro NI *l' antartico*.

VI. Se in un circolo massimo perpendicolare all' ecclittica, come il coluro dei solstizii PVO, si prenderanno di qua, e di là dall' ecclittica due archi di longitudine CZ, CX ciascuno di nove gradi, e per li punti ZX s' intenderanno passare due circoli minori della sfera mobile paralle-

ralleli all' ecclittica ZK, XY, la fascia, o zona sferica, compresa fra questi ZKYX, dirassi il *Zodiaco*. Questi circoli, e questa fascia hanno uso non tanto nella considerazione del movimento del Sole, quanto di quello degli altri pianeti, mentre determinano quello spazio del cielo, fuor del quale mai non escano i loro luoghi veri, come diremo a suo tempo. I dodici segni dell' ecclittica detti di sopra, sogliono anco chiamarsi *segni del Zodiaco*, anzi coll' aggiunta di *Zodiaco razionale*, o di *segni razionali*, per distinguerli dalle dodici costellazioni del medesimo nome, che diconsi del *Zodiaco Stellato*.

VII. Se per qualsivoglia punto dell' ecclittica S intenderemo passare un circolo massimo della sfera mobile LSI perpendicolare ad essa, il quale conseguentemente passerà per li poli della medesima L, I, egli si chiamerà un *circolo di latitudine*. Qualunque stella, o altro punto celeste dirassi avere tanta *latitudine*, quanto è l' arco d' uno di questi circoli, come BS, compreso fra il luogo vero di quell' oggetto B, e l' ecclittica. La latitudine può essere meridionale, o settentrionale secondo gli emisferii dell' ecclittica, ne' quali si trova il luogo vero della stella. Tutti i punti d' un circolo della sfera mobile parallelo all' ecclittica hanno egual latitudine, e tutti i punti di egual latitudine sono in un parallelo all' ecclittica. I punti dell' ecclittica non hanno latitudine alcuna, e perciò il luogo vero del Sole non ne ha mai. I poli dell' ecclittica hanno 90 gradi di latitudine.

VIII. *Longitudine* di un punto celeste chiamasi quell' arco di ecclittica, che è compreso fra il principio dell' ariete, e il circolo di latitudine tirato per quel punto, contando verso oriente; come il punto B dirassi avere tanta longitudine quanto è l' arco ES, onde tutti i punti, che sono in un medesimo circolo di latitudine come LBSI hanno longitudine eguale a quella del punto d' ecclittica S, per cui passa quel circolo.

IX. Siccome tutti i punti della sfera mobile si riferiscono all' ecclittica nel modo, che si è detto colla longitudine, e latitudine, così si riferiscono all' equatore colla declina-

clinazione, e coll' ascensione retta. Quello che sia declinazione già altrove si è detto. *Ascensione retta* d'un punto B della sfera mobile è l'arco d'equatore ER, che è compreso fra il principio dell' Ariete E, e il circolo di declinazione PBRO, che passa per quel punto B, contandolo dalla detta sezione E verso oriente. Chiamasi ascensione retta, perchè egli determina il punto d' equatore R, che insieme col dato punto B ascenderebbe sopra un' orizzonte, che coincidesse, e si addattasse al circolo di declinazione PBRO, il che seguirebbe da ogni orizzonte, in cui fosse la sfera retta, che è lo stesso, che dire d'ogni meridiano, e d'ogni circolo orario astronomico.

X. Quando si sappia la longitudine ES, e la latitudine SB di un punto celeste B, il suo luogo B è determinato nella sfera mobile, e così pure quando se ne sappia l' ascensione retta ER colla declinazione RB; purchè si sappia nel primo caso la specie della latitudine, e nel secondo quella della declinazione, cioè se meridionale, o settentrionale. Un punto collocato dentro l' angolo acuto GEQ, o pure VEC dell' ecclittica coll' equatore avrà sempre la declinazione della specie opposta alla latitudine, avendo tali spazii denominazione opposta, rispetto all' ecclittica, a quella, che hanno rispetto all' equatore.

XI. Dalle definizioni della longitudine, o della latitudine de' punti celesti poc' anzi esposte, si raccoglie, che questi vocaboli non significano lo stesso sulla sfera celeste, che sulla terrestre; mentre su questa longitudine, e latitudine si prendono rispetto all' equatore, e la longitudine si conta dal primo meridiano; ma su la celeste si prendono rispetto all' ecclitica, e si contano dal principio dell' ariete; onde la latitudine terrestre corrisponde più tosto alla declinazione celeste, e la longitudine terrestre in qualche modo all' ascensione retta celeste, se non che il principio di questa è un punto dell' equatore mobile, diverso dal punto fisso, sul primo meridiano, onde quella si desume.

XII. *Ascensione obbliqua* di qualsivoglia punto celeste della sfera mobile (*Fig.* 45), come M, è quell' arco d'equatore, che resta compreso fra il principio dell' ariete A, e il pun-

to d' equatore Q, il quale insieme col punto M passa per lo semicircolo orientale di qualsivoglia orizzonte astronomico, che abbia una tale obbliquità della sfera, ed è la medesima, ove l' obbliquità di quella sia la medesima, e verso il medesimo polo, avvertendo però sempre di contare il detto arco da occidente verso oriente, e perciò se in questa figura il semicircolo d' orizzonte HQV sarà l' orientale, l' arco AQ non sarà l' ascensione obbliqua del punto M, ma sarà il compimento di essa all' intero circolo, dovendosi contar l' ascensione da A verso N. All' istesso modo intendesi quello, che sia *descensione obbliqua*, considerando il passaggio per lo semicircolo occidentale dell' orizzonte. Se per lo detto punto M passerà il circolo di declinazione P M G, che tagli l' equatore in G, l' arco AG sarà l' ascensione retta dello stesso punto M, o il suo compimento al circolo, e l' arco QG, differenza tra l' ascensione retta, e l' obbliqua, sarà la *differenza ascensionale*, l' istesso dee intendersi delle descensioni. Ad un medesimo punto M conviene in una medesima obbliquità della sfera una descensione obbliqua diversa dalla sua ascensione obbliqua, ma la differenza dell' una, e dell' altra dall' ascensione retta (che è anco descensione retta) è eguale, onde aggiungendo in un caso, e sottraendo nell' altro la differenza ascensionale alla ascensione retta, si ha l' obbliqua. De' punti, che restano di là dall' equatore verso il polo occulto l' ascensione obbliqua è maggiore della retta, e al contrario della descensione. L' opposto succede de' punti posti di qua dall' equatore verso il polo visibile.

XIII. Benchè l' orizzonte, e l' ecclittica, siccome circoli massimi, e così pure il meridiano, e l' ecclittica, si taglino scambievolmente in due semicircoli, l' arco tuttavia d' ecclittica SC, o pure SI compreso fra l' orizzonte HV, e il meridiano HZI, non sempre è un quadrante di circolo, anzi non può mai esserlo, se non quando l' ecclittica passi per lo cardine orientale, e occidentale Q dell' orizzonte, il che succede quando il principio dell' Ariete, e della Libra si trovano nell' orizzonte. Allora i poli dell' ecclittica sono nel meridiano, e questo circolo è perpendi-

colare

colare all' ecclittica, e segna in essa i punti distanti 90 gradi da' punti di essa, che si trovano nell' orizzonte, che sono i principii del Cancro, e del Capricorno, fuori di questo caso il meridiano non è perpendicolare all' ecclittica, e allora se per li poli di questa si tirerà un circolo verticale ZT, egli determinerà nell' ecclittica il punto T lontano gradi 90 dai due punti S, D, che si troveranno allora nell' orizzonte, per modo che i due archi SCT, e TD saranno ciascuno di gradi 90, e perciò il detto circolo verticale ZT chiamasi il *nonagesimo*. Quando il punto d' ecclittica, che è nell' orizzonte orientale trovasi fra il cardine Q, e il cardine V del polo apparente, l' arco d' ecclittica fra l' oriente, e il meridiano è maggiore di gradi 90, e allora il nonagesimo cade dalla parte d' oriente rispetto al meridiano. Ma quando il punto d' ecclittica posto nell' orizzonte orientale, come nella figura S, e fra il cardine Q, e il cardine del polo occulto H, l' arco d' ecclittica SC fra l' oriente, e il meridiano è meno di gradi 90, e il nonagesimo ZT cade dalla parte d' occidente.

XIV. Quell' arco d' ecclittica, che in un dato spazio di tempo ascende, o discende dall' orizzonte non sempre è eguale a quell' arco dell' equatore, che nel tempo medesimo ascende, o discende per lo stesso orizzonte, ma talvolta maggiore, talvolta minore; e se ascendendo è maggiore, discendendo sarà minore, e al contrario. Quando l' arco d' ecclittica è maggiore di quello dell' equatore, che con esso ascende, chiamasi il primo arco di *breve ascensione*, e quando al contrario di *lunga ascensione*. L' istesso s' intende delle *brevi*, e *lunghe descensioni*. Nell' emisfero nostro settentrionale il semicircolo dell' ecclittica dal principio del capricorno a quello del cancro è di breve ascensione, e di lunga descensione, gli altri 6 segni dal cancro al capricorno sono di lunga ascensione, e breve descensione. Tutto questo meglio può intendersi sul globo, che sulle figure. Le ascensioni, o discensioni sono più ineguali, quanto più obbliqua è la sfera.

XV. Quel momento di tempo, in cui il vero luogo del Sole

Sole col ſuo moto proprio per l' ecclittica arriva, ſecondo la preſente ipoteſi, ad una delle due interſezioni di queſta coll' equatore; cioè al principio di ariete, e di libra, chiamaſi *equinozio*, e queſti due punti ſi dicono *equinoziali*; de' due equinozj quello, che ſuccede nell' entrar del Sole nell' ariete chiamaſi preſſo di noi, che ſiamo nell' emisfero ſettentrionale, *equinozio di primavera*, e l' altro d' *autunno*. Se ſi preſcindeſſe dal moto proprio del Sole, egli deſcrivereb be quel giorno col moto comune non un parallelo all' equatore, ma lo ſteſſo equatore, e perchè il moto ſuo proprio è aſſai lento, come ſi è detto, cioè non più, che di un grado incirca nello ſpazio di una ſua rivoluzione, perciò in quella rivoluzione poco ſi ſcoſterà dall' equatore, e il ſuo arco diurno ſarà per conſeguenza a un dipreſſo eguale al notturno per tutta la terra, da che è preſo il nome di equinozio.

XVI. Similmente quell' iſtante di tempo, in cui il vero luogo del Sole toccherà il principio del granchio, o del capricorno, diceſi *ſolſtizio*, e queſti punti dell' ecclittica chiamanſi ſolſtiziali. Ne' noſtri paeſi l' ingreſſo del Sole nel cancro diceſi *ſolſtizio eſtivo*, e nel capricorno *jemale*. Il Sole ſi accoſta allora più che ſia poſſibile all' uno dei poli del mondo, cioè nel ſolſtizio del cancro al polo ſettentrionale, ed ha allora la maſſima declinazione ſettentrionale poſſibile, che è la miſura dell' obbliquità dell' ecclittica, e nel ſolſtizio del capricorno ſi accoſta al polo meridionale, ed ha la maſſima declinazione meridionale, che miſura anch' eſſa la detta obbliquità. Se in quei giorni egli non aveſſe alcun moto proprio, deſcriverebbe col ſuo moto diurno i tropici del cancro, o del capricorno, ma a riguardo di queſto moto non li deſcrive, che a un dipreſſo; dopo il ſolſtizio egli torna a ſcoſtarſi dal polo, e ad accoſtarſi al polo oppoſto, e da ciò è preſo il nome di ſolſtizio. Il ſemicircolo dell' ecclittica dal cancro al capricorno chiamaſi *deſcendente*, e dal capricorno al cancro *aſcendente*, almeno reſpettivamente a noi Europei, che ſiamo nell' emisfero ſettentrionale della terra.

Sezione III.

Del tempo solare, e de' giorni naturali, e artificiali.

I. Giorno *solare naturale*, o semplicemente *giorno* è quel spazio di tempo, che richiedesi al Sole, da che parte da un determinato circolo massimo della sfera immobile a ritornare col suo moto composto del comune, e del proprio al medesimo circolo. I circoli, da' quali si intende cominciare, e ne' quali s' intende di nuovo finire un tal moto, sono, o l' orizzonte, o il meridiano di qualsisia luogo, ma presso gli astronomi è comunemente il meridiano, e a questo circolo noi ancora riferiremo i giorni. Quando si volessero riferire all' orizzonte all' uso italiano, o babilonico, converrebbe considerare il passaggio per questo circolo non del Sole, o sia del luogo vero del Sole, ma del suo luogo apparente, anzi del suo luogo veduto per refrazione; rispetto al meridiano il luogo vero, l' apparente, e il refratto ad un tempo stesso si trovano in questo circolo, siccome quello, che è uno de' circoli verticali, cioè in quell' istante, che il centro del corpo solare passa per questo piano. Per meridiano intendiamo quì quel solo semicircolo del meridiano, che ha per diametro l' asse del mondo, e in cui cade la sezione visibile dell' equatore con esso meridiano, cioè quella delle due sezioni dell' equatore, che è sopra l' orizzonte. Il momento di tempo, in cui il Sole giunge a questo circolo dicesi *mezzo giorno*, o *meriggio*, anche presso gli astronomi [con tutto, che presso di essi sia il principio del giorno], e il momento in cui giunge nel semicircolo opposto *mezza notte*.

II. Se il luogo vero del Sole (*Fig.* 46), partendo dal punto A del meridiano P A E, comincierà a moversi col moto comune verso la parte occidentale, ed insieme col suo proprio ad avanzarsi obbliquamente sopra l' ecclittica M A L G verso la parte orientale b; già abbiamo veduto, che da questi due moti comporrassi il moto assoluto per la traccia spirale A g i b poco diversa da un parallelo all' equatore E L. Dopo il giro intero della sfera, ritornata che sa-

rà

rà l' ecclittica alla medesima positura M A L G, ed il punto mobile di essa A al punto immobile del meridiano A, non sarà ancora, come si è detto, compito un giorno solare, mentre il Sole non sarà per anco giunto al meridiano P A E, ma ne sarà lontano, quanto richiede l' arco A b d' ecclittica, che egli intanto avrà scorso col moto proprio, onde egli troverassi in un circolo orario P b d un poco ad oriente rispetto al meridiano P A E. Prima che egli giunga a questo meridiano dovrà passare un poco di tempo, cioè tutto quello, che richiedesi, acciocchè il punto b arrivi al meridiano, anzi quel poco ancora di più, che vi vuole, affinchè vi arrivi il Sole stesso, il quale non lascerà in questo medesimo piccol tempo di essersi avanzato un altro poco sull' ecclittica da b verso oriente: e perciò un giorno solare sarà sempre maggiore d' un giorno del primo mobile, (che in una, o poche rivoluzioni è sensibilmente eguale al sidereo), e a proporzione di ciò un' ora solare maggiore d' una siderea, ed ogni tempo solare maggiore di quel tempo sidereo, che si denomina per lo stesso numero d' ore, e di parti d' ore. Questo tempo solare è quello, di cui comunemente ci serviamo, e che dee sempre intendersi, quando senz' altro aggiunto adoprasi il nome di tempo.

III. Intendasi dunque, che l' arco A b sia non più quello, che il Sole avrà scorso, da che il punto della sfera mobile A, compiendo un suo giro, è tornato nel punto immobile A, [che è il tempo d' un giorno del primo mobile] ma tutto quello, che il Sole scorrerà dopo esser partito dal meridiano P A E, finchè egli stesso sia tornato allo stesso meridiano, che è il tempo d' un giorno solare. Intendiamo parimente, che l' arco b c sia quello, che egli scorrerà nel seguente giorno solare, c m nel terzo &c. questi archi A b, b c, c m &c. sono quelli, che per la supposizione, sono a un dipresso eguali. Tirando ora per ciascuno dei punti b, c, m &c. de' circoli di declinazione P b d, P c f, p m k &c. gli angoli E P d, d P f, f P k &c. o sia gli archi d' equatore E d, d f, f k intercetti fra questi circoli non potranno a tutto rigore essere eguali, ma avranno qualche differenza tra loro, benchè piccola, e ciò ancorchè

fossero a tutto rigore eguali gli archi Ab, bc, cm &c. imperocchè ad eguali divisioni dell' ipotenusa AL non corrispondono eguali divisioni del lato EL, come può raccogliersi dalla dottrina de' triangoli sferici, e mostrarsi col calcolo trigonometrico. E perchè i detti archi Ed, df, fk misurano quel tempo, che dee giornalmente aggiungersi al tempo costante d' una rivoluzione del primo mobile per aver il tempo di quella tale rivoluzione, o sia di quel tal giorno solare, ne nasce, che i giorni solari non possano essere fra loro eguali, anche parlando nel detto supposto, che gli archi Ab, bc &c. d' ecclittica fossero esattamente eguali, onde segue, che il moto del Sole per l' ecclittica non sarebbe esattamente equabile, mentre si farebbero da esso archi eguali in tempi, che si sono mostrati ineguali. Molto meno poi si troverà poter essere eguali tra loro i giorni solari, quando gli archi Ab, bc &c. dell' ecclittica scorsi nel tempo di ciascuno di questi giorni sieno anch' essi ineguali, nella maniera, che a suo luogo mostreremo, che in fatti lo sono, e insieme si vedrà essere anco ineguali quelli archi, che scorronsi in tempi rigorosamente eguali, ne tutto ciò ripugna alla presente supposizione dell' equabilità del moto solare, perchè si è spiegato non doversi questa equabilità intendere rigorosamente, ma solo a un dipresso.

IV. Da ciò nasce, che essendo ineguali fra loro i giorni solari, benchè riferiti al meridiano, saranno anche ineguali le ore dell' uno di essi, rispetto alle ore dell' altro. Anzi benchè tutte le ore d' un medesimo giorno debbano essere eguali, come quelle, che s' intendano essere la vigesima quarta parte di quel giorno, non arriverà però il Sole a' circoli orarii egualmente fra loro distanti in intervalli di tempo eguali, come si può mostrare prendendo gli archi Ab, bc &c. dell' ecclittica, e i corrispondenti Ed, df &c. dell' equatore non più per quelli, che convengono ad un intero giorno solare, ma a ciascun' ora di uno stesso giorno solare. Questa ineguaglità però fra i tempi dell' arrivo del Sole in un medesimo giorno a' circoli orarii egualmente distanti si trova, come vedremo, affatto insensibile; onde le ore, e le parti di ore solari si misurano anch' esse, come le sideree

per

per gli angoli de' circoli orarii astronomici, prendendo questi angoli in quella ragione a 360 gr., che hanno i tempi a 24 ore solari, qualunque siasi l'assoluta lunghezza di queste 24 ore.

V. Essendosi detto, che il moto del Sole nell'ecclittica, per ciascuna sua rivoluzione diurna, è di un grado incirca, ne siegue, che egli compirà tutto il giro dell'ecclittica in un tempo, che non potrà andar molto lungi da 360 delle sue rivoluzioni. Noi mostreremo a suo luogo come possa stabilirsi, e sia stata colle osservazioni stabilita la misura di questo periodo, che chiamasi *anno tropico*, e trovata di giorni 365 solari con alcune ore.

VI. Qualunque siasi il numero dei giorni solari, che compongono quest'anno, è manifesto, che se intenderemo cominciarsi ad un tempo stesso una di queste annue rivoluzioni del Sole dal punto dell'ecclittica A, e una rivoluzione diurna del primo mobile dal medesimo punto A dell' ecclittica, o da qualsivoglia altro punto del primo mobile posto nel meridiano PAE, al compiersi di ciascun giorno del primo mobile, il Sole resterà indietro di mano in mano in altri, ed altri circoli orarii più orientali Pd, Pf, Pk, per modo, che quando finalmente egli sarà ritornato per LGMA al detto punto A dell'ecclittica, se ciò sarà succeduto in un tempo, che contenga un numero preciso di rivoluzioni del primo mobile senza alcun avanzo, il Sole avrà fatto un'intera sua rivoluzione diurna di meno di quel, che avrà fatto il primo mobile; e se in un tempo, che oltre un preciso numero di rivoluzioni del primo mobile contenga ancora una certa parte di una di queste rivoluzioni, il Sole nulladimeno mancherà d'una delle intere sue rivoluzioni dall' averne fatte altrettante, e dall' aver fatta di più una simil parte di quell' ultima sua rivoluzione. Così se l' anno tropico si troverà di giorni 365 ore 5.48' solari, questo tempo corrisponderà a giorni 366 ore 5. 48' di tempo di primo mobile.

VII. Compito, che abbia il Sole il suo giro per l'ecclittica, cioè l'anno tropico, dovranno secondo l'ipotesi, in cui parliamo, rincominciare tutte le inegualità de' giorni col medesimo ordine di prima; purchè non si alteri il mo-

to

to del Sole, cioè purchè l' obbliquità dell' ecclittica rimanga la medesima, e purchè in ciascuna parte di essa il luogo vero del Sole si vadi avanzando colle medesime velocità di prima, onde la lunghezza del secondo anno tropico sia eguale a quella del primo, e il tempo, in cui il Sole avrà scorso un certo arco d' ecclittica nel secondo anno tropico, sia eguale a quello, in cui scorse il medesimo arco nel primo.

VIII. *Giorno artificiale*, parlando rigorosamente, è quel tempo, che il Sole si vede sopra l' orizzonte sensibile di un luogo; ma supponendo il luogo sulla superficie terrestre, e trascurando le differenze tra il luogo apparente, o pure tra il refratto, ed il vero, egli si può prendere per quel tempo, che il luogo vero del Sole stà sopra l' orizzonte astronomico, siccome nel medesimo senso chiamerassi *notte* quel tempo, che egli sta sotto il medesimo orizzonte. Se il Sole non avesse moto proprio, questo tempo del giorno, e della notte artificiale avrebbe per misura l' arco diurno, e rispettivamente il notturno di quel parallelo immobile, che egli descrivesse, e l' istesso sarebbe, se avendo moto proprio, questo non fosse obbliquo all' equatore, e ai paralleli, ma sulla traccia d' uno di essi; sebbene però egli descrivendo, come si è detto, delle linee spirali, allontanandosi queste assai poco dai paralleli, poco divario viene ad esservi fra la durata del giorno artificiale, e il tempo solare, che conviene all' arco diurno di quel parallelo, a cui più si accosta in ciascun giorno colla detta spirale, e il medesimo vale dell' arco notturno, e perciò questi archi si prendono ordinariamente per misura della durata del giorno artificiale, e della notte, nel che si prescinde ancora da tutte le ineguallità, che si sono poc' anzi accennate, riferendo le lunghezze dei giorni al meridiano, che sarebbero anche maggiori riferendosi all' orizzonte.

IX. *Crepuscolo* è quello spazio di tempo, che precede il nascere, o segue il tramontare del Sole, e in cui l' aria è rischiarata da un lume debole, e non ben manifesto, che tuttavia si distingue sensibilmente dalle tenebre della notte. Questo lume dicesi *Alba*, o *Aurora* il mattino avanti il

ti il

ti il nascer del Sole, e *sera* dopo il tramontare. Gli astronomi stabiliscono comunemente il termine del crepuscolo mediante un circolo parallelo all'orizzonte, e più basso di esso, cioè più vicino al *Nadir* gradi 18, contandosi sopra i circoli verticali. Quando il Sole giunge a questo circolo avanti il suo nascere, suppongono cominciar l'alba, e quando ci giunge dopo il tramontare, terminare la sera. Pare tuttavia, che tal misura abbia molto d'arbitrio, ne forse può ben stabilirsi senza aver riguardo alla diversa costituzione dell'aria ne' diversi luoghi della terra, e nelle diverse stagioni, anco in un medesimo luogo.

Sezione IV.

Delle divisioni della terra in zone, e climi, della durata de' giorni artificiali, e delle stagioni dell'anno.

I. Riportando sul globo della terra i circoli tropici, e i polari, rimane la superficie di questa divisa in cinque parti, che chiamansi *zone*. Fra il polo artico, e il suo circolo polare, come pure fra l'antartico, e il suo polare, giacciono le *zone frigide* fra i polari, e i tropici le *due temperate*, e fra un tropico, e l'altro le *torride*.

II. Se la latitudine (*Fig.* 47) e z di un luogo terrestre z sarà di gradi $66\frac{1}{2}$ (che è il compimento dell'obbliquità dell'ecclitica) o quel che è l'istesso, se l'altezza del polo H P sarà di tal misura, la distanza del luogo z dal polo p sarà di gradi $23\frac{1}{2}$, e questo luogo si troverà sotto il circolo polare, che è il termine della zona frigida. Il tropico H G più vicino al polo P toccherà l'orizzonte nel cardine H, e il tropico opposto nel cardine O; il Sole in quel giorno, che descrive il tropico H G (prescindendo da refrazioni, o parallassi) non tramonterà, o nascerà a quel luogo, ma farà il suo giro tutto sopra l'orizzonte, e nel punto della mezza notte si vedrà in H, e allora l'ecclittica giacerà nell'orizzonte H O, al contrario descrivendo il Sole il tropico O B, sarà notte per tutto quel giorno. Se la latitudine del luogo sarà anche maggiore, non solo il

tro-

tropico, ma altri paralleli compresi fra tropici, resteranno tutti sopra l'orizzonte, e gli opposti sotto l'orizzonte, onde potranno passare più giorni senza, che il Sole tramonti, e molti senza che nasci. In fine se la latitudine sarà di gradi 90, e la sfera parallela, il Sole vedrassi la metà incirca dell' anno girare perpetuamente sopra l'orizzonte, e l'altra metà rimanere sotto di esso.

III. Se la latitudine (*Fig.* 48) e z, o sia l'altezza del polo PH sarà di gradi 23½, quanta è l'obbliquità dell' ecclittica, il tropico più vicino al polo visibile passerà per lo vertice z, e l'opposto per lo nadir B, e i circoli polari toccheranno l'orizzonte, e quel luogo si troverà nel limite della zona torrida. Se la latitudine sarà anco minore, il tropico suddetto passerà oltre il vertice verso il polo P, e sempre maggior numero di paralleli resteranno da questa parte, quanto minore sarà la latitudine, finchè essendo nulla, cioè trovandosi il luogo sotto la linea equinoziale, o in sfera retta, i tropici passeranno amendue ad eguali distanze dal zenith, uno da una parte, e l'altro dall' altra. Procedendo ancora più oltre torneranno a succedere le stesse cose con ordine contrario fino alla latitudine della specie opposta di gradi 23½, che è l'altro limite della zona torrida.

IV. In ogni luogo di sfera retta essendo tutti gli archi diurni de' paralleli eguali a' notturni, i giorni artificiali saranno sempre eguali alle notti. Il giorno, che il Sole tocca il principio dell' Ariete, e della Libra, descrivendo egli (almeno a un dipresso, e nel modo, che si è spiegato) non un parallelo all' equatore, ma l'equatore stesso, che è circolo massimo, e viene tagliato da tutti gli orizzonti in parti eguali, l'arco diurno sarà in ogni luogo della terra eguale al notturno, e il giorno artificiale eguale alla notte. Fuori di questi due giorni in ogni positura di sfera obbliqua l'arco diurno sarà maggior del notturno, se il Sole declinerà dall' equatore verso il polo visibile, e perciò il giorno artificiale sarà maggiore della notte, e al contrario se verso il polo invisibile. Il massimo giorno artificiale in un dato luogo sarà, quando il Sole descriverà il tropico, che è verso il polo visibile,

le, e questo sarà eguale alla massima notte, che succederà, descrivendosi dal Sole il tropico, che è verso il polo occulto; e descrivendosi dal Sole due paralleli egualmente distanti dall' equatore, un da una parte, l' altro dall' altra, il giorno artificiale nell' uno sarà eguale alla notte nell' altro. Quanto più obbliqua sarà la sfera, tanto sarà maggiore l' inegualità de' giorni artificiali, e delle notti. La misura di ciascuno di essi può determinarsi dato il parallelo del Sole, e l' altezza del polo, calcolandone per le cose dette l' arco semidiurno, il cui doppio è il diurno, e il residuo di questo a ore 24 è il notturno.

V. *Clima* era secondo gli antichi una zona, o fascia della superficie terrestre compresa fra due paralleli all' equatore, talmente distanti fra loro, che la differenza tra il massimo giorno artificiale nell' uno, e nell' altro di essi, fosse di una mezz' ora. Questa divisione, è disusata a' tempi nostri.

VI. Nella zona temperata, e nella frigida lo spazio di tempo fra quell' equinozio, in cui il Sole entra nell' emisfero del polo visibile, e il solstizio seguente, dicesi *Primavera*; quello, che è fra il detto solstizio, e il prossimo equinozio, *Estate*, fra questo è l' altro solstizio, *Autunno*, e finalmente fra questo solstizio, e il nuovo equinozio, *Inverno*. Queste quattro *stagioni* debbono distribuirsi con altro ordine, e avere altri termini nella zona torrida, e diversamente ancora nelle diverse parti di essa, ma tal considerazione non è di molto uso nella astronomia.

VII. Gli abitatori delle zone temperate chiamansi *eteroscii*, perchè l' ombra loro nell' istante del mezzo giorno sempre stendesi verso la medesima parte, cioè verso il cardine del polo visibile. Quelli delle zone frigide *periscii*, perocchè l'ombra loro in qualche giorno dell' anno [cioè ne' giorni ne' quali il Sole ivi non tramonta] compisce un giro intiero sopra la terra. Quelli della torrida *amfiscii*, perchè le ombre meridiane in alcuni giorni dell' anno si stendono verso il cardine del polo visibile, e in altri dell' invisibile, eccettuandone quelli, che sono sotto i tropici, che sono il termine di questa zona. I medesimi si dicono anche *ascii*, perchè in quel giorno, o in quei giorni dell' anno, che il Sole passa per lo vertice all' istante del mezzo giorno non gettano alcun' ombra.

CAPO OTTAVO

Come si determinino colle osservazioni le misure appartenenti al moto del Sole, e si mostra la corrispondenza dell' ipotesi premessa co' fenomeni.

Sezione I.

Come si possa cercare la parallasse del Sole.

I. PEr accorgersi, se il luogo vero del Sole osservi nel suo movimento quelle leggi, che stabilisce la supposizione, che si è fatta intorno ad esso, è necessario poter prima riconoscere cotesto suo vero luogo, e distinguerlo dall' apparente, caso che il Sole avesse parallasse sensibile, giacchè l' apparente, e non il vero è quello, che può osservarsi immediatamente, o più tosto, che può immediatamente dedursi, applicando al luogo refratto, che è quello, che veramente si osserva, la correzione debita per conto della refrazione. Egli è dunque necessario in primo luogo in ciascuna osservazione, che facciasi del Sole, per farne uso nella propria materia, saperne prima la parallasse.

II. La ricerca di questa è difficilissima, e i metodi, che ne sono stati proposti sono diversi, ma per non parlar di quelli, che suppongono altre cognizioni, e determinazioni di misure, delle quali non v' è per anche stato luogo di parlare, e per isfuggire con ciò quel circolo vizioso, che troppo è familiare tanto nel praticare, quanto nell' insegnare i metodi astronomici, un solo ne proporremo, che non ha dipendenza da altri principj, che dagli spiegati finora; e ciò faremo non tanto, perchè pretendiamo, che alcuno si serva precisamente di questo, ma solamente per far vedere, che si può assolutamente trovare la parallasse, che dee servire, per esaminare la ipotesi del moto del Sole, senza supporre per vere queste ipotesi, ne altre, che da queste dipendono.

III. Si

III. Si osservi con un' orologio esatto, la cui equabilità siasi accertata colle osservazioni delle stelle fisse, il tempo dell' orologio, in cui il Sole arriverà al meridiano, per tre giorni seguenti. Se si ritroverà, che la differenza de' tempi dalla prima alla seconda osservazione sia eguale alla differenza fra la seconda, e la terza, si potrà conchiudere, che il moto vero del Sole verso occidente sia in que' giorni sensibilmente equabile nel senso, che si spiegò, trattando del moto vero, o dell' apparente de' corpi celesti alla Sezione 1, e 2 del Capo 3. Ora tale in fatti egli si troverà, se le osservazioni si faranno con tutta la diligenza, e tale è sempre stato trovato dagli astronomi; perocchè sebbene abbiamo mostrato di sopra, dovere secondo le ipotesi essere i giorni solari fra loro ineguali, tuttavia la differenza fra la durata di due giorni, che immediatamente si seguitino uno dopo l' altro, sempre è stata trovata, o nulla, o sì piccola, che appena alle volte si è osservata di una intera seconda di tempo, onde si può riguardare come affatto insensibile, e quindi è, che molto meno si suppone dagli astronomi sensibile l' ineguálità degli angoli fra circoli orarii, che corrispondono alle ore solari d' un medesimo giorno, come abbiamo accennato al num. 4 della Sezione 3 del Capo antecedente, e perciò si affidano di prendere i detti angoli per misura delle ore, e delle parti di ore solari, considerando pure sempre il luogo vero, e non l' apparente del Sole.

IV. Ciò posto sia il Sole fuori del meridiano, e il suo luogo refratto apparisca in qualsivoglia punto (*Fig.* 49) R, per cui passi il verticale Z R, e in questo circolo sia A il luogo apparente di esso, che si vedrebbe senza refrazione, il qual punto dee sempre essere più lontano dal vertice del punto R, e finalmente il luogo vero sia V, il quale, o poca, o molta siasi la parallasse, dovrà sempre essere più alto del punto A, e in qualche oggetto potrebbe anche essere più alto del punto R. Sarà dunque la parallasse del Sole V A, che è quella, la cui misura si dee determinare. Intendasi per lo punto V, tirato dal polo P il circolo orario P V. Si osservi la distanza dal vertice del luogo refratto R,

to R, e l'angolo azimutale PZR, notando a quell' istante il tempo dell' orologio; e di nuovo si osservi nel medesimo orologio il tempo dell' arrivo del Sole al meridiano. Se l'orologio misurerà colla sua rivoluzione precisamente quel giorno solare, l'intervallo di tempo dell' orologio dedotto da queste due osservazioni darà l'angolo dell' orario col meridiano Z P V, giacchè per essersi trovato equabile il moto vero del Sole verso occidente, gli angoli degli orarii astronomici col meridiano saranno proporzionali a' tempi. Se poi l' orologio eccedesse, o mancasse dal commisurare quel giorno solare, si dovrà aver riguardo a questo eccesso, o difetto nel dedurre la misura dell' angolo ZPV. Trovato dunque questo angolo, supponendosi nel triangolo Z P V noto il compimento dell' altezza del polo Z P, e avendosi per l' osservazione l' angolo azimutale P Z V, si dedurrà la distanza del vero luogo del Sole dal vertice Z V. Essendosi dunque osservata la distanza dal vertice del luogo refratto Z R, se a questo si aggiungerà la refrazione, che le conviene, la cui quantità R A si è data nella tavola delle refrazioni, che è comune alle distanze refratte dal vertice del Sole, e di tutti i corpi celesti, si avrà la distanza del luogo apparente del Sole dal vertice, cioè qual sarebbesi veduta senza refrazione, Z A, la quale se sarà sensibilmente maggiore della calcolata Z V darà la quantità della parallasse A V.

V. La parallasse così ritrovata sarà quella, che converrà al Sole nella distanza apparente dal vertice Z A, e in quella lontananza, che egli aveva dal centro della terra nell' istante dell' osservazione fatta nel verticale Z R. Se la sua lontananza dal centro della terra si supporrà mantenersi sensibilmente la medesima, almeno per tutto lo spazio d' un giorno, si potrà dalla parallasse osservata nella detta distanza dal vertice dedurre la sua parallasse ad ogni altra distanza apparente dal vertice in quel giorno per l' art. 6 della Sezione 2 Capo 3. E se si avesse scrupolo nell' ammettere tale supposizione, questo si potrà togliere, osservando non solo in quel giorno, ma in altri ancora col medesimo metodo le parallassi, che converranno ad altre di-

stanze

ſtanze apparenti del Sole dal vertice, perocchè ſe i ſini di queſte ſi troveranno proporzionali a' ſini delle dette diſtanze, ſi potrà per le coſe dette nell' accennata Sezione 2 del Capo 3 conchiudere, che non ſi muti la ſua lontananza dal centro della terra almeno a tal ſegno, che l' effetto ſe ne renda ſenſibile nelle parallaſſi, che è quanto baſta per poterſi fidare della parallaſſe determinata una volta a calcolare le altre, che corriſpondono a tutte le altre diſtanze apparenti dal vertice.

VI. Gli Aſtronomi ricercando (con altri metodi però) le parallaſſi del Sole le hanno ſempre ritrovate aſſai piccole, e tanto più piccole (in una data diſtanza dal vertice) quanto più diligentemente, e con più eſquiſiti ſtrumenti le hanno determinate, maſſimamente dopo l' uſo dell' orologio a pendolo, e dopo d' aver trovati i metodi di ſepararle dalle refrazioni, il che gli antichi non avevano fatto, talmente, che i più moderni dopo il Caſſini trovano la parallaſſe orizzontale del Sole; (che è la maſſima, e di cui tutte le altre ſeguono la proporzione) appena di 10 ſeconde di circolo, e ſebbene ſuppongono, come a ſuo tempo vedraſſi, che la diſtanza dal Sole del centro della terra ſia mutabile dentro lo ſpazio d' un anno, e che tal mutazione ſia aſſai grande, e rendaſi ſenſibile da altri fenomeni, nulla dimeno hanno trovato, che non fa alcun effetto ſenſibile nelle parallaſſi, atteſa la quaſi inſenſibil grandezza di queſte, perocchè quanto più piccole eſſe ſono, tanto minor decremento produce in eſſe un egual accreſcimento di diſtanza dal centro della terra. In prova di che ſia (*Fig.* 50) il centro della terra C, e nella retta C O prendanſi parti eguali C M, M P, P O, e da punti M, P, O ſi tirino le tangenti alla ſuperficie terreſtre M B, P D, O E. Gli angoli C M B, C P D, C O E ſaranno le parallaſſi orizzontali di un oggetto, che foſſe ſucceſſivamente collocato ne' punti M, P, O, e queſte debbono [per l' art. 7 della Sezione 2 Capo 3] ſenſibilmente eſſere in proporzione reciproca delle diſtanze dal centro della terra C M, C P, C O; e perciò eſſendo C P doppia di C M, ſarà la parallaſſe in M doppia della parallaſſe in P, e parimente eſſendo C O tripla di C M ſarà la

paral-

parallasse in M tripla della parallasse in O, onde se la parallasse in M sarà 12, quella in P sarà *6*, e quella in O 4; e perciò maggiore sarà la differenza *6*, che conviene al decremento delle parallassi M, P nell' aumento di distanza M P della differenza 2, che conviene al decremento delle parallassi P, O in un aumento eguale di distanza P O. Il medesimo più generalmente si proverebbe descrivendo col centro C, e coll' assintoto C O un' iperbola equilatera m p o, talchè l' ordinata I V per lo vertice V fosse eguale al semidiametro terrestre C I; perocchè esprimendo I V il raggio, le ordinate M m, P p, O o al medesimo assintoto esprimerebbero i sini delle parallassi orizzontali in M, P, O, le quali ordinate è noto andar sempre decrescendo con minor differenza, ove si prendano sull' assintoto parti eguali C M, M P, P O. Onde è manifesto, che le parallassi orizzontali, (e l' istesso vale di tutte le altre in una data distanza apparente dal vertice) quanto sono più piccole, tanto meno si mutano al crescere della lontananza dell' oggetto dal centro della terra, ne perciò è maraviglia se gli astronomi non trovano differenza sensibile nelle parallassi del Sole, anche in tempi, ne' quali suppongono esser sensibile la differenza delle sue distanze dal centro della terra, per essere, come si è detto, le dette parallassi piccolissime, e appena di 10 seconde nell' orizzonte.

VII. L' estrema piccolezza delle parallassi del Sole fa intendere, che per determinarne le quantità col metodo poc' anzi proposto, converrebbe aver determinato l' angolo azimutale R Z P (nella *Fig.* 49.) il tempo V P Z, e il compimento dell' altezza del polo P Z con una sottigliezza tale, che appena può sperarsi d' arrivarvi colle osservazioni; ma insieme ci assicura, che poco, o nulla possa importarne il farne una determinazione sì esatta, quando le stesse osservazioni fattene con questo metodo bastano abbondantemente per dimostrarla quasi insensibile in qualunque giorno dell' anno, e in qualunque distanza dal vertice si osservi il Sole; onde è meglio levarsi d' attorno questo scrupolo, fingendo nel confronto, che siamo per fare de' fenomeni colle ipotesi del moto del Sole, che egli sia affatto

senza

ſenza parallaſſe, o al più prendendo, come per ſuppoſto, la quantità della parallaſſe orizzontale caſſiniana di ſecondi 10″, e diſtribuendole in ragione de' ſini delle diſtanze apparenti dal vertice con certezza di non potere ſcoſtarſi molto dal vero nella determinazione de' luoghi veri del Sole, e colla riſerva di cercar poſcia di novo con quella maggior ſottigliezza, che è poſſibile, la quantità di tal parallaſſe, dopo che avremo ſtabilite ſu queſta finzione le ipoteſi del moto ſolare col conſenſo de' fenomeni. Se poi col lunghiſſimo tempo ſi cangi la quantità di eſſa, del chè potrebbe forſe alcuno ſoſpettare dall' averla gli antichi trovata maggiore di quello, che la ſtabiliſcano i più moderni, ſarà una nova quiſtione da eſaminare a ſuo tempo. Ecco intanto la tavola delle parallaſſi del Sole diſtribuita a diverſi gradi delle altezze apparenti, o diſtanze dal vertice, ſuppoſta col Caſſini la parallaſſe orizzontale di ſeconde 10.

Altezze apparenti del Sole Grad.	*Parallaſſi del Sole* ″	
0	10	90
10	10	80
20	9	70
30	9	60
40	8	50
50	6	40
60	5	30
70	3	20
80	2	10
90	0	0
		Diſtanze apparenti dal vertice del Sole.

Sezione II.

Come l' ipotesi premessa intorno al moto proprio del Sole si trovi corrispondere ai fenomeni.

I. STabilita nel modo, che si è detto, la misura della parallasse, e con ciò trovata la maniera di distinguere il luogo vero del Sole dal suo luogo apparente, deducendo dalle osservazioni di questo la positura dell' altro, sarà facile a chi che sia, accorgersi del consenso de' fenomeni colla supposizione fatta nel Capo antecedente intorno al moto del Sole. Imperocchè se la detta ipotesi sussiste, dovrà primieramente il Sole di giorno in giorno andarsi avanzando verso quelle stelle fisse, che sono più orientali, e scostarsi da quelle, che sono più occidentali, passando con ciò tutti i circoli di declinazione di ciascuna fissa, in conseguenza di che, dovrà dentro il giro dell' anno trovarsi passare per lo meridiano, o per li circoli orarii con tutte le fisse, e scorrere tutti i gradi delle ascensioni. E questo appunto è quello, che succede; perocchè sebbene egli non si può vedere d' ordinario ad un tempo stesso colle fisse a cagione del suo splendore, si può nulla dimeno notare la differenza del tempo tra il passaggio per lo meridiano di esso, e di qualsivoglia fissa, che vi passi la notte, il che facendosi ognuno potrà accertarsi, che questa differenza di tempo del passaggio del Sole fino a quello di una medesima fissa, ogni giorno si va diminuendo, appunto come porta l' ipotesi dell' avanzamento del Sole sempre alle parti più orientali del cielo, anzi se con istrumento murale posto nel piano del meridiano, e guernito d' un buon cannocchiale, si starà attento al passaggio di sirio, o della lucida nella lira, o nella capra per questo circolo, potranno queste stelle vedersi passare anco di mezzo giorno, e per tutto il corso dell' anno, e paragonandone il passaggio con quello del Sole, vedrassi, che egli di mano in mano si va avanzando nel modo, che si è detto, alle parti d' oriente, fino ch' abbia compito l' intero giro del cielo, e sia tornato al medesimo circolo di declinazione con quelle fisse, con cui

da

da principio si sarà ritrovato, la quale intanto si troverà aver fatto una rivoluzione di più verso occidente di quella, che avrà fatta il Sole.

II. In oltre se l' ipotesi sussiste, questo giornaliero avanzarsi del Sole verso oriente, dovrà farsi per una strada obbliqua all' equatore, e andar congiunto con una continua mutazione di declinazione, la quale dovrà andar crescendo fino a un certo termine, e poscia di nuovo scemando, finchè rendasi nulla, e il luogo vero del Sole passi per l' equatore, e quindi divenire della spezie opposta, crescendo di nuovo fino ad un termine eguale a quel primo, e poscia tornando a scemare, e a farsi nulla nell' equatore. Dopo di che dovrà tornare alla spezie, e alla misura di prima, e tutto ciò dovrà succedere nello stesso spazio di tempo, in cui il Sole avrà scorso, come si è detto, tutti i circoli di declinazione della sfera mobile, e avrà passato per tutti i gradi delle ascensioni rette. Ora tutto ciò si vedrà succedere, se diligentemente si osserverà ogni giorno da qualsivoglia luogo della terra il luogo vero del Sole, e particolarmente nel meridiano, dove l' osservazione è più facile, e più sicura, deducendo, come si è detto, questo luogo vero dall' osservazione coll' impiegarvi le correzioni della refrazione, e della parallasse, che converranno alle distanze dal vertice del luogo refratto, e dell' apparente per avere la distanza vera dal vertice, la qual distanza paragonata colla latitudine, o altezza del polo del luogo, da cui si osserva, che supponesi nota, darà la vera declinazione del centro del Sole, e la spezie di essa all' istante del mezzo giorno nella maniera, che si spiegò, parlando delle stelle fisse, e tal declinazione si vedrà soffrire tutte quelle vicende, che si sono dette. A misura di ciò vedransi mutar i punti dell' orizzonte, dove egli nascerà, o tramonterà ciascun giorno, e accadere in tutti i luoghi della terra a un dipresso quelle vicende nella durata de' giorni artificiali, e delle notti, che di sopra abbiamo descritte.

III. Se si osserverà quell' ultimo limite, a cui giunge la declinazione, o meridionale, o settentrionale del vero luogo del Sole, egli si troverà, come appunto richiede la suppo-

posizione, di gradi 23½ incirca. Si può questa osservazione fare (meglio che altrove) nel meridiano, osservando la massima, e la minima di tutte le altezze meridiane del Sole dentro lo spazio dell' anno; perocchè corrette queste altezze colla refrazione, e la parallasse, e paragonate colla latitudine, o altezza del polo del luogo, in cui si osserva, daranno la misura della detta massima declinazione, che si troverà la medesima dalla parte meridionale, che dalla settentrionale, e sempre di grad. 23½ prossimamente, onde se sussiste la supposizione, tanta si conchiuderà essere l' obbliquità dell' ecclittica. Ma intorno a ciò è d' avvertire, che potendo darsi, che il Sole non tocchi il primo punto del Cancro, o del Capricorno precisamente a quell' istante, che egli passa per lo meridiano del luogo, in cui si osserva, e però a questo istante non abbia ancora la massima declinazione possibile, o già l' abbia avuta, potrà questa misura così determinata riuscir qualche poco lontana dal giusto, e perciò se si vuole ottenere con tutta la possibile esattezza, si dovrà cercare con alcune avvertenze, che tra poco si spiegheranno.

IV. Finalmente se l' ipotesi sussiste, dovranno le declinazioni del Sole giornalmente osservate nel mezzo giorno andar crescendo, e scemando in maniera, che rappresentino il moto del luogo vero del Sole per un circolo massimo inclinato all' equatore coll' angolo suddetto di gradi 23½ in ragione di un grado incirca per giorno. Sia dunque (*Fig.* 51) AL l' equatore, e poniamo, che un qualche giorno nell' istante del mezzo dì sia stato trovato il luogo vero del Sole senza alcuna declinazione, cioè nello stesso equatore, e fingiamo, che egli fosse nel punto A. Qualche giorno dopo sia poi stata trovata la sua declinazione essere settentrionale, e di un tal numero di gradi ED. Se l' ipotesi sussiste, dovrà il punto D trovarsi nella periferia d' un circolo massimo AD, (che sarà l' ecclittica) il quale passi per A (che sarà il principio dell' ariete), e che faccia l' angolo EAD di gradi 23½, e l' arco AD di questo circolo, che sarà la longitudine del Sole, dovrà trovarsi a un dipresso di tanti gradi, quanti giorni sono passati do-

po

po l' oſservazione fatta in A, e perciò facendo, come il ſino di gradi $23\frac{1}{2}$, che è l'angolo D A E, al ſino della declinazione oſservata E D, così il raggio (ſino dell' angolo D E A) al quarto ſino, che ſarà quello della ipotenuſa A D, dovrà queſta trovarſi a un dipreſso d' un numero di gradi, che corriſponda al numero dei detti giorni, e così appunto facendone il calcolo, ſi troverà ſuccedere, ſolamente però a un dipreſso, perocchè in tutto rigore vi ſi troverà qualche differenza ſenſibile, come a ſuo tempo vedremo. Il medeſimo ſuccederà, ſe dopo aver il Sole paſſata la maſſima declinazione ſettentrionale G I, ed eſser tornato di nuovo ad una minor declinazione ſettentrionale F K, ſi calcolerà nel triangolo F L K la ſua diſtanza F L dal principio della libra L, la quale ſottratta da gradi 180 darà la longitudine del Sole A F, e l' iſteſſo parimente s' intenda negli altri due quadranti delle declinazioni meridionali M N, R Q avanti, e dopo la maſſima declinazione meridionale I C, perocchè ſempre l' arco d' ecclittica compreſo fra il più proſſimo punto equinoziale A, overo L ſi troverà col calcolo di tanti gradi incirca, quanti ſaranno i giorni, che ſaranno ſcorſi dopo, che il Sole ſarà ſtato in quel punto equinoziale, e riſpettivamente avanti, che egli vi giunga.

V. Anzi ſe ciaſcun giorno con un orologio eſatto, il quale miſuri, con una ſua rivoluzione, una rivoluzione delle ſtelle fiſſe, ſi noterà il tempo del paſſaggio del centro del Sole per lo meridiano, ed inſieme la diſtanza di queſto dal vertice, e ſe ne dedurrà la vera declinazione, e quindi ſi ridurrà in parti di circolo l' eceſſo di ciaſcun giorno ſolare, oſſervando col detto orologio, ſopra il giorno ſidereo da lui miſurato, per avere con ciò l' arco d' equatore, che corriſponderà al diurno, avanzarſi del Sole verſo oriente riſpetto alle fiſse, o a' punti del primo mobile, traſcurando la piccola differenza fra le rivoluzioni di queſte, e quelle del firmamento, il qual arco (ſe queſta ſerie d' oſſervazioni ſi ſarà cominciata dal preciſo punto dell' equinozio in A, cioè da un mezzo giorno, in cui la declinazione vera del Sole foſſe nulla) ſarà l' aſcenſione retta del Sole all' iſtante di ciaſcun mezzo giorno oſservato, e ſi cal-

colerà poſcia per ciaſcuna oſservazione dalla data aſcenſione retta AE, e dalla data declinazione ED, quanto ſia nel triangolo rettangolo DAE l' angolo EAD, queſto ſi troverà ſempre di una coſtante miſura, cioè di gradi 23½ incirca, e l' ipotenuſa AD, che è la longitudine del Sole di tanti gradi incirca quanti ſaranno i giorni ſcorſi dopo l' oſservazione in A, o pure ſe ſuppoſto l' angolo EAD di gradi 23½ col ſolo dato dell' aſcenſione retta AE, e di queſto angolo, ſi calcolerà la declinazione DE, ſi troverà corriſpondere a quella, che ſarà ſtata oſſervata, e la longitudine AD coi medeſimi dati di nuovo ſi dedurrà di quel numero incirca di gradi, che ſi è detto. Onde è manifeſto per tutte le coſe dette, che i fenomeni corriſpondono all' ipoteſi, che ſi è fatta intorno al moto proprio del Sole; e perciò ſi è queſta dagli aſtronomi comunemente accettata; e da noi ſi accetterà per farne uſo a ricavare ulteriori conſeguenze intorno a' movimenti celeſti.

Sezione III.

Della determinazione eſatta dell' obbliquità dell' ecclittica, e delle longitudini del Sole, e ſue declinazioni, ed aſcenſioni rette.

I. DA ciò, che finora abbiamo detto, raccoglieſi, che due poſſono eſsere i metodi per determinare giornalmente colle oſservazioni le longitudini del Sole, ſuppoſta l' obbliquità dell' ecclittica di gradi 23½, uno coll' oſservare la declinazione vera, che ſi deduce dalle diſtanze meridiane dal vertice, corrette colla refrazione, e le parallaſſi, e paragonate colla latitudine del luogo; e l' altro col determinare mediante l' orologio le aſcenſioni rette; perocchè o l' uno, o l' altro di queſti archi baſta per potere in un triangolo, che ſempre è rettangolo, colla notizia d' un angolo acuto, che è l' obbliquità dell' ecclittica, calcolare l' ipotenuſa, che è l' arco d' ecclittica intercetto fra il più proſſimo punto equinoziale, ed il Sole, e da ciò trovarne la longitudine, purchè (quando ſi voglia ſervire a ciò della

la

la declinazione) si sappia, oltre la specie di essa, se questa vada tuttavia crescendo, o scemando per isfuggire l' equivoco de' diversi quadranti dell' ecclittica, ne' quali il Sole può avere la medesima quantità di declinazione.

II. L' uno, e l' altro di questi metodi, suppone già nota l' obbliquità dell' ecclittica, e che questa sia precisamente di gradi $23\frac{1}{2}$, e sebbene si potrebbe sfuggire la necessità d' aver noto quest' angolo ricercando la longitudine del Sole con accoppiare insieme amendue questi dati della declinazione, e dell' ascensione retta, come si è accennato nella Sezione precedente all' articolo 5, col qual metodo si verrebbe ad un tempo stesso a calcolare, giorno per giorno, la detta obbliquità dell' ecclittica, e con ciò ad accertarne la precisa misura [intorno alla quale abbiamo detto nell' articolo 3 della medesima Sezione, poter rimanere qualche scrupolo, quando essa si voglia dedurre dalla semplice osservazione della massima declinazione del Sole] nulladimeno trascurandosi nel dedurre, che si fa le ascensioni rette da' tempi del mezzo giorno, notati coll' orologio, la differenza, che può esservi tra il giorno sidereo, e quello del primo mobile, la qual differenza non sappiamo ancora qual divario possa produrre nel corso di molti giorni, giova per levarsi ogni scrupulo ricercare l' obbliquità dell' ecclittica con un metodo, che non sia soggetto a tali errori, per lo meno, che li renda insensibili, e questo può essere il seguente.

III. Ne' giorni, ne' quali si vedrà la declinazione settentrionale del Sole andare tuttavia crescendo, ed essere già di 23 gradi incirca, si osservi nel mezzo giorno la precisa misura di questa declinazione, ed insieme si noti il tempo dell' orologio, in cui il Sole giungerà col suo centro al meridiano. Sia (*Fig.* 52) l' ecclittica AG, il principio dell' ariete A, l' equatore AQ, il polo settentrionale del mondo P, una declinazione vera del Sole osservata ED, e perciò il luogo vero del centro del Sole in D. Coll' angolo DAE di gradi $23\frac{1}{2}$ (quantunque non esatto), e colla declinazione DE si calcoli l' ascensione retta del Sole AE, e quindi osservando giornalmente il tempo del medesimo orolo-

orologio, (che si suppone misurare colle sue rivoluzioni il giorno sidereo) nell' istante dell' arrivo del Sole al meridiano, si vadano aggiungendo all' arco AE le parti di circolo, che convengono agli eccessi, che si osserverà avere ciascun giorno solare sopra il giorno sidereo, e siano questi accrescimenti EM, MN &c. donde si avranno le ascensioni rette del Sole all' istante del mezzo giorno nei dì seguenti AM, AN &c. Se in uno di questi giorni l' ascensione retta AQ si troverà nel mezzo giorno precisamente di gradi 90, sarà certo, che in quel giorno il Sole sarà stato nel meridiano nel tempo stesso, che sarà arrivato al principio del cancro G [poichè l' ascensione retta di questo principio è appunto di gradi 90, dovendo essere l' arco AQ un quadrante, quando AG è un quadrante per esser A il polo del coluro de' solstizii PGI], e allora osservando la sua declinazione vera GI, questa sarà precisamente la massima, e darà la misura dell' obbliquità dell' ecclittica GAI: ma se ciò non succederà, si calcoli col solito angolo A di gradi $23\frac{1}{2}$ la declinazione RK, che conviene all' ascensione retta AR di quel giorno, che essa si troverà immediatamente minore, o maggiore di gradi 90, e sottraendo RK così trovata da gradi $23\frac{1}{2}$, si avrà la distanza del Sole in declinazione dal tropico del cancro, che passa per G, la qual distanza sarà piccolissima; perocchè la mutazione di declinazione presso i solstizii è quasi insensibile nello spazio d' un giorno, come da queste medesime osservazioni, o dal calcolo si può far manifesto. Questa distanza dunque ancorchè calcolata con un dato dell' angolo A, che non è esatto, non potrà sensibilmente andar lontana dal giusto, perchè l' angolo di gradi $23\frac{1}{2}$ non si allontana molto dalla vera obbliquità dell' ecclittica, e ognuno potrà accertarsene calcolando di nuovo tanto la prima ascensione retta AE, quanto la declinazione RK, col supporre l' angolo A maggiore, o minore di qualche minuto dell' angolo di gradi $23\frac{1}{2}$, e col sottrarre poscia la detta declinazione calcolata RK dalla misura di quell' angolo, che avrà preso per calcolarla, mentre vedrà provenirne sempre la medesima differenza sensibilmente. In fine avendo osservata nello stesso giorno

la

la vera misura della declinazione del Sole RK nel meridiano, vi si aggiunga la distanza del Sole dal tropico così ritrovata, e avrassi la massima declinazione GI, misura della vera obbliquità dell' ecclittica. Si potrebbe abbreviare questa operazione, se si sapesse il tempo del preciso arrivo del Sole al principio del cancro, e così praticano gli astronomi comunemente, ma ciò supporrebbe d' avere stabilite le misure de' movimenti del Sole, che noi ancora non sappiamo, onde abbiamo creduto espediente proporre questo metodo, per mostrare, che in tale ricerca si può assolutamente sfuggire ogni petizione di principio.

IV. Se le medesime osservazioni, e i medesimi calcoli si ripeteranno quando il Sole si accosta alla sua massima declinazione meridionale, e questa è a un dipresso di gradi 23, si avrà un nuovo riscontro della misura della obbliquità dell' ecclittica nel semicircolo meridionale di questa. Anzi per praticare tutta la maggior cautela possibile, si potrà tenere il seguente metodo, col quale ne pure si ha bisogno di sapere l' altezza precisa del polo del luogo, ma solo a un dipresso, mentre questa si viene a dedurre a un tempo stesso insieme coll' obbliquità dell' ecclittica. Si facciano le osservazioni, e i calcoli descritti al num. 3 tanto verso l' ingresso del Sole nel cancro, quanto verso il suo ingresso nel capricorno, e avendo trovati i giorni, ne' quali succede l' uno, e l' altro solstizio, si calcolino nel mezzo giorno di questi, le distanze del Sole in declinazione dai tropici, che siano [*Fig.* 53] ST, NC, dalla distanza vera ZS, che avrà il Sole dal vertice nel mezzo dì di quel giorno, in cui succederà il solstizio del cancro; si sottragga ST distanza del Sole dal tropico, per avere ZT distanza del medesimo tropico dal vertice. All' incontro alla distanza vera ZN del Sole dal vertice nel giorno, in cui succederà il solstizio del capricorno, aggiungasi la sua distanza dal tropico NC, per avere ZC distanza di questo tropico dal vertice. Sottraendo ora ZT da ZC, si avrà TC vera distanza de' tropici, la cui metà TE, ovvero EC sarà la massima declinazione del Sole, o sia l' obbliquità dell' ecclittica; e aggiungendo alla detta metà ET la distanza dal

vertice

vertice del tropico del cancro ZT, risulterà la latitudine del luogo ZE, la quale (se il tutto diligentemente sarà stato fatto, e se le parallassi, e le refrazioni sono esatte) dovrà trovarsi precisamente eguale all' altezza del polo visibile HP, determinata colle osservazioni delle stelle di perpetua apparizione.

V. Si è dubitato dagli astronomi se l' obbliquità dell' ecclittica sia costante, perchè il paragone delle antiche colle moderne osservazioni la farebbe creder mutabile, essendo stata ritrovata anticamente quasi di 24 gradi, e quindi sempre di mano in mano, minore fino a' tempi nostri, ne' quali tutti la concordano minore d' un minuto incirca de' gradi 23½ (dubitandosi solo di un mezzo minuto di più, o di meno, facendola altri di gradi 23.29', altri di gradi 23 28' 30'' incirca), e si disputa se questa diminuzione sia reale, o se debba attribuirsi alle osservazioni troppo rozze degli antichi. Per decidere una tal questione pare, che convenghi aspettare maggior lume dalla continuazione delle osservazioni con quella medesima diligenza, colla quale ora si fanno.

VI. Determinata colle osservazioni, o proprie, o d' altri la vera obbliquità dell' ecclittica, si potranno aver giornalmente per mezzo delle declinazioni osservate le longitudini del Sole, e con ciò resterà il suo luogo vero determinato nella sfera mobile; ma è da avvertire, che il dubbio accennato di un mezzo minuto nella misura di quest' angolo a' tempi nostri, rende alquanto sospetti i calcoli delle longitudini, quando il Sole si accosta a' punti solstiziali, benchè non porti per altro alcun divario sensibile, quando egli ne è assai lontano; onde accostandosi i solstizii, è più sicuro cercare la longitudine del Sole per mezzo delle ascensioni rette, dopo avere qualche tempo avanti determinata una di queste ascensioni per mezzo della declinazione nel modo, che si è accennato poc' anzi al num. 3. Data poi la longitudine del Sole a qualsisia tempo, si avrà nel triangolo DEA della Fig. 51 l' ipotenusa DA per calcolarne se si vuole, o l' ascensione retta, o la declinazione, e data all' incontro una di queste due, si potrà calcolare l' altra, e la

stessa

ſteſſa longitudine D A, avendo ſempre il dovuto riguardo a diverſi quadranti dell' ecclittica fra punti equinoziali, e ſolſtiziali.

VII. Gli equinozii ſi poſsono determinare ſenza biſogno di aver nota l' obbliquità dell' ecclittica, mentre ſe accaderà, che nel mezzo giorno la declinazione vera del Sole ſi trovi nulla, in quello ſteſſo momento ſarà l' equinozio, e ſe la declinazione ſarà aſſai piccola, e poſcia il ſeguente giorno ſi troverà eſſere della ſpezie oppoſta, l' equinozio ſarà ſucceduto in quel giorno, e potrà ſaperſene l' ora, calcolando a qual' ora la declinazione ſarà ſtata nulla, cioè facendo come la ſomma delle dette due declinazioni, alla declinazione nel mezzo giorno, che precede l' equinozio, così ore 24 al tempo cercato. Imperocchè preſſo a' punti equinoziali le mutazioni di declinazione del Sole da un giorno all' altro ſono egualiſſime, e ſenſibilmente proporzionali al moto del Sole nell' ecclittica.

VIII. Gli aſtronomi hanno cercati de' metodi di determinare eſattamente i tempi dell' ingreſſo del Sole ne' punti ſolſtiziali, indipendentemente dall' eſser nota l' obbliquità dell' ecclittica, l' altezza del polo, le refrazioni, e le parallaſſi, il che ſarebbe d' un grand' uſo nell' aſtronomia; ma queſti metodi non poſsono abbaſtanza ſpiegarſi, ſenza aver premeſſe altre notizie intorno alle regole dell' inegualità del moto del Sole nell' ecclittica, onde ſe ne parlerà in altro luogo.

IX. Se ſi bramaſſe di determinare la longitudine del Sole fuori del meridiano a qualſivoglia ora, in cui egli foſse viſibile, ſi potrebbe oſservare la diſtanza dal vertice del ſuo luogo refratto (*Fig.* 54) Z K, e inſieme notar il tempo dell' orologio, notando pure di nuovo il tempo del medeſimo orologio all' iſtante del mezzo giorno. Aggiungendo la refrazione K A alla diſtanza Z K, ſi avrebbe la diſtanza Z A del luogo apparente dal vertice, e ſottraendone la parallaſſe A V, ſi avrebbe quella del luogo vero Z V. Immaginando poſcia il circolo di declinazione P V tirato per lo vero luogo V, ſi avrebbe nel triangolo Z V P, oltre il compimento dell' altezza del polo Z P, il lato Z V, e l' angolo

R ZPV

ZPV misurato dal tempo fra l'osservazione fatta, e l'arrivo del Sole al meridiano, purchè una rivoluzione dell' orologio si fosse osservata misurare quel giorno solare (altrimente dovrebbesi avere riguardo al divario) onde si calcolerebbe la distanza dal polo PV, dalla quale sottratti gradi 90, se eccedesse il quadrante, si avrebbe la declinazione meridionale del Sole, o se non lo eccedesse, sottratta essa da gradi 90, il residuo VE sarebbe la declinazione settentrionale. Data la declinazione colla notizia di più se questa fosse crescente, o decrescente, si calcolerebbe al solito nel triangolo rettangolo VEL coll' angolo noto VLE dell' equatore EL coll' ecclittica VL, la distanza VL del Sole dal principio dell' ariete, o della libra, conchè se ne avrebbe la longitudine.

X. Potrebbe anco in vece dell' angolo ZPV, servire l' osservazione dell' angolo azimutale VZP. Ma è meglio fare le osservazioni del Sole nel meridiano, e per averne la longitudine a qualsivoglia altra ora del giorno distribuire proporzionalmente a' tempi il suo moto giornaliero in longitudine, perocchè la piccola inegualità di questo moto non si troverà mai sensibile dentro lo spazio d' un giorno. L' istesso s' intende della sua ascensione retta, e declinazione.

Sezione IV.

Come dalle osservazioni del Sole si trovi l' ora solare, e come data questa si abbia la positura della sfera mobile, rispetto all' immobile.

I. DAta per l' osservazione [*Fig.* 54] la distanza del Sole dal vertice ZV, e l' angolo azimutale di esso VZP, a qualsivoglia istante, e notificato con questi dati, e coll' arco ZP, l' angolo ZPV, è manifesto, che si saprà la distanza oraria del Sole dal meridiano, cioè l' ora solare dopo mezzo giorno.

II. Il medesimo può aversi senza l' angolo azimutale colla sola distanza dal vertice ZV, purchè si sappia per mezzo degli orologi comuni regolati dal mezzo giorno a

un dipresso il tempo solare cercato, ad effetto di poter calcolare dalle osservazioni meridiane fatte come sopra, o in altra maniera, quanta sia a questo tempo la declinazione del Sole, o suo compimento PV, perchè non mutandosi mai la declinazione suddetta nello spazio d'un ora più d'un minuto di circolo, ancorchè non si sappia il tempo solare esattamente, si potrà avere assai esattamente il detto arco PV, col quale, e cogli archi ZV, ZP si troverà, come poc' anzi, l'angolo dell'ora solare ZPV. Questo è il metodo, che più comunemente si pratica in mancanza d'orologio esatto, e gli antichi, che ne mancavano, non avevano miglior modo di notificar l'ora solare in tempo di giorno, che questa di prender l'altezza, o la distanza dal vertice del Sole a quell'istante, a cui cercavano di saperla.

III. Dalle cose dette sarà facile dedurre, come all'incontro data l'ora solare, e la declinazione del Sole se ne possa sapere l'angolo azimutale, e l'altezza, o distanza vera dal vertice.

IV. In qualunque modo sappiasi il tempo solare dopo mezzo giorno insieme coll'ascensione retta del Sole (la quale da questo medesimo tempo può dedursi, o per mezzo delle osservazioni meridiane del Sole fatte in quei giorni, o in altra maniera), se l'arco d'equatore EQ, che conviene a questo tempo, si aggiungerà alla ascensione retta del Sole LE, si saprà il punto d'equatore Q, che passa in quell'istante per lo meridiano, cioè si saprà l'arco d'equatore QL, che è dal principio dell'ariete L fino a questo punto, che chiamasi *Ascensione retta del mezzo cielo*.

V. Questo punto Q determina per quell'istante di tempo la positura di tutta la sfera mobile nell'immobile, e dato che egli sia, si può, o col calcolo, o sul globo artificiale determinare nella sfera immobile la situazione di qualsivoglia circolo mobile, o di qualsivoglia altro punto dato della sfera mobile.

VI. Si può a cagion d'esempio sapere qual punto C d'ecclittica trovisi nel meridiano, purchè nel triangolo QCL sia data l'ascensione retta del mezzo cielo QL, l'obbliquità dell'ecclittica QLC, e l'angolo retto Q, per dedurne

 l'ipo-

l'ipotenusa L C, che ridotta in segni, e parti di segni mostrerà il punto cercato. Nello stesso triangolo troverassi l'angolo C dell' ecclittica col meridiano, e la declinazione Q C del punto C, che paragonata colla distanza dell' equatore dal vertice, o latitudine del luogo Z Q, darà la distanza dal vertice del detto punto C dell' ecclittica, che passa per lo meridiano.

VII. Può sapersi, aggiungendo 90 gradi, o sottrandoli dall' arco L Q, quali sieno i due punti d' equatore O, che passano allora per li cardini orientali, o occidentali. Dato perciò l'arco L O, l'angolo O L F, che è l'obbliquità dell' ecclittica, e l'angolo F O L, che misura l'altezza dell' equatore Q R, si saprà l' arco L F d' ecclittica, e il punto di essa F, che nasce, o tramonta; come pure la sua amplitudine ortiva, o occidentale O F, e l'angolo F, che essa fa coll' orizzonte. Aggiungendo, o togliendo dall' arco L F un quadrante, (che sia F V) si avrà il grado nonagesimo dell' ecclittica V, per lo quale se intenderemo tirato il verticale Z V, che sarà il verticale nonagesimo, egli farà l'angolo Z V C retto, e nel triangolo Z V C con quest' angolo, e colla misura poc' anzi trovata dell' angolo C, e dell' arco Z C si avrà la positura C Z H di questo verticale, cioè l'angolo, che egli fa col meridiano, e la distanza dal vertice Z V del punto nonagesimo V. Si tralasciano altre conseguenze, che ognuno da se può trovare.

VIII. Se all' incontro fosse data la positura della sfera mobile nell' immobile, cioè fosse data l' ascensione retta del mezzo cielo L Q, sottraendo da essa l' ascensione retta del Sole L E, ove questa fosse nota (al che è necessario, che sia noto a un dipresso il tempo solare dopo mezzo giorno, che è quello che si cerca di sapere esattamente, applicandosi quì ancora presso a poco ciò, che si è detto della declinazione al num. 2), si avrebbe l' arco Q E, che misurerebbe il tempo solare dopo mezzo giorno.

Se-

Sezione V.

Degli anni tropici, e civili, e della loro misura.

I. SE co' metodi accennati si osserveranno per lungo tempo le longitudini del Sole, potrà da queste osservazioni rinvenirsi la misura dell' anno tropico, cioè di quello spazio di tempo, in cui il luogo vero del Sole torna al medesimo punto dell' ecclittica, da cui è partito. Ogni punto dell' ecclittica può servire a quest' uso, ma gli astronomi si vagliono comunemente delle osservazioni de' tempi degli equinozii come più facili, e più sicuri per non supporsi in esse la cognizione della obbliquità della ecclittica. Se il medesimo equinozio, o dell' ariete, o della libra si osserverà in due anni susseguenti, si determinerà la lunghezza di un' anno tropico, e si potrà sapere non solo il numero de' giorni solari fra loro ineguali, e delle ore, e parti d' ore solari, ma anco di giorni siderei, e di ore, e parti d' ore sideree, delle quali è composto, purchè con un' orologio esatto si seguiti tutto un' anno il moto del Sole, e di una medesima fissa osservandone i passaggi per lo meridiano.

II. Ma perchè qualche piccolo errore può commettersi nel determinare i tempi dei due equinozii, [o d' altre positure del Sole nell' ecclittica] co' quali si intende cominciare, e finire un' anno tropico, praticano gli astronomi di dedurne la quantità dalla comparazione di due osservazioni di un medesimo equinozio fatte in anni fra loro lontani, più che sia possibile; e dividendo poscia il numero de' giorni, e delle ore, e parti d' ore solari corse fra questi due tempi, per lo numero degli anni tropici, che sono passati (nel qual numero non si può errare d' un' unità, quando la quantità dell' anno tropico si sappia a un dipresso per mezzo d' altre osservazioni più vicine fra loro) ricavano quanti giorni, ore, e minuti solari convengano ad uno di questi anni, con che gli errori fatti per avventura nelle osservazioni de' due equinozii vengono a vedersi assai minori nella misura di un solo anno, e quando il numero di questi anni sia assai grande, possono farsi insensibili. E sebbene i giorni solari, che colle

ore,

ore, e parti d'ore corse fra le due osservazioni, che s' impiegano in questo calcolo, sono ineguali, nulladimeno se si supporrà, che ciascun' anno ritorni il Sole ne' medesimi punti dell' ecclittica alle medesime velocità di moto, i giorni corrispondenti, di ciascun anno tropico saranno fra loro eguali, e potrà fingersi la durata d' un giorno solare d' una misura media, e tale, che a compiere un' anno tropico si richiedano altrettanti di questi giorni, ed ore con parti d'ore eguali, quanti saranno i giorni, le ore, e le parti d'ore ineguali, che si saranno trovate nella misura di esso.

III. Questo metodo suppone la durata dell'anno tropico di una misura costante, il che in tutto rigore non può esser vero, come a suo tempo mostreremo, anzi faremo insieme vedere, che un medesimo anno tropico preso da diversi principj non dee rigorosamente trovarsi d' un' istessa misura. Ciò non ostante fingesi dagli astronomi una media quantità dell' anno composto dei detti giorni d'una media misura, e corrispondente ad una velocità media del Sole, e questo anno viene da essi comunemente determinato coi metodi, che a suo luogo spiegheremo, di giorni 365, 5 ore, e minuti 49½ a un dipresso. Si vedrà ancora, che le suddette inegualità degli anni tropici non sono, che piccolissime.

IV. Le piccole differenze, che abbiamo detto trovarsi fra gli anni tropici, sebbene sono disprezzabili negli usi astronomici (ne' quali vi si avrà da noi ancora il dovuto riguardo) non è però necessario tenerne conto negli usi civili, e perciò sono convenuti i popoli di misurare i tempi col corso del Sole, senza tener conto delle inegualità degli anni tropici, e molto meno dei giorni, componendo un periodo di giorni intieri, che chiamasi anno civile; il cui uso è grandissimo, e quasi indispensabile nell' umana società, per riferire le cose passate, o avvenire ciascuna a' loro tempi, onde gli astronomi stessi per parlare col linguaggio degli altri servonsi di quest' anno, e de' giorni di esso nello specificare, o i tempi delle osservazioni fatte, o quelle de' fenomeni, che dovranno seguire.

V. L' anno civile è stato preso da diverse nazioni di diverse misure, delle quali altre più, altre meno si accostano

alla

alla misura dell' anno tropico; anzi alcuni popoli hanno regolato il loro anno civile non col solo riguardo a' moti del Sole, ma a quelli ancora della luna; ma lasciando di parlare di questi ultimi, fra quelli, che hanno accomodato il loro anno unicamente a' moti del Sole, tre sono stati i metodi più celebri, cioè *l' anno Egizio*, che sempre era di giorni 365; *l' anno Giuliano* introdotto da Giulio Cesare, ma ridotto al perfetto suo uso solamente a' tempi d' Augusto, che era di giorni 365, ore 6, delle quali ore tenevasi conto solo ogni quarto anno, aggiungendo a quell' anno, (che chiamasi bisestile) un giorno di più, e facendolo di giorni 366; e *l' anno Gregoriano*, che è quello, di cui si serve la Chiesa Cattolica, e che è stato abbracciato da tutta l' Europa, toltane l' Inghilterra, e qualche altra Provincia settentrionale. Quest' anno è di giorni 365, ore 5, e minuti 49'. 12", delle quali frazioni si tiene conto col fare ordinariamente ogni quattro anni l' anno bisestile, come nell' anno Giuliano, ma col tralasciare però di farlo ordinariamente negli anni centesimi, cioè col farlo solamente ogni quarto anno centesimo. Con ciò viene a regolarsi l' anno per tal modo, che gli equinozii, i solstizii, e tutte le altre positure del Sole si mantengono sempre assai dappresso nel medesimo giorno dell' anno civile, almeno per un lunghissimo corso di secoli (come dimostrò il Clavio nell' esposizione, che scrisse del Calendario Gregoriano, e dopo lui altri astronomi), onde può sapersi in qual grado dell' ecclittica si ritrovi il Sole in ciascun giorno di quest' anno, fatta, che se ne sia una volta l' osservazione, senza allontanarsene più d' un grado incirca; e quindi sono stati regolati i giorni degli ingressi del Sole in ciascun segno del Zodiaco, che sogliono registrarsi nei Calendarii, e notarsi sull' orizzonte dei globi artificiali. Non parleremo degli anni delle altre nazioni, ne della distinzione dei mesi, rimettendoci intorno a ciò a' Cronologi.

VI. Quel tempo fisso, da cui qualche nazione comincia a contare il numero de' suoi anni civili, chiamasi *Epoca*, e la serie degli anni contati da una Epoca suol dirsi *Era*. L' Epoca, di cui la Chiesa Cattolica, anzi tutti i Cristiani si servono comunemente, è il tempo della natività di nostro

stro Signore Gesù Cristo, e per meglio dire è il primo giorno di Gennajo di quell' anno, che immediatamente succede a quello, in cui credesi nato Gesù Cristo Signor nostro; e sebbene il vero anno della sua nascita è anche dubbioso, tutti però convengono nel contare questi anni ad un medesimo modo, cioè secondo l'opinione di chi prima cominciò a valersi di quest' Epoca, che dicesi fosse Dionisio Exiguo, e questi chiamansi anni dell' *Era Cristiana*, o dell' *Era Dionisiana*.

VII. E' da avvertire, che essendosi fino all' anno 1582 di quest' Era praticato l' anno Giuliano, nel quale non si omette mai ogni quattro anni di aggiungere il giorno bisestile, gli equinozii, [e così le altre positure del Sole nell' ecclittica] non succedevano più in quei giorni dell' anno, ne' quali si osservavano al tempo d' Augusto, ma anticipavano di 10 giorni incirca. Gregorio XIII per rimetterli a proprii giorni ordinò, che dall' anno 1582 si togliessero 10 giorni, cioè, che il quinto giorno di Ottobre fosse chiamato il decimo quinto; e da quel tempo cominciò il Calendario Giuliano a contare 10 giorni meno del Gregoriano, onde i protestanti seguendo l' antico stile, disconvennero da noi di giorni 10 fino all' anno 1700, in cui omettendosi nell' anno Gregoriano, e non nel Giuliano il bisestile, la differenza crebbe a giorni 11, e tale si mantiene ancora il divario nel computo de' giorni fra noi, e gli Inglesi; giacchè quasi questi soli seguitano ora il Calendario Giuliano, avendo gli altri Principi dell' Europa quasi tutti abbracciato da poco in qua il Gregoriano. La differenza suddetta crescerà d' un' altro giorno l' anno 1800, di due l' anno 1900.

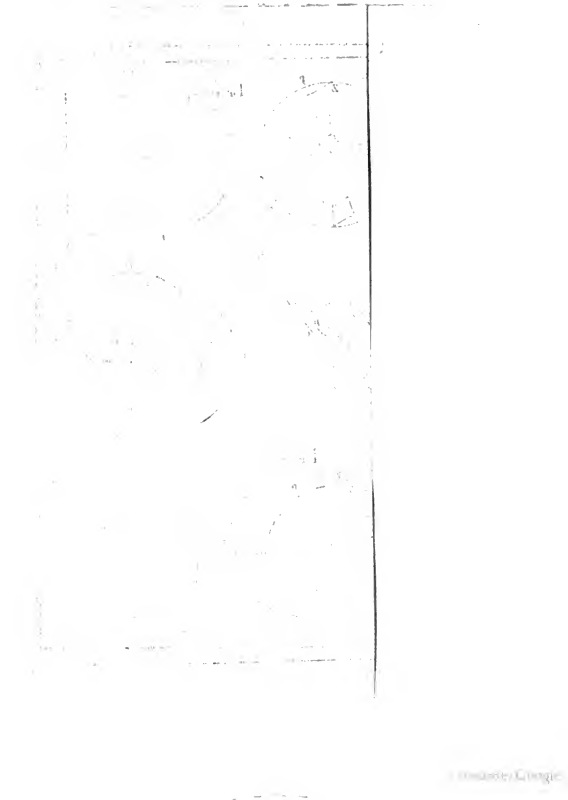
CA-

g. 136.

P

H

51.

A

CAPO NONO

Del modo di determinare colle osservazioni la positura de' luoghi veri di tutti gli oggetti celesti nella sfera mobile.

Sezione I.

Come per mezzo del Sole si riferiscano gli oggetti celesti al principio dell' ariete.

I. L'Ipotesi fatta intorno al moto del Sole, e trovata uniforme alle osservazioni, ci dà nella sfera mobile un punto determinato, che è il principio dell' ariete, al quale costumano gli astronomi di riferire la positura de' corpi celesti, o per mezzo delle longitudini, e latitudini, considerando quel punto come principio dell' ecclittica, o per mezzo della declinazione, ed ascensione retta, riguardandolo come principio dell' equatore, e numerando sempre tanto le longitudini, quanto le ascensioni rette da occidente verso oriente.

II. Questo primo punto dell' ariete, a cui si rapportano tutti i corpi celesti, non è contradistinto con alcun segno, che lo renda visibile per se stesso, e movendosi egli perpetuamente col moto comune di tutta la sfera, non si può fare immediatamente ad esso il rapporto de' suddetti corpi, come si farebbe ad un punto visibile, o almeno fisso qual si è il vertice, il polo, i cardini dell' orizzonte. Conviene dunque per riferire i corpi celesti al prinpio dell' ariete secondo l' ecclittica, o secondo l' equatore, riferirli al Sole, di cui si può sapere la positura, rispetto al detto principio per mezzo d' osservazioni immediate, come già si è spiegato; o certamente riferirlo a qualche altro punto visibile, come ad una, o più stelle fisse, delle quali la positura sia già nota nella sfera mobile, e questa medesima non può essere stata determinata anch' essa, che per mezzo del Sole.

III. Perciò il fondamento di tutte le osservazioni astronomiche, per le quali si intende di determinare il luogo d'un oggetto celeste nella sfera mobile ad un tempo dato, è la notizia, o del luogo vero, che ha il Sole a quel tempo nella sfera mobile (sia poi, che questo luogo si deduca dalle osservazioni immediate, che è il modo più certo, o pure dalle tavole de' moti del Sole, che si calcolano dagli astronomi dependentemente da una gran serie d'osservazioni fatte, come a suo luogo spiegaremo), o almeno del luogo, che abbia il Sole in un qualche tempo, per mezzo del quale fu determinata a quel tempo la positura nella sfera mobile di quelle fisse, dalle quali vuol dedursi la positura di quell' oggetto celeste; supposto però, che il luogo delle fisse dopo quel tempo non sia mutato, o che si sappia la misura di tal mutazione.

III. Ponno esservi diversi metodi tutti appoggiati su questo fondamento di trovare la positura degli oggetti celesti nella sfera mobile. Noi esporremo i più principali, ma dipendendo tutti dalle osservazioni di questi oggetti fatte dalla superficie della terra, ne potendosi in queste osservazioni immediatamente discernere altro, che i luoghi loro apparenti, conviene prima mostrare, come da questi si ricavino i luoghi veri, che sono quelli, che s' intende di riferire al principio dell' ariete, e ciò si fa coll' averne prima determinate le parallassi. A tal effetto si potrebbe praticare un metodo simile a quello, che si propose, trattando delle parallassi del Sole, ma è meglio valersi di altri metodi più esatti, che al Sole non potevano facilmente adattarsi, del che brevemente ora tratteremo.

Sezione II.

Del modo di determinare le parallassi degli oggetti celesti.

I. Il metodo più sicuro, e più esatto di determinare la parallasse dei corpi celesti, è quello, che si pratica per mezzo delle parallassi orarie, paragonando l'oggetto con una stella fissa vicina al medesimo, nella maniera inventata dal Cassini. Si rivolga a quella parte del cielo ove si vede l'oggetto, (il quale trovisi non lungi da una stella fissa) il cannocchiale, nel cui foco sieno due fili, che si taglino ad angoli retti. Si mova il cannocchiale, finchè, o la fissa, o il fenomeno, cioè quello di questi due corpi, che è più verso occidente, si vegga nell'uno de' due fili, e si osservi, se (stando fermo in tal positura il cannocchiale) egli seguiti a camminare per quel medesimo filo. Quando nò, girisi alquanto il tubo, che porta i fili, si rimetta sul filo la stella, si fermi di nuovo il tubo, si osservi se essa cammina sul filo, e tante volte ciò si replichi, quanto bisogna, perchè essa vi cammini esattamente. Allora senza mover più il cannocchiale, ne il tubo dei fili, si notino i tempi dell'orologio, ne' quali tanto la fissa, quanto il fenomeno arriveranno all'altro filo, che taglia ad angoli retti quel primo, per cui l'uno di essi si è veduto camminare. Si potrebbe risparmiar la fatica di rivolgere i fili nella positura bramata col soccorso di una macchina, che chiamasi parallatica, ma ciò non è assolutamente necessario.

II. Essendo dunque certo, che le fisse descrivono nella sfera immobile un parallelo all'equatore, e dall'altra parte non potendo quella traccia, che nella medesima superficie descrive il luogo apparente del fenomeno ne pur essa deviar molto da un parallelo nel breve tempo, che egli impiega a traversare il campo del cannocchiale, saranno i duoi viaggi descritti dalla fissa, e dal fenomeno sensibilmente fra loro paralleli, onde il filo su cui ha camminato l'uno, o l'altro di questi corpi rappresenterà sensibilmente una porzione di circolo parallelo all'equatore, e

l' altro filo, che lo taglia ad angoli retti, una porzione di circolo orario. Quando per un caso insolito potesse temersi, che la traccia descritta dal luogo apparente del fenomeno si scostasse sensibilmente da un parallelo anco nel detto tempo, quantunque sì brieve, si dovrebbe scegliere per tal' osservazione una fissa, che fosse più occidentale del fenomeno, acciocchè essa venisse prima di questo nel campo del cannocchiale, e adattando il filo al viaggio di questa, sarebbe tolto ogni scrupolo intorno alla positura esatta dei fili nel parallelo, e nell' orario. Conviene avvertire, che questa osservazione non si faccia troppo presso all' orizzonte, dove le differenze delle refrazioni, che convengono ad altezze anche poco differenti fra loro, è assai sensibile, ne può allora supporsi, che il luogo refratto della stella, o del fenomeno (che è quello, che immediatamente si osserva) descriva un parallelo all' equatore.

III. Notati dunque i tempi dell' orologio, che si suppone equabilissimo, del passaggio tanto della fissa, quanto del luogo apparente del fenomeno per lo medesimo circolo orario, si aspetti il passaggio dell' uno, e dell' altro per lo meridiano, e se ne notino parimente i tempi dello stesso orologio, se pure l' osservazione precedente è stata fatta dalla parte orientale rispetto al meridiano, perchè quando fosse stata dall' occidentale, si sarebbe notato prima il tempo di questi passaggi per lo meridiano, e poscia fatta l' osservazione nell' orario. Supponiamo dunque di essere nel primo caso, e supponiamo in oltre per maggiore facilità, che la fissa, ed il fenomeno sieno stati veduti ad un istesso momento di tempo nel filo, che rappresenta l' orario. Sia (*Fig.* 55) PAS questo circolo orario, in cui sia la fissa S, ma il luogo apparente del fenomeno A: questi due oggetti a cagione della refrazione, sono stati amendue veduti alquanto più alti de' punti S, A, ma siccome essi si suppongono molto vicini fra loro la refrazione avrà fatto un egual effetto di alzamento in amendue, e non avrà sensibilmente alterata la differenza de' tempi del loro arrivo all' orario, onde niente avrà turbata la presente osservazione, e perciò non è necessario tenerne conto; non cercandosi

dosi quì in tutto rigore, in qual circolo orario sieno stati osservati questi oggetti, (che certamente altro è stato quello, in cui sono apparsi i loro luoghi refratti, altro quello, in cui si sarebbero veduti senza refrazione), ma solo quanto uno abbia preceduto l' altro nell' arrivare ad un medesimo orario, qualunque egli sia. Sia in oltre il vero luogo del fenomeno al medesimo istante di tempo V, il qual punto più alto di A troverassi nel medesimo circolo verticale Z V, che passa per lo punto A. Per li punti V, A, S, si tirino i paralleli all' equatore V F, A G, S I, e per lo luogo vero V intendasi passare un' altro circolo orario P V K, che tagli il parallelo A G in K, onde A K sia la parallasse oraria del fenomeno al tempo, che egli fu osservato nell' orario P A S. E' manifesto, che se il fenomeno non avrà alcun moto proprio, ma seconderà esattamente il moto del primo mobile, compiendo ad uno stesso tempo, che questo, la sua rivoluzione con moto equabile attorno all' asse del mondo, per un circolo, il cui piano sia parallelo al piano dell' equatore, nel portarsi, che farà il suo luogo vero V dal circolo orario V P al meridiano F P, avrà descritto il parallelo V F, e sarà giunto al meridiano nel punto F; e l' arco suddetto V F sarà simile all' arco K G; la dove la fissa S, giungendo al meridiano in I, avrà descritto l' arco S I simile all' arco G A, che è maggiore di K G di tutta la parallasse oraria K A.

IV. La differenza dunque fra i due tempi, che saranno corsi, uno fra il passaggio del luogo vero V per l' orario P V K, (che è il tempo stesso dell' osservazione fatta nell' orario P A S), e il passaggio del detto luogo vero per lo meridiano, (che è il tempo, in cui anco il luogo apparente del fenomeno è stato veduto passare per lo meridiano), e l' altro fra il passaggio della fissa S per l' orario P A S, (che è parimente il tempo dell' osservazione fatta in quello orario), e il suo passaggio per lo meridiano, sarà il tempo, che darà la misura della parallasse oraria K A del fenomeno, al momento, che egli fu osservato nell' orario P A S. E perchè questa differenza, paragonando i suddetti tempi, sarà nota, si saprà il tempo, che dà la misura

della

della detta parallasse oraria A K, supposto almeno, che l' orologio misuri colle sue rivoluzioni il tempo sidereo (altrimente dovrebbesi aver riguardo al suo eccesso, o difetto diurno da un giorno sidereo) onde riducendo tal differenza in gradi, e in parti di grado, si avrà, in parti del parallelo A G, la parallasse oraria A K, che conviene al fenomeno nel tempo della detta osservazione.

V. Se poi il fenomeno avrà qualche movimento proprio, per cui tuttavia solamente si accosti, e si allontani dal piano dell' equatore, ma per altro compisca la sua rivoluzione diurna intorno all' asse del mondo, nel tempo stesso, in cui la compie il primo mobile, e per modo, che il movimento del suo luogo vero verso occidente sia equabile, la parallasse oraria si avrà nè più nè meno, che nel caso precedente; mentre il tempo, che scorrerà fra i suoi passaggi per l' orario, e per lo meridiano si misurano sempre dall' arco F V, o sia dall' angolo F P V, se non che in questo caso il suo luogo vero non descriverà l' arco suddetto F V, ne alcun altro parallelo, e giungerà al meridiano in altro punto diverso di F.

VI. In fine se il fenomeno non compirà la sua rivoluzione in un giorno sidereo, ma più presto, o più tardi, o mantengasi poscia, o non mantengasi il suo luogo vero sempre nel medesimo parallelo V F, purchè sempre il suo moto da oriente a occidente sia equabile, si dovrà da quel intervallo di tempo, che è corso fra le due osservazioni del fenomeno nell' orario, e nel meridiano diffalcare, o aggiungervi quel, che egli avrà di eccesso, o di difetto, in paragone del moto del primo mobile nel detto tempo, e corretta in questa guisa l' ora del suo passaggio per lo meridiano, si troverà come prima la parallasse oraria.

VII. Anzi se nel detto moto da oriente verso occidente vi fosse ancora qualche ineguaglità, purchè ne sia nota la regola, vi si potrà aver riguardo per determinare, come prima, la parallasse oraria, dopo correttone il moto da questa ineguaglità.

VIII. Per accorgersi se il fenomeno compisca la sua rivoluzione precisamente in un giorno sidereo, o di quan-

to

to ne manchi, o l'ecceda, basta osservare il tempo di due suoi passaggi susseguenti per lo meridiano, nel quale egli non ha alcuna parallasse oraria, e paragonarlo col tempo d'una rivoluzione d'una fissa. E per avvedersi in oltre se nella sua rivoluzione abbia alcuna inegualità, conviene osservare i tempi dei tre suoi passaggi susseguenti per lo meridiano, da' quali si dedurrà la misura di questa inegualità, caso che se ne trovi.

IX. In tutto questo discorso abbiamo supposto, che la fissa S sia stata osservata nell'orario PAS nell'istesso momento, che il fenomeno. Se ella vi fosse arrivata prima, o dopo, come se in cambio di essere in S, ella fosse in L a quel tempo, che il fenomeno si vede nell'orario in A, allora si tenga conto del tempo corrispondente all'arco LS, tra il passaggio della fissa, e del fenomeno per l'orario. S'immagini poscia un'altra fissa S sul medesimo parallelo di L essere stata in quel medesimo orario nell'istante, che vi fu veduto il fenomeno; e si consideri, che la fissa immaginaria S sarà venuta al meridiano di tanto più presto, o più tardi di quello, che vi sia stata osservata la fissa L, quanto è il tempo, che è corso tra il passaggio della fissa L, e del fenomeno per quel medesimo orario, da che si dedurrà il tempo del passaggio di questa fissa immaginaria per lo meridiano, e tutto il rimanente si farà come prima. In fine avvertasi, che quando anche non si trovasse una fissa assai vicina al fenomeno per poterli veder amendue ad un tempo nel campo del cannocchiale, basterà tuttavia, che il parallelo della fissa, e quello, che a un dipresso descrive il fenomeno non sieno molto lontani fra loro, cioè lo sieno un poco meno di quello, che porta la lunghezza del campo del telescopio, e tanto basterà per poterne far, come sopra, l'osservazione, ancorchè fossero considerabilmente lontani fra loro.

X. Dalla parallasse oraria KA si può trovare la parallasse assoluta AV, che ebbe il fenomeno nel tempo dell'osservazione fattane nel circolo orario PAS, in questa maniera. Sappiasi per qualche osservazione la distanza dal polo PA del luogo apparente del fenomeno A; e questa osserva-

ſervazione può farſi nel tempo ſteſſo, e col medeſimo cannocchiale, con cui ſi cerca la parallaſse; purchè oltre i due fili ſuddetti, altri due ve ne ſieno, che chiamanſi obbliqui (de' quali veggaſi la deſcrizione, e l' uſo nella Sezione 4,) e purchè ſia nota la declinazione della fiſſa S, o L, ovvero in alcun' altra delle maniere ſpiegate al Capo 4 Sezione 6 num. 2, ne ancora è neceſſario avere queſta diſtanza P A con un' eſtrema eſattezza, ma a un dipreſso.

XI. Ciò poſto nel triangolo Z P A, in cui oltre il compimento dell' altezza del polo Z P, e l' arco ſuddetto A P, e noto l' angolo Z P A miſurato dal tempo ſcorſo fra il paſſaggio della fiſſa S per l' orario P A S, e il paſſaggio della medeſima fiſſa per lo meridiano, ſi calcoli l' angolo Z A P; quindi per maggiore ſpeditezza conſiderando per rettilineo il triangolo V A K, ſi finga l' angolo K V A eguale ad V A P come ſe K V foſſe una parallela ad A P, che pochiſſimo in ciò ſi può errare, e ſi prenda per retto l' angolo V K A. Poſcia perchè l' arco K A, (cioè la parallaſſe oraria) è noto in parti del parallelo A G, per ſapere quante parti di circolo maſſimo ſi contengono nel detto arco K A, facciaſi come il raggio al ſemidiametro del parallelo A G [il qual ſemidiametro è il ſino della diſtanza nota A P, overo G P di queſto parallelo dal polo, come ſi moſtrerebbe facilmente tirando da G una perpendicolare ſopra l' aſſe del mondo P Q O, la quale ſarebbe il ſino dell' arco P G, e ſarebbe eziandio il ſemidiametro del parallelo all' equatore, che paſſa per G] così il numero delle parti del parallelo A G, che ſi contengono nell' arco della parallaſſe oraria A K, al quarto, che ſarà il numero delle parti di circolo maſſimo, che ſi conteranno nel medeſimo arco A R; il che è manifeſto, atteſo che i numeri de' gradi, e parti di grado, che ſi contengono in due archi eguali di due circoli diſeguali, ſono reciprocamente proporzionali alle periferie, o ſia a' ſemidiametri di eſſi circoli.

XII. Nel triangolo dunque V A K dato l' angolo retto K, l' angolo poc' anzi determinato K V A, e il lato K A, che ora è noto in parti di circolo maſſimo, ſi avrà nelle medeſime parti l' arco A V, che è la parallaſſe aſſoluta del ſeno-

fenomeno nel tempo, ch' apparve in A, e se si vuole anco la parallasse di declinazione KV.

XIII. La suddetta parallasse VA conviene alla distanza apparente dal vertice ZA, la qual distanza si dovrà calcolare nel detto triangolo ZPA. Facendo poscia, (per l' articolo *6* della Sezione 2 Capo 3) come il sino della distanza dal vertice ZA al raggio, così il sino della parallasse VA, [o pure la stessa parallasse] al quarto, si avrà la parallasse orizzontale, che conveniva al fenomeno in quella distanza dalla terra, che egli aveva, quando fu osservato in A. Si può anche questa parallasse più speditamente trovare dalla semplice parallasse oraria nota in tempo per le tavole parallatiche del Cassini.

XIV. Se in diversi giorni, o in diverse ore del medesimo giorno si cercherà in questo modo la parallasse orizzontale del fenomeno, si vedrà se questa sensibilmente si muti, e per quel tempo, per cui non si vedesse mutare, si potrà dalla parallasse orizzontale calcolare tutte le altre parallassi per qualsivoglia distanza dal vertice, o altezza apparente, in cui accada di osservare il fenomeno, per poterne avere il luogo vero in ciascuna altra osservazione, che voglia farsene.

XV. Siccome la parallasse altera il luogo dell' oggetto riferito all' equatore, producendo la parallasse di declinazione, e la parallasse oraria, (che può anco chiamarsi *parallasse di ascensione retta*) così ella ne altera la longitudine, e la latitudine, cioè il luogo riferito all' ecclittica. Sia (*Fig.* 56) l' ecclittica LCO, L il principio dell' ariete, o della libra, V il luogo vero d' un oggetto celeste, per cui passa il verticale ZVA, A il suo luogo apparente, che è alquanto più basso di V nel medesimo verticale. Si tirino i due archi di circolo massimo perpendicolari all' ecclittica VN, AM (questi passeranno necessariamente per li poli dell' ecclittica), e per A passi una porzione di parallelo all' ecclittica AG, che tagli VN in G. L' arco VN è la *latitudine vera* dell' oggetto, l' arco NL è la sua *longitudine vera*, (o il compimento di essa, secondo che il punto L è il principio di ariete, o di libra, ed è più o

meno orientale di N) l' arco AM *latitudine apparente*, l' arco ML *longitudine apparente* (o compimento di questa, come sopra; in fine l' arco d' ecclittica NM, differenza della longitudine vera dall' apparente, è la *parallasse di longitudine*, e l' arco VG differenza della vera latitudine dall' apparente *parallasse di latitudine*.

XVI. Quando il circolo verticale, in cui si trova l' oggetto, è perpendicolare all' ecclittica, come ZO, non vi ha alcuna parallasse di longitudine, e la parallasse assoluta BD diviene tutta parallasse di latitudine; e questo accade quando il detto verticale ZO sia il nonagesimo. Fuori di questo se il fenomeno sarà nella parte orientale rispetto al nonagesimo, la sua longitudine vera (contandola, come si dee, da occidente verso oriente) sarà sempre maggiore della apparente, se nell' occidentale, minore dell' apparente. Quando il fenomeno col luogo suo vero è nell' emisfero fatto dall' ecclittica, che comprende il polo visibile del mondo P nel dato luogo, la sua latitudine apparente AM è minore della vera VN, e il contrario succede, ove egli sia nell' altro emisfero dell' ecclittica. Può anche accadere, che la latitudine vera sia della specie del polo visibile, ma così piccola, che il luogo apparente dell' oggetto si trovi di là dall' ecclittica con latitudine apparente della specie opposta.

XVII. La longitudine, e la latitudine degli oggetti celesti, che s' intende di determinare colle osservazioni, e così ancora la declinazione loro, e l' ascensione retta, non è l' apparente, ma la vera, e questa dee sempre intendersi, quando senza altra aggiunta si adoprano i termini di longitudine, latitudine, ascensione retta, e declinazione.

Sezione III.

De' metodi immediati di determinare colle osservazioni l' ascensione retta, e la declinazione di tutti gli oggetti celesti.

I. IL primo metodo, che è l' ottimo fra tutti, per trovare l' ascensione retta, e la declinazione di qualsisia corpo celeste (oltre il Sole, per cui già si è detto, come si determinino queste misure dall' osservazione) consiste nell' osservare con un' orologio esatto il tempo del passaggio del Sole per lo meridiano nel mezzo giorno, che precede, e in quello, che siegue il tempo dell' osservazione, che vuol farsi del fenomeno, e nel notare col medesimo orologio il tempo, che vi passa il fenomeno, e la sua altezza meridiana, correggendo questa altezza colla refrazione, e colla parallasse del fenomeno [la cui parallasse orizzontale dee essere nota per il metodo precedente, o in altro modo, e da questa dedotta la tavola delle sue parallassi per qualsivoglia altezza, o distanza apparente dal vertice] si avrà la vera altezza meridiana del medesimo, dalla quale se ne ricaverà la vera declinazione, e la sua spezie, come si mostrò, parlando delle fisse al Capo 4 Sezione 5 articolo 4. Per averne poi l' ascensione retta, si sottragga il tempo del passaggio del Sole per lo meridiano nel mezzo giorno, che precede l' osservazione del fenomeno, dal tempo del passaggio per lo meridiano di questo. Se l' orologio misurerà con una sua rivoluzione quel giorno solare, la differenza di tempo così trovata, sarà l' ora solare dopo mezzo giorno, in cui è stato osservato nel meridiano il fenomeno. Se non lo misurerà, si aggiunga, o sottragga alla detta differenza di tempo la parte proporzionale del difetto, o dell' eccesso di una rivoluzione dell' orologio da un giorno solare, e si avrà come prima l' ora solare dell' osservazione numerata dal mezzo giorno. Potrebbesi anco aver l' ora solare, ma non mai così esattamente come coll' orologio, dall' altezza del Sole, osservata al tempo stesso, che il fenomeno passa per lo meridiano, se il Sole allora

 fosse

fosse visibile, come al num. 2 Sezione 4 Capo 8. Ciò fatto si calcoli a quest' ora l' ascensione retta del Sole, la cui longitudine si dee supporre nota, o per mezzo delle osservazioni stesse meridiane, o di altre fatte fuori del meridiano, come alla Sezione 3 del Capo precedente, o in fine per le tavole astronomiche. Dall' ascensione del Sole così trovata ricavisi, per l' articolo 4 Sezione 4 Capo 8, l' ascensione retta del mezzo cielo, mediante l' ora solare data, e questa sarà l' ascensione retta del fenomeno.

II. Il secondo metodo può praticarsi a qualunque ora si vegga il fenomeno fuori del meridiano, ma non è così esatto come il primo, per la difficile determinazione, che egli suppone dell' angolo azimutale (*Fig.* 57) PZS del fenomeno, e ad un tempo stesso della sua distanza del vertice ZS (la quale deesi correggere colla refrazione, e parallasse) co' quali dati, e colla distanza ZP del polo dal vertice, si calcolerà l' angolo dell' orario del fenomeno ZPS col meridiano, e la distanza SP dal polo, che è il compimento della declinazione SQ. Se dunque sarà nota in oltre l' ora dopo mezzo giorno, in cui si sarà fatta questa osservazione, (la quale si dee ricercare da due osservazioni de' tempi del passaggio del Sole per lo meridiano, come al num. precedente; o pure dall' altezza del Sole supposto, che egli allora sia visibile, o in altra maniera) se ne deduca l' ascensione retta del mezzo cielo, dalla quale sottrattovi, o aggiuntovi, secondo i casi, che è assai facile il distinguere, l' angolo ZPS, o sia l' arco d' equatore EQ, ne risulterà l' ascensione retta del fenomeno S.

III. Si potrebbe ancora, e sarà il terzo metodo, osservare in vece dell' azimuto, l' angolo ZPS, deducendolo dall' intervallo di tempo fra l' osservazione in S, e il passaggio del fenomeno per lo meridiano, col quale angolo si farebbe tutto il restante come prima; ma se si vuol aspettare questo passaggio per lo meridiano, è meglio aspettare anco a quel tempo a prender l' altezza del fenomeno, e valersi del metodo primo.

IV. Così pure potrebbe osservarsi nel meridiano la declinazione vera del fenomeno per due, o più giorni, ad effetto

fetto di diſtribuirla ai tempi intermedii, e di poterne ſaper la quantità a qualunque ora di quei giorni. Oſſervata poſcia qualunque diſtanza dal vertice del fenomeno ZS, e debitamente correttala con notarne inſieme il tempo ſolare, avrebbeſi nel triangolo ZPS noto a queſt' ora il compimento della declinazione PS, coi lati ZS, ZP, e il rimanente ſi farebbe, come al num. 2. Si tralaſciano altri metodi meno ſicuri, e de' quali non abbiamo più biſogno, come gli antichi, dopo introdotto l' uſo degli orologi a pendolo, e quello di applicare cannocchiali agli ſtrumenti aſtronomici.

SEZIONE VI.

Dei metodi di dedurre colle oſſervazioni, per mezzo delle ſtelle fiſſe la declinazione, e l' aſcenſione retta de' fenomeni celeſti.

I. TUtti i diverſi metodi, che ſi ſervono delle fiſse nella preſente ricerca, ſuppongono, che al tempo dell' oſservazione del fenomeno ſi ſappia la declinazione, e l' aſcenſione retta di quella fiſsa, o di quelle fiſse, delle quali ſi vuol far uſo, perocchè cangiandoſi, ſebbene lentamente anco nelle fiſse l' una, e l' altra di queſte miſure, come a ſuo tempo vedremo, non baſta averle determinate una volta, ſe non ſi fa di quanto abbiano poſcia cangiato. Il modo di determinarle non può eſsere, che uno di quelli, che abbiamo eſpoſto nel Capo precedente, ſe pure non ſi deduceſſero queſte miſure per una fiſsa dalle miſure ſtabilite già in un' altra, con che nulladimeno ſi avrebbe ſempre neceſſità di ricorrere ai detti metodi per determinarle nella prima di tutte. Ponno anco in vece delle fiſse ſervir i pianeti, maſſimamente quelli, che meno cangiano di declinazione, o di aſcenſione retta, purchè i loro luoghi veri ſieno noti, come ſi è detto, in aſcenſione, e declinazione.

II. Il primo metodo, che abbia dipendenza dalle fiſse [ed è aſsai comune fra gli aſtronomi], è quello di valerſi bensì d' una delle maniere accennate nella Sezione precedente nell' oſservare il fenomeno, ma di valerſi inſieme in vece dell' ora ſolare di una fiſsa per ſapere l' aſcenſione retta

ta del mezzo cielo. Questo metodo può servire specialmente in tempo di notte in mancanza di orologio esatto, o in caso, che questo non siasi potuto regolare al Sole, osservando la fissa al momento stesso, che si osserva il fenomeno, o pure qualche poco avanti, o dopo, il qual breve intervallo di tempo si può bastantemente determinare con un' orologio meno esatto, o non regolato col Sole. Per trovar dunque coll' osservazione di una fissa di nota ascensione retta, e declinazione, l' ascensione retta del mezzo cielo al tempo di tal' osservazione, basta osservare la distanza della fissa dal vertice, la quale corretta colla refrazione (*Fig.* 57) sia ZS, o pure il suo angolo azimutale ZPS. L' uno, o l' altro di questi dati, insieme coll' arco noto dal polo al vertice ZP, e colla distanza della fissa dal polo SP, che è il compimento della sua declinazione, basterà a trovar l' angolo ZPS dell' orario SP col meridiano; onde se il punto dell' equatore A sarà il principio dell' ariete, e l' ascensione retta della fissa AQ, aggiuntovi, o sottrattone l' arco d' equatore QE, che misura l' angolo ZPS, si avrà l' arco AE, ascensione retta del mezzo cielo. Trovata questa ascensione, se l' osservazione del fenomeno si sarà fatta allo stesso momento, che quella della fissa, si procederà, come nella Sezione precedente; se poi con qualche intervallo di tempo, vi si avrà riguardo per trovare la medesima ascensione del mezzo cielo al tempo dell' osservazione del fenomeno, e compir poscia il calcolo, come prima.

III. Il secondo metodo, che anche esso è stato molto in uso, è quello di osservare (*Fig.* 58) le distanze apparenti del medesimo fenomeno E ad un tempo stesso da due fisse S, T, cioè gli archi ES, ET, ciascuno de' quali misura l' angolo fatto nell' occhio delle linee visuali, che tendono a questi oggetti, o per dir meglio a' loro luoghi refratti. Quest' angolo suol misurarsi da due osservatori, guardando gli oggetti per due cannocchiali, posti sopra un quadrante, o altro arco di circolo, uno stabile, e l' altro mobile intorno al centro della divisione, del quale strumento può vedersi la descrizione presso gl' autori. E' da avvertire, che le distanze, che in tal maniera si osservano, ponno talvolta

volta venire notabilmente alterate dalle refrazioni, ed anco dalla parallasse del fenomeno, quando egli l' abbia sensibile, ed è cosa difficile dare alle medesime a conto di questo la debita correzione, onde suol darsegli più tosto per estimazione, che in altro modo, ed è sempre meglio scegliere a tali osservazioni, quando si può, un tal tempo, in cui, per essere i tre oggetti S, E, T assai alti, minor effetto potrà temersi dalle refrazioni, e quando le altezze de' due oggetti, che ad un tempo si osservano, fossero a un dipresso eguali, l' effetto della refrazione sarebbe insensibile. Di più, perchè gli osservatori nel tempo, che attendono a misurare una delle distanze ET, non ponno prender l' altra ES, perciò se non saranno quattro, che ad un tempo misurino con due strumenti, e si perderà qualche tempo fra l' aver presa la misura ET, e il prendere l' altra ES, potrà il fenomeno E cangiar luogo nella sfera mobile, e a ciò conviene aver riguardo, quando il moto proprio di questo sia assai considerabile.

IV. Posta dunque la determinazione esatta delle due distanze ES, ET, per calcolarne l' ascensione retta, e la declinazione del fenomeno si intendano dal polo del mondo P per le due fisse S, T passare due circoli di declinazione PSB, PTI, che taglino l' equatore AB in B, I, e per lo fenomeno E un' altro circolo di declinazione PE, che tagli l' equatore in G. Nel triangolo SPT sono dati SP, TP distanze delle fisse dal polo P, ed è dato l' angolo SPT, che è misurato dall' arco d' equatore BI, differenza delle loro note ascensioni rette AI, AB, posto, che A sia il principio dell' ariete, e perciò si potrà calcolare il lato ST, e l' uno degli angoli STP, o pure TSP. Allora nel triangolo SET, di cui sono noti tutti i tre lati, si calcoli l' angolo ETS, che aggiunto, o sottratto (secondo i differenti usi, che ciascuno facilmente potrà distinguere) all' angolo STP, se questo si è calcolato, darà l' angolo ETP. Quindi nel triangolo ETP con quest' angolo, e coi lati noti ET, TP, si troverà EP distanza dal polo P del fenomeno E, il cui compimento è la declinazione di esso EG, e si troverà ancora l' angolo EPT, la cui misura sarà l' arco GI d' equatore,

tore, che aggiunto, o sottratto ad A I, ascensione retta della stella T, darà l' ascensione retta A G del fenomeno E.

V. Anzi se in vece delle ascensioni, e declinazioni fossero date le longitudini, e le latitudini delle due stelle T, S immaginando, che A I G B non sia più l' equatore, ma l' ecclittica, e P il polo di questa, e facendo la medesima costruzione, e operazione trigonometrica, avrassi G E non più declinazione, ma latitudine, ed A G non più ascensione, ma longitudine dello stesso fenomeno E.

VI. Quando il fenomeno E sia così vicino a due fisse f, I, che si vegga ad un tempo con esse nel campo del cannocchiale, allora è più sicura, e spedita la dimensione della distanza E f, E i con quello strumento, che chiamasi *micrometro*, e adattasi dagli astronomi nel foco comune delle lenti del cannocchiale appunto ad effetto di misurare le piccole distanze, del cui artificio, ed uso si veggono gli autori; e in tal caso minore è anche il pericolo, che sovrasta dalle refrazioni, benchè non si tolga del tutto, anzi si renda più sensibile l' effetto della parallasse, e perciò hanno alcuni cercato il modo di correggerlo con un buon numero appunto di tali osservazioni fatte nella medesima notte, e di cercare da queste stesse osservazioni la quantità della parallasse. Il calcolo per altro è anch' esso più spedito, potendosi riguardare il triangolo f E i come rettilineo, e tirando per f; o per i un parallelo f h determinare ciò, che si cerca quasi del tutto colla trigonometria piana, ma noi tralasceremo di parlarne, perchè in caso di vicinanza di una, non che di due fisse col fenomeno, è meglio praticare il metodo seguente.

VII. Il terzo metodo dunque è col paragonare il fenomeno ad una fissa vicina, o per dir meglio ad una fissa, il cui parallelo passi non lungi da quello del fenomeno, ancorachè la stella ne fosse considerabilmente lontana, osservando il tempo dell' orologio del passaggio dell' uno, e dell' altra per lo medesimo circolo orario, nel modo descritto alla Sezione 2, e di più misurando la distanza del parallelo della fissa da quello del fenomeno, il che può farsi, o cogli ordinarii micrometri, o con un reticolo

lo

lo di semplici fili paralleli distribuiti a distanze eguali nel modo, che insegnano i pratici, ma meglio che in altro modo con due fili chiamati obbliqui, che taglino l'orario, e il parallelo tutti in un punto comune ad angoli di 45 gradi. Sia dunque (*Fig.* 59) A B il filo parallelo, cioè quello, su cui si fa caminare l'uno de' due oggetti, o il fenomeno, o la fissa, come si disse nella Sezione 2; C D il filo perpendicolare a questo, e che fa le veci di circolo orario; G H, I K due altri fili obbliquamente posti, che tagliano questi nel comune punto O ad angoli di 45 gradi. Si osservi non solo il tempo dell'orologio [il quale si suppone misurare il giorno sidereo con una sua rivoluzione, o che almeno si sappia di quanto lo eccede, o ne manca] in cui tanto la fissa F in O, quanto il fenomeno R in M arriverà al filo orario C D, ma di più il tempo, che il fenomeno (se la fissa è stata quella, che si è fatta scorrere per lo filo B A, o pure la fissa, se vi si è fatto scorrere il fenomeno) passerà per li fili obbliqui O K, O G ne' punti L, N.

VIII. Dalla comparazione de' passaggi per lo filo orario è manifesto, che si avrà la distanza de' circoli di declinazione R P, F S della fissa F, e del fenomeno R, la quale ridotta in parti di circolo, darà l'arco di parallelo F P differenza delle loro ascensioni rette, che aggiunta all' ascensione retta della fissa, se questa precede il fenomeno nel circolo orario, darà l'ascensione retta del fenomeno. Il tempo del fenomeno fra L, ed M, [che dee trovarsi eguale al tempo fra M, ed N, con che si riscontra, se l'osservazione sia giusta] si dovrà ridurre quest'arco L M in parti di circolo massimo col metodo accennato alla Sezione 2 num. 11, e questa sarà eziandio la misura dell' arco di circolo massimo M O, che è la differenza delle declinazioni, o de' paralleli del fenomeno, e della fissa, da aggiungere, o da sottrare alla declinazione della fissa, secondo che questa sarà meridionale, o settentrionale, o secondo che il parallelo del fenomeno sarà stato osservato dalla parte settentrionale, o meridionale rispetto al parallelo A B (avendo riguardo al roversciare, che fanno ordina-

riamente i cannocchiali astronomici la positura degli oggetti) per avere la declinazione del fenomeno.

IX. Questo metodo può servire anco agli oggetti, ch' hanno parallasse, purchè se ne raccolga da queste medesime osservazioni, unite a quelle del passaggio per lo meridiano, la parallasse oraria nel modo già spiegato, e si calcoli in oltre nel triangolo AVK della Fig. 55 la parallasse di declinazione KV, coi dati specificati al num. 12 della Sezione 2, e correggasi poscia con queste due parallassi l' ascensione retta, e la declinazione del fenomeno ora trovate, le quali altrimente non sarebbero, che apparenti.

X. Molti altri metodi possono praticarsi, e si praticano dagli astronomi, quando per qualche accidente niuno se ne possa adoperare di quelli, che abbiamo esposti, ma tutti, o quasi tutti consistono nell' accoppiarne insieme due, o più di due di questi, prendendo qualche dato dall' uno, e qualche altro da un' altro, onde lasceremo il piacere d' inventarne a chi vorrà, o dovrà valersene alle occasioni.

Sezione V.

Del modo di determinare la longitudine, e la latitudine degli oggetti celesti dalle osservazioni.

I. Già si è mostrato come si determini per le osservazioni la longitudine del Sole, il quale stando sempre col luogo suo vero nell' ecclittica, non ha mai latitudine alcuna. Si è anche avvertito, che quando sia data la longitudine, e la latitudine di due fisse, e misurata la distanza d' un oggetto celeste ad un tempo stesso dall' una, e dall' altra di esse, se ne può trovare la longitudine, e la latitudine senza uopo delle ascensioni rette, ne delle declinazioni.

II. In tutti gli altri casi conviene dedurre la longitudine, e la latitudine per mezzo delle ascensioni rette, e delle declinazioni in questa maniera. Sia A (*Fig.* 60) il principio dell' ariete, AB il primo quadrante dell' equatore, AC l' ecclittica, e l' oggetto la cui ascensione retta AP, e la declinazione PO sarà data, sia O. Nel triangolo APO (condotto per A, O il circolo massimo AO), che

che ha l' angolo retto P, coi dati AP, PO si calcoli A O, e l' angolo OAP. Se la declinazione PO è settentrionale, si sottragga o l' angolo OAP da CAB, che è l' obbliquità dell' ecclittica, o questo da quello, secondo che l' uno, o l' altro è maggiore, e avrassi l' angolo OAC. Se poi la declinazione fosse meridionale, si dovrebbe sommare l' angolo OAP con CAB, per aver come prima l' angolo OAC. Intendendo poscia, che per O passi l' arco OQ perpendicolare all' ecclittica in Q, nel triangolo O AQ, col lato OA già noto, coll' angolo OAQ, [che è l' istesso, che OAC] e coll' angolo retto Q si avrà AQ longitudine, QO latitudine del punto O. E quanto alla specie della latitudine, se la declinazione è meridionale, sarà anch' essa meridionale, come pure lo sarà, quando l' angolo OAP sia stato minore dell' angolo CAB, altrimente sarà settentrionale. Da questo esempio s' intende quello, che debba farsi negli altri quadranti dell' ascensione retta, e come in essi debba trovarsi la specie della latitudine, siccome ancora si può comprendere, che nel secondo quadrante, cioè quando l' ascensione retta è maggiore di 90, è minore di 180 gradi, essa si dee sottrare da gradi 180, per avere il residuo FP, e con questo far il calcolo, come con AP nel primo caso, e allora l' arco d' ecclittica, che si troverà, come si è trovato AQ, non sarà la longitudine, ma il residuo di essa fino al principio della libra F, onde dovrà sottrarsi da gradi 180 per aver la longitudine del principio dell' ariete. Nel terzo quadrante si sottreranno gradi 180 dalla ascensione retta, e si aggiungeranno gradi 180 all' arco d' ecclittica, che risulterà dal calcolo, e in fine nel quarto si sottrerà l' ascensione retta da gradi 360, e si sottrerà l' arco calcolato d' ecclittica da gradi 360 per avere la longitudine.

III. Con metodo non dissimile da questo, data la longitudine, e la latitudine d' un punto celeste, se ne potrà calcolare l' ascensione retta, e la declinazione, avendo quì ancora riguardo alla diversità de' quadranti dell' ecclittica, e alla diversità de' casi, che ponno accadere in ciascun quadrante in ordine alla specie della declinazione.

CAPO DECIMO

Del moto proprio del firmamento.

Sezione I.

Supposizione VII.

Che il firmamento perpetuamente si aggiri con lentissimo movimento sopra i poli dell' ecclittica da occidente verso oriente, descrivendosi dalle stelle fisse, e da tutti gli altri punti di esso sulla sfera mobile circoli paralleli all' ecclittica, con avanzarsi ciascuna sopra il suo parallelo in ragione di 51'' l' anno incirca.

I. Essendo questa supposizione assai chiara per se stessa, considereremo solamente alcune conseguenze, che ne dipendono. E prima dovranno le stelle fisse secondo quest' ipotesi compiere la loro rivoluzione diurna, che è il giorno sidereo, alquanto più tardi del primo mobile, da qualunque circolo fisso si prenda il principio di questo giorno, (che ordinariamente suol prendersi dal meridiano), e ciò per la medesima ragione, per cui si è veduto, che il giorno solare è anch' egli sempre alquanto più lungo del giorno del primo mobile.

II. Dovranno in oltre cangiare perpetuamente longitudine, avanzandosi ciascuna di esse nella ragione suddetta di 51 seconde l' anno; ma quanto alla latitudine mai non dovranno mutarla, come quelle, che si suppongono descrivere circoli paralleli all' ecclittica, ne perciò mutar mai distanza dal polo dell' ecclittica.

III. In conseguenza di un tal moto dovranno cangiare di declinazione, o sia di parallelo all' equatore, accostandosi alcune, altre scostandosi da queste, e così ancora dal polo del mondo, e alcune, che erano nell' emisfero meridionale rispetto all' equatore, dovranno passare nel settentrionale, e

al contrario, e con ciò mutarsi le loro altezze meridiane, i loro archi semidiurni, e le loro amplitudini orientali, e occidentali in ogni luogo della terra. Alcune ancora, che in qualche luogo erano di perpetua apparizione cominciar ivi a tramontare, ed altre cominciar a nascere, che erano di perpetua occultazione, e tutto ciò fino a certi limiti, che non potranno mai eccedere; perocchè quando una stella sarà giunta ad aver la longitudine di tre segni, cioè a riferirsi al principio del cancro, sarà nella massima vicinanza, che ella possa avere al polo settentrionale, e quando al principio del capricorno nella massima vicinanza al polo meridionale del mondo.

IV. Le rivoluzioni diurne delle fisse non potranno per questa ragione farsi esattamente per un parallelo all' equatore, ma per una linea spirale, come del Sole si è dimostrato.

V. Se una stella sarà in uno de' poli dell' ecclittica, questa sarà senza alcun moto proprio, e solo parteciperà, come tutte l' altre, del moto comune del primo mobile, onde essa sola descriverà col moto comune esattamente un parallelo all' equatore. Queste stelle, che saranno distanti gradi 23 29 dall' uno de' poli dell' ecclittica, cioè avranno latitudine di gradi 66 31, giunte che saranno al coluro de' solstizii, cioè alla longitudine di quel punto solstiziale, che appartiene a quel polo del mondo, a cui sono più vicine, dovranno passare precisamente per il polo del mondo.

VI. Tutte queste mutazioni dovranno farsi lentissimamente, e con quella misura, che porta l' avanzamento annuo di seconde 51, ciascuna nel suo parallelo all' ecclittica, che viene ad essere in ragione di 4″ incirca il mese, e però la mutazione in longitudine non arriverà ad essere, che in otto giorni di una seconda di circolo incirca, e potrà prendersi per insensibile almeno per uno, o due mesi, e minore ancora sarà la mutazione in declinazione, la quale in un tempo dato sarà anche diversa in diverse fisse, e fra tutte quelle, che sono in un medesimo parallelo all' ecclittica, la minima mutazione sarà in quelle, che saranno nel coluro de' solstizii, e la massima in quelle, che si ri-

si riferiranno in longitudine a' punti equinoziali, e tutto ciò anche in supposto, che il moto in longitudine fosse equabile.

VII. Quanto alle ascensioni rette dovrà ciascuna fissa cangiarne perpetuamente, ne però tutte egualmente nello stesso tempo, ne ciascuna egualmente in tempi eguali; perocchè ne ad eguali moti in longitudine di due stelle, che abbiano anche la medesima longitudine, ma diverse latitudini, convengono eguali mutazioni di ascensione retta, ne ad eguali moti in longitudine di una stella, che mantenga la stessa latitudine, convengono in diverse longitudini eguali mutazioni di essa ascensione. L' istesso vale delle ascensioni, e descensioni obblique, e a più forte ragione varrà tanto delle rette, quanto delle obblique, se i moti in longitudine in tempi eguali non fossero eguali, come vedremo supporsi da alcuni astronomi.

VIII. Ed è specialmente osservabile rispetto alle ascensioni rette, che sebbene queste per l' ordinario crescono al crescere le longitudini, e scemano allo scemare di queste, nulladimeno sono nella sfera alcune positure, nelle quali accade il contrario, onde le stelle fisse, che si trovano in tali luoghi, avanzandosi di tempo in tempo, come tutte le altre in longitudine, hanno tuttavia minori ascensioni rette. Sia a cagion d' esempio [*Fig. 61*] il polo del mondo boreale P, quello dell' ecclittica E, onde PE sia il coluro de' solstizii, e sia GIK un parallelo all' ecclittica sulla sfera mobile, che passa per lo punto di questo coluro G, fra E, e P. Corrisponda in questo parallelo una fissa al punto K, per cui sia tirato un circolo di declinazione PKD, e uno di latitudine EKV, e tirisi un altro circolo di declinazione PIR, che tocchi il parallelo all' ecclittica KIG, nel punto I, per lo qual punto passi anco l' altro circolo di latitudine EIM; movendosi la stella col suo moto proprio in longitudine da occidente verso oriente, cioè da K verso I, la sua ascensione retta andrà crescendo da D a R; ma passato il punto I, ancorchè il moto in longitudine seguiti da I verso T sempre da occidente verso oriente, onde la longitudine sempre cresce, è manifesto, che l' ascen-
sione

ſione retta comincerà a ſcemare, mentre il circolo di declinazione, che paſserà per la ſtella tornerà a ritrocedere da R verſo D, e il punto R ſarà il limite della maſſima aſcenſione retta, che potrà avere quella ſtella, e nel ſemicircolo oppoſto del parallelo KIG vi ſarà un' altro limite della ſua minima aſcenſione retta. L' iſteſso dee ſuccedere delle ſtelle, che deſcrivono un parallelo all' ecclittica, che paſſi fra i due poli dell' ecclittica, e dell' equatore dalla parte auſtrale. I limiti di queſte maſſime, e minime aſcenſioni ſi potranno determinare nel triangolo EPI coll' angolo retto EIP, che ſi fa nel contatto I del parallelo KIG col circolo di declinazione PI, colla diſtanza EI della ſtella dal polo dell' ecclittica E, che è il compimento della ſua latitudine MI, e colla diſtanza EP del polo dell' ecclittica dal polo del mondo, che è eguale all' obbliquità dell' ecclittica.

IX. Siccome lentiſſimo è il moto delle ſtelle in longitudine, così queſte mutazioni in aſcenſione retta ſaranno lentiſſime. Le ſtelle, che ſono nell' ecclittica, benchè altre più, altre meno debbano cangiare aſcenſione retta al cangiar la longitudine, ſecondo i diverſi punti dell' ecclittica, ne' quali ſi trovano, non ſi ſcoſteranno però molto da 51″ l' anno di mutazione in aſcenſione retta. Le altre, che ſono fuori dell' ecclittica, ſe ne ſcoſteranno più, o meno ſecondo le diverſe loro poſiture. La lentezza di queſti moti richiederà gran tempo, perchè ſe ne renda manifeſta l' inegualità; onde ſebbene dalle coſe dette ai num. 7, e 8 ſi deduce, che non tutti i giorni ſiderei di una medeſima fiſsa, preſi a cagion d' eſempio da un meridiano, ſaranno fra loro eguali (per la ſteſſa ragione, che ſi è moſtrato non poterlo eſſere i giorni ſolari, quando anco il moto del Sole nell' ecclittica foſſe equabile), e molto meno quelli di due fiſſe, nulladimeno paragonando, o una rivoluzione diurna di una fiſſa, quando ſi trova ancora avere una tal longitudine, con una della medeſima fiſſa, quando troveraſſi avere qualſivoglia altra longitudine; o pure una d' una fiſſa con quella d' un altra fiſſa, qualunque ſia, o nel medeſimo tempo, o in altro aſſai lontano, mai non vi ſi dovrà

vrà trovare differenza sensibile, e appena si renderà sensibile la differenza fra il tempo di tutte le rivoluzioni diurne, che fa una fissa in un' anno, e quello di altre tante sue rivoluzioni diurne in un'altro anno assai lontano, o pure fra tutte quelle di una fissa in un'anno, e altrettante d'un'altra fissa, qualunque ella sia, in quel medesimo anno, o anche in un'altro diverso, come con calcoli sottilissimi si potrebbe far manifesto, supposto il moto equabile in longitudine di seconde 51 l'anno, e data la misura dell'obbliquità dell'ecclittica.

X. Quanto alle distanze delle stelle fisse fra loro, queste mai non dovranno mutarsi; perocchè essendo costante la distanza di ciascuna dal polo dell'ecclittica, e costante l'angolo, che fanno tra loro nel detto polo i due circoli di latitudine, su quali si misura questa distanza (il qual'angolo misura la differenza delle loro longitudini, e questa differenza è costante, per esser eguale il moto di amendue in longitudine fatto nello stesso tempo) l'arco di circolo massimo, che chiude questo triangolo, e determina la distanza delle due fisse, non potrà mai mutarsi.

XI. E da avvertire, che questa supposizione potrebbe essere vera, ancorchè si mutasse l'obbliquità dell'ecclittica; e in tal caso le inegualità delle mutazioni tanto nelle declinazioni, quanto nelle ascensioni delle fisse sarebbero anche maggiori, e la linea, che esse descriverebbero nella sfera immobile col moto comune verso occidente, sarebbe una spirale di natura più composta.

XII. Tornando il Sole col moto suo annuo a quel punto d'ecclittica, da cui si suppone, ch'abbia cominciato un suo giro, tutte le fisse saranno in tanto avanzate in longitudine per la suddetta misura di seconde 51 incirca, onde se nel principio di quell'anno, una fissa era nella medesima longitune col Sole, cioè nel circolo di latitudine, che passa per quel punto dell'ecclittica, terminato l'anno tropico non sarà ancora terminato il ritorno del Sole alla longitudine della fissa, che chiamasi *anno sidereo*, ma dovrà scorrere ancora tanto tempo, quanto ne richiederà il Sole ad avanzarsi in longitudine per quell'arco di 51 seconde; e l'anno sidereo sarà sempre maggiore del tropico.

Sezione II.

Del consenso di questa ipotesi co' fenomeni, e della equabilità del moto proprio del firmamento.

I. PEr mostrare il consenso di questa ipotesi co' fenomeni, basterà dire, che gli astronomi hanno osservato, e ognuno può da se stesso osservare, che ciascuna stella fissa si avanza in longitudine, e tutte a un tempo egualmente, ma che ciascuna mantiene costantemente la sua latitudine. I metodi per accertarsene sono quei medesimi, che si sono spiegati nel Capo antecedente; perocchè se con alcuno di essi si cercherà la longitudine, e la latitudine di qualsivoglia fissa in qualche tempo, e poscia dopo un tempo notabile, cioè di qualche anni, tornerà a farsi lo stesso si troverà la latitudine la medesima, ma la longitudine maggiore nella seconda, che nella prima osservazione, e se più stelle in tal modo si osserveranno, sarà in tutte la longitudine cresciuta egualmente. Tutte le altre mutazioni in ascensione retta, e in declinazione potranno anch' esse, o immediatamente osservarsi, o dedursi come una necessaria conseguenza dalla mutazione della longitudine, restando costante la latitudine, e si troveranno quali le abbiamo accennate nella Sezione antecedente. Se l' obbliquità dell' ecclittica da un tempo all' altro si trovasse mutata, si dovrebbe in ciascuna delle osservazioni adoperare nel calcolo della longitudine, e della latitudine delle stelle quella obbliquità, che convenisse al tempo dell' osservazione.

II. Intorno alla latitudine delle fisse, è stata fra gli astronomi qualche contrarietà di opinioni, pretendendola alcuni mutabile, altri secondo la presente ipotesi immutabile. A tal dubbio hanno data occasione le comparazioni delle latitudini di molte stelle osservate dagli antichi, e trovate da' moderni alquanto diverse; ma siccome da una parte vi è anco un buon numero di osservazioni antiche concordi colle moderne nel mostrare costante la latitudine di altre stelle, e dall' altra, la poca esattezza delle osservazioni degli antichi, il non aver essi tenuto conto delle re-

frazioni, l'avere spesso fondati i loro calcoli sul supposto di misure non ben accertate dell' obbliquità dell' ecclittica, ed altre ragioni ponno averli indotti nella determinazione della latitudine di quelle altre stelle in errori anche maggiori di quelli, che si trovino fra le latitudini determinate da essi, e quelle che hanno stabilite i più moderni, così non si può con certezza affermare aversi dalle osservazioni cosa, che evidentemente ripugni all' ipotesi.

III. Maggiore è stato il dubbio, se il moto proprio del firmamento sia, o non sia equabile, cioè se in tempi eguali, eguali sieno i moti in longitudine di una medesima stella (giacchè quelli di una si suppongono senza dubbio alcuno eguali a quello di tutte le altre), o pure ineguali, il che si dee raccogliere dall' osservare, se questi moti sieno proporzionali agli intervalli de' tempi, che sono scorsi fra tre osservazioni fatte delle loro longitudini. Se questi tempi si misurano per anni, e giorni solari, come comunemente si pratica, pare, che nasca qualche scrupulo, come possano sapersi le proporzioni de' tempi corsi fra le osservazioni, quando i giorni, e gli anni, de' quali sono composti, per le cose dette di sopra, non sono eguali fra loro: ma si toglie tal difficultà dal considerare, che essendo certamente lentissimo il moto, che si cerca, quando anche nel fissare la detta proporzione de' tempi si errasse di qualche giorni, non che di ore, o minuti, niun sensibile errore si farebbe nel conchiuderne la misura.

IV. E' stato sentimento di molti celebri astronomi, che il moto in longitudine delle fisse sia ineguale, e si sono anco inventate delle ipotesi per ridurre a regola questa ineguualità, fingendo, che l' ecclittica non tagliasse sempre l' equatore ne' medesimi punti; ma che queste sezioni si andassero ora avanzando, ora ritirando, e chiamavasi questo moto *librazione degli equinozii*, per ispiegare il quale fingevasi una sfera opposta chiamata *cielo cristallino*. Più comunemente però questa inegualità viene rigettata, come non appoggiata ad alcun saldo fondamento di osservazioni; imperocchè quelle degli antichi, dalle quali appunto, paragonandole colle più moderne, si pretendeva di dedurla,

hanno

hanno le eccezioni poc' anzi dette, ne perciò pare, che possa farvisi fondamento alcuno. Anzi esse si rendono meritamente sospette per un'altro indicio assai chiaro, ed è che le differenze delle longitudini delle medesime due fisse determinate dagli antichi per lo più si trovano poco diverse dalle determinate da più moderni, le quali senza dubbio sono molto più esatte, e pure tali differenze dovrebbero trovarsi eguali, o sia che il moto proprio del firmamento fosse equabile, o che non lo fosse, giacchè quelli ancora, che hanno negata questa equabilità, hanno però dovuto ammettere, che in un dato tempo il moto in longitudine di una fissa è eguale a quello di tutte le altre (altrimente converrebbe confessare, che cangiassero distanza fra loro, il che ripugna a tutte le antiche, e le moderni osservazioni), il che vuol dire, che le loro differenze in longitudini sono costanti; e perciò non trovandosi esse le medesime per le osservazioni antiche, che per le moderne, le quali senza dubbio sono fatte con molto maggior' esattezza, pare evidente, che le antiche sieno erronee, e che perciò non possa farsene capitale per compararle a queste ultime, ad effetto di dedurre esattamente i moti in longitudine, e per giudicare della loro equabilità.

Sezione III.

Della misura del moto in longitudine delle fisse, e come possa ad un dato tempo sapersene dalle tavole la longitudine, la declinazione, e l' ascensione retta.

I. La poca esattezza delle antiche osservazioni benchè non lasci gran fondamento al sospetto dell' ineguaglità del moto in longitudine delle fisse, basta tuttavia per render dubbiosa la quantità, e la misura di questo moto, nel supposto, che egli sia equabile, e perciò gli astronomi secondo il maggiore, e minor credito, che hanno dato a quelle osservazioni, per le quali si sono messi a ricercare questa misura, maggiore, o minore l'hanno stabilita. La misura di sec. 51, che abbiamo data nella supposizione, è

 quel-

quella, cha più comunemente, e da più accurati aſtronomi pare accettata.

II. Secondo queſta miſura, e ſecondo la ſuppoſizione dell' equabilità del moto del firmamento, dee queſto avanzarſi minuti 51 in anni 60, e così proporzionalmente può ſaperſi, quanto ſi avanzi ad ogni tempo dato, e ponno conſtruirſi delle tavole, nelle quali, dopo avere ſtabilita ad un qualche tempo rimarcabile, come ſarebbe al principio d'un qualche anno, e d'un qualche ſecolo, la longitudine di tutte le fiſſe (il qual numero ſuol chiamarſi dagli aſtronomi *epoca della longitudine*), ſi poſſa queſta ritrovare per qualſivoglia tempo dopo, o avanti, coll' aggiungere ſemplicemente, o con ſottrare a queſta longitudine quel moto, che le conviene nello ſpazio compreſo fra l'epoca, e il dato tempo.

III. L'uſo di queſte tavole, o cataloghi di ſtelle fiſſe è grandiſſimo nell' aſtronomia, e maggiore ancora ſe ne rende l'utilità, quando oltre la longitudine di eſſe al tempo dell' *epoca*, e la latitudine di ciaſcuna, che è invariabile, vi ſi aggiungono le aſcenſioni rette, e le declinazioni di eſſe al medeſimo tempo; e di più la mutazione, che ciaſcuna fa in aſcenſione retta, o in declinazione in qualche conſiderabile ſpazio di tempo, come in 60, o in 100 anni; la qual mutazione ſi può ritrovare ſupponendo la ſtella accreſciuta in longitudine di tanto, quanto ſecondo l'ipoteſi, che ſi è preſa, ella ſi avanzerà in 60, o in 100 anni dopo l'epoca, e calcolando di nuovo la ſua aſcenſione retta, e declinazione a queſta nuova longitudine, e nella coſtante ſua latitudine. E ſebbene queſte miſure di avanzamento in aſcenſione retta, e in declinazione non ponno eſſer perpetue, ne ponno diſtribuirſi proporzionalmente a' tempi, a cagione della inegualità, con cui creſcono tanto l'aſcenſione retta, quanto la declinazione al creſcere anche equabile della longitudine, nulladimeno non laſciano di poter ſervire per qualche ſecolo per eſſere le dette inegualità aſſai piccole, e che richieggono gran tempo per renderſi ſenſibili.

IV. Col ſoccorſo di tali cataloghi potendoſi ſapere ad un tempo dato la poſitura di ciaſcuna fiſſa in eſſo regiſtra-

ta

ta nella sfera mobile, se ne può far uso nella ricerca della ascensione retta, declinazione, longitudine, e latitudine de' pianeti, e di qualsivoglia altro corpo celeste nella maniera spiegata a lungo nel Capo antecedente. Si può ancora far uso delle declinazioni delle fisse prese da questi cataloghi per ritrovare speditamente l' altezza del polo di qualsivoglia luogo, ove uno si trovi, colla semplice osservazione della altezza meridiana di una fissa nel modo, che a suo luogo si è dimostrato, non tralasciando però di correggere la detta altezza dalle refrazioni.

V. I Cataloghi più celebri, che si abbiano delle fisse sono quelli di Tolomeo, di Ticone, del Riccioli, di Evelio, ma a questi debbono preferirsi quelli del Signor Maraldi, e del Signor Flamstedio, come fatti col soccorso degli orologi a pendolo, e coll' avere applicato su i loro strumenti i cannocchiali, senza che è difficile arrivare alle esatte misure delle posizioni de' corpi celesti.

CA-

CAPO DECIMOPRIMO

Delle teoriche del moto annuo del Sole.

Sezione I.

Supposizione VIII.

Che il centro del Sole deſcriva col moto ſuo proprio la periferia d' un' orbita, che abbraccia la terra, e il cui piano è il medeſimo, che il piano dell' ecclittica, movendoſi ſulla detta periferia da occidente verſo oriente, e compiendone tutto il giro nello ſpazio d' un anno tropico incirca.

Supposizione IX.

Che nella periferia di queſt' orbita ſi trovi un punto più lontano di tutti gli altri dal centro della terra, chiamato l' apogeo, e un altro nell' altro eſtremo della retta, che congiunge l' apogeo col centro della terra, detto il perigeo più vicino al medeſimo centro di tutti gli altri. Che le due porzioni dell' orbita di quà, e di là da queſta retta ſieno eguali ſimili, e ſimilmente poſte; e che le rette tirate da qualſivoglia punto della periferia al centro della terra ſieno di mano in mano minori, quanto è maggiore l' angolo di eſſe colla linea tirata all' apogeo, o ſia dall' una, o dall' altra parte di queſta linea.

I. PEr far intendere più chiaramente queſte due ſuppoſizioni ſia (*Fig. 62*) il circolo dell' ecclittica nella ſfera mobile dell' univerſo A L P, e l' ordine de' ſegni ſia dal principio dell' ariete per A L P nel piano di queſto circolo, in cui è poſto il centro della terra T. Intendaſi la linea curva a S p s, che abbracci, e rinchiuda dentro di ſe ſteſſa la terra T. Vuole la prima di queſte due ſuppoſizioni,

ni, che il centro del Sole descriva realmente la periferia della curva aSp, che dicesi *orbita solare*, camminando per essa secondo l' ordine de' segni, cioè da occidente verso oriente, come da a per S verso p, e compiendone tutto il giro nello spazio di un'anno tropico incirca; nel qual tempo già sappiamo, per le altre antecedenti supposizioni, che egli, e tutti gli altri corpi celesti col moto comune si vanno rivolgendo alla parte contraria, cioè da oriente verso occidente sopra i poli dell'equatore, e compiendo ciascuno di questi giri nello spazio d'un giorno; onde conviene intendere, che l'orbita aSp, come quella, che sempre dee trovarsi nel piano dell'ecclittica ALP, e passare per lo centro del Sole, non sia mai ferma, ma si trasporti insieme con questo piano verso occidente, e ciascun punto di essa vada descrivendo de' circoli, i piani de' quali saranno paralleli al piano dell'equatore, e che avranno i loro centri in un punto dell' asse del mondo. Ma da questo moto comune conviene ora prescindere, e considerare solamente quello del Sole sulla periferia della suddetta orbita, come se il piano dell'ecclittica fosse immobile.

II. Vuole in oltre la seconda di queste supposizioni, che la figura dell'orbita asp sia tale, che i punti di essa non sieno tutti egualmente lontani dal centro della terra T, ma che uno ve ne abbia cioè a (il quale dicesi *apogeo*, ed anche *augeo*) più lontano di tutti gli altri, e tirando la retta aT, che prolungata dalla parte di T venga a tagliar di nuovo l'orbita in p, questo punto (che dicesi *perigeo*) sia più vicino al punto T di tutti gli altri. In oltre, che preso qualsivoglia punto sulla periferia dell'orbita come S, e tirata ST, questa retta sia sempre minore a misura, che il punto S è più lontano dall' apogeo a, cioè a misura, che l' angolo aTS è maggiore, e ciò tanto dall'una parte aSp, quanto dall'altra asp, e con tal legge, che a due angoli eguali aTS, aTs, presi uno da una parte, l'altro dall'altra di ap, corrispondano due rette eguali ST, sT, con che le due porzioni della curva aSp, asp vengono ad esser eguali, simili, e similmente poste rispetto alla linea ap, la quale dicesi linea degli *apsidi*; perocchè i due punti

a, p

a, p si chiamano con nome comune *apsidi* dell' orbita a S p. I punti dell' ecclittica A, P, che corrispondono a' punti a, p, si chiamano anch' essi dai nomi di questi, cioè A dicesi *luogo vero dell' apogeo*, e P *luogo vero del perigeo*, in quella stessa maniera, che posto il Sole in S il punto dell' ecclittica L, a cui egli corrisponde, dicesi luogo vero del Sole.

III. Da ciò è manifesto, che l'orbita del Sole non può (stante le dette supposizioni) essere un circolo, che abbia il suo centro nel centro della terra T, ma conviene, o che lo abbia in altro punto, se pure egli è circolo, o che sia una curva d'altra natura, la quale ritorni in se stessa, ed abbia per asse la linea a p. La cagione, che ha obbligati gli astronomi a non attribuire all' orbita solare la figura d' un circolo concentrico alla terra è stata l' inegualità almeno apparente del moto del Sole per l' ecclittica dedotta dalle osservazioni, e anco la diversa grandezza apparente del suo diametro in diversi tempi dell' anno, che fa intendere variarsi la sua distanza dalla terra, ed essere il suo moto apparente men veloce, quando il diametro apparente è minore, cioè la distanza maggiore, e al contrario &c. come a suo luogo dirassi; essi non si sono tuttavia trovati d' accordo fra loro nel deffinire, se l' orbita sia veramente circolare, o di altra curvità, ne di quale spezie, o posizione sia questa curva; siccome ne pure convengono nel determinare, con qual legge di velocità venga essa descritta dal Sole. Le loro diverse supposizioni, o ipotesi intorno all' una, ed all' altra di queste due particolarità chiamansi *teorie*, o *teoriche* del moto solare, e queste noi brevemente esporremo nella seguente Sezione, per separarle dalle supposizioni universali, nelle quali tutti convengono, e sono le due, che ora abbiamo esposte.

Sezione II.

Delle ipotesi di diversi astronomi intorno alla figura dell' orbita solare, e alle leggi del moto del Sole sopra di essa.

I. LA più antica di tutte le teorie è quella, che viene attribuita a Tolomeo, nella quale si suppone, che l' orbita asp sia un circolo, il cui centro C sia diverso dal centro della terra, e perciò questo circolo chiamasi *eccentrico*. Sulla periferia di esso si suppone, che il Sole descriva archi eguali in tempi eguali, o quel, che è lo stesso, archi sempre proporzionali ai tempi, onde gli angoli sottesi da questi archi nel centro C vengono ad essere anch' essi proporzionali a' tempi, ma non così quelli, che si sottendono da' medesimi archi nel centro della terra T, essendo più piccoli gli angoli, che sottendono archi eguali dell' orbita, a misura che questi archi sono più vicini alla linea dell' apogeo. In questa supposizione è manifesto, che il centro dell' orbita dee trovarsi nella linea degli apsidi ap dalla parte dell' apogeo, cioè fra T, ed a, giacchè per la supposizione nona aT dee essere la massima, pT la minima di tutte le rette, che dal punto T si ponno tirare all' orbita, onde la linea degli apsidi è un diametro di questo circolo. La distanza CT del centro della terra dal centro dell' orbita chiamasi *eccentricità*.

II. E' da avvertire, che Tolomeo propone eziandio una forma d' ipotesi, la quale, sebbene pare diversa da questa, anzi contraria alla supposizione nona, coincide tuttavia realmente colla teoria dell' eccentrico. L' ipotesi consiste in due circoli, (*Fig.63*) uno de' quali ASP è concentrico alla terra T, e chiamasi semplicemente *concentrico*, ed anco *deferente*, e l' altro più piccolo DEFG ha il suo centro sulla periferia del primo come in A, e chiamasi *epiciclo*. Il deferente girando secondo l' ordine de' segni con moto equabile intorno al suo centro T porta seco l' epiciclo, il quale non ha alcun moto suo proprio, come se egli fosse affisso con un chiodo nel punto A del deferente, e impedito

dito dal rotarsi intorno a questo punto, onde sol tanto si muove, quanto il deferente lo trasporta, come da A per S in P, e intanto il Sole scorre anch' egli con moto equabile la periferia dell' epiciclo, ma a contrario dell' ordine de' segni, e con tal legge, che sempre descriva su questa periferia archi simili a quelli, che qualsivoglia punto del deferente nello stesso tempo avrà descritti, o quel che è lo stesso, simili a quegli archi, che il centro dell' epiciclo ha scorsi sulla periferia del deferente riguardato come immobile, e l' uno, e l' altro di questi moti, cioè quello del deferente, e quello del Sole, si compiscono nello spazio d' un anno tropico; sarebbe anche più comodo l' immaginare, che il deferente fosse realmente immobile, e che il centro dell' epiciclo scorresse la periferia di esso secondo l' ordine de' segni equabilmente senza girar punto in se stesso, cioè con rivolger sempre il medesimo diametro costantemente verso il punto T, e intanto il Sole descrivesse l' epiciclo colla legge, che si è detta.

III. Ma (nell' uno, o l' altro modo ciò s' intenda) è facile mostrare, che in questa ipotesi il Sole descrive realmente con moto equabile secondo l' ordine de' segni un circolo eccentrico alla terra nello spazio d' un anno tropico. Imperocchè sia il centro dell' epiciclo in A nel tempo, che il Sole trovasi nel punto dell' epiciclo D, il più lontano dalla terra T, per modo, che T A D sia una medesima retta, e prendasi sopra di questa da T verso A la porzione T C eguale al semidiametro dell' epiciclo A D, e col centro C, e l' intervallo C D descrivasi l' eccentrico D M K. Dico, che nella ipotesi predetta il Sole descriverà realmente col suo centro con moto equabile, e nello spazio d' un anno tropico secondo l' ordine dei segni l' eccentrico D M K. Imperocchè posto il centro dell' epiciclo in qualsivoglia punto del deferente S, e tirata T S, che tagli l' epiciclo nella sua parte superiore in O, essendo che l' epiciclo non gira in se stesso, ma rivolge sempre lo stesso diametro al punto T, il punto O sarà quel medesimo, che era in D, quando il centro del epiciclo era in A; e perchè nel tempo, che l' epiciclo è passato da A in S, il Sole dee aver descrit-

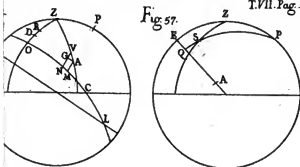
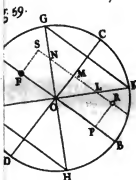
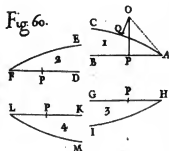
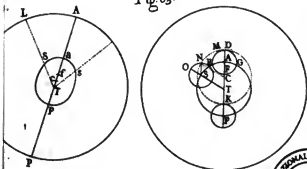
to,

to, secondo l' ipotesi, un arco dell' epiciclo simile all' arco AS dalla parte contraria, se supporremo, che l' arco ON sia simile ad AS, il centro del Sole si troverà nel punto N, e congiunta NS, sarà l' angolo OSN eguale all' angolo STA, e la retta SN parallela a TC; ma SN, cioè AD per la costruzione è anco eguale a TC; dunque NSTC è un parallelogramo, e il lato NC = ST = TA = CD, e perciò il punto N è nella periferia d' un circolo descritto per D dal centro C, cioè nella periferia dell' eccentrico DMK. Il che verificandosi in qualunque punto si trovi il centro dell' epiciclo, è manifesto, che in virtù dei due moti suddetti il Sole viene realmente a descrivere l' eccentrico DMK secondo l' ordine dei segni, cioè da D per M verso K, che è l' istesso ordine, con cui movesi il centro dell' epiciclo da A per S verso P. In oltre perchè NC, ST sono parallele, l' angolo DCN è eguale all' angolo ATS; dunque l' arco di eccentrico DN descritto realmente dal centro del Sole nel tempo, che l' epiciclo passa da A ad S, sempre è simile (ed anco eguale) all' arco AS descritto dal centro dell' epiciclo; ma quest' arco si suppone descriversi con moto equabile, e tutto il circolo compiersi nello spazio d' un anno tropico, dunque anco l' arco DN descritto realmente dal Sole si scorre con moto equabile, e il giro dell' eccentrico DMK si compie nello spazio di un' anno tropico. Questa teorica dunque non è nella sostanza diversa da quella dell' eccentrico, e in essa, come in tutte le altre, si adempiono tutte le condizioni della supposizione nona, se si considera quella strada, o orbita, che realmente dal centro del Sole vien descritta.

IV. In questa ipotesi dunque, o propongasi nel primo modo, cioè col semplice eccentrico, o nel secondo col deferente, e l' epiciclo, è facile il vedere, che i viaggi fatti dal Sole in tempi eguali non appariscono dal centro della terra T sotto angoli eguali, e che perciò il moto del suo luogo apparente nell' ecclittica, che ha per centro il punto T, sarà ineguale, ed insieme si varieranno in diversi tempi dell' anno le sue distanze dalla terra, che saranno maggiori verso l' apogeo, ed ivi al contrario minori saranno le

velocità apparenti, e poi di mano in mano quelle ſi ſcemeranno, e queſte ſi accreſceranno nell' andare verſo il perigeo; finchè ritornino l'une, e l'altre con ordine contrario alle miſure di prima; e che ciò non oſtante il moto reale di eſſo, e di tutti quei punti, che ſi ſuppongono muoverſi (come quelli del deferente, e dell' epiciclo, ſe ſi prende la ſeconda forma dell' ipoteſi) ſarà ſempre equabile; che è una legge, che gli antichi ſi erano preſcritta nello ſpiegare le apparenze de' moti celeſti, e che hanno, per quanto è ſtato poſſibile, cercato di mantenere nelle teoriche da eſſi propoſte.

V. Altri però trovando, che il ſemplice eccentrico, o ſia il concentrico coll' epiciclo, nel modo ſpiegato non ſoddisfaceva eſattamente alle oſſervazioni del Sole, hanno introdotto nella teorica ſolare un altro circolo, che da Tolomeo era ſtato impiegato nella teorica non già del Sole, ma degli altri pianeti. Sia dunque (*Fig. 64*) il centro della terra, o dell' ecclittica T. Vuole queſta ſeconda ipoteſi, che il Sole S moviſi bensì realmente ſecondo l'ordine de' ſegni ſulla periferia d'un circolo A R P chiamato *deferente*, il cui centro G ſia diverſo dal centro della terra T, ma con moto fiſicamente ineguale; il che non oſtante per ſalvarne in qualche modo la legge della equabilità de' moti celeſti ſuppone, che il ſuo moto riferito ad un' altro punto ſia equabile. Perciò vuole, che nella linea degli apſidi A P, ſulla quale cade il centro della terra T, e del deferente G, ſi prenda la retta G K, da G verſo l'apogeo A, di lunghezza eguale a G T, e intendaſi dal centro K deſcritto un' altro circolo E R Q detto *equante*, il cui raggio ſia eguale a quello del deferente A R P. Ciò poſto la legge del moto ſolare da eſſi preſcritta è queſta, che gli angoli, che ſi fanno nel punto K dalle linee tirate al centro del Sole poſte in diverſi punti del deferente A R ſieno ſempre proporzionali agli intervalli di tempo ſcorſo fra queſte diverſe ſituazioni del Sole; il che è come ſupporre, che una riga ſolida K S N vada girando con moto equabile ſecondo l'ordine dei ſegni intorno uno de' ſuoi eſtremi piantato immobilmente in K per modo, che gli archi E M, che ella ſcorre

Fig. 57.
Z
P
D
R
O
V
G
A
N
M
C
L
E
S
Q
A
59.
G
C
S
N
M
L
K
F
O
R
P
B
D
H
Fig. 60.
O
C
Q
A
B
P
E
2
1
F
P
D
G
P
H
L
P
K
3
4
I
M
Fig. 63.
L
A
S
a
s
T
P
M
D
N
A
G
O
F
S
C
T
K
P

re full' equante E R Q fieno proporzionali ai tempi, e che insieme il Sole S venga portato da questa riga, e sopra di essa vada scorrendo avanti, e indietro così, che il suo centro si trovi ad ogni istante in quel punto della riga S, in cui la riga taglia la periferia del deferente A R P. In questa ipotesi tutta la retta K T è quella che chiamasi *eccentricità*, benchè il deferente A R P non sia eccentrico alla terra, se non della quantità della retta T G, che per la costruzione non è che la metà di K T.

VI. Il Keplero fu il primo, che avesse l' ardire di dispensarsi nelle teoriche celesti della legge dell' equabilità dei moti, anzi da quella ancora della figura circolare da tutti prima di lui abbracciata, e riguardata come un' altra legge inviolabile. Egli introdusse nella teoria del pianeta di marte la figura ellittica, che da altri poscia è stata adoperata nelle teorie degli altri pianeti, ed eziandio del Sole, e trasportata dal sistema della terra mobile, che egli seguitava, a quello dell' immobile. Vuol dunque questa ipotesi, che l' orbita del Sole (*Fig.65*) a S p sia un ellissi talmente situata, che l' uno de' fochi di essa sia il centro della terra T. La linea degli apsidi a p coincide necessariamente coll' asse transverso dell' ellissi per essere [secondo la supposizione 9] T a la massima, e T p la minina, che dal foco T possa tirarsi alla periferia ellittica, onde nella detta linea degli apsidi trovasi eziandio il centro C, e l' altro foco F dell' ellissi, e la retta T C chiamasi *eccentricità*. Il Sole si muove nella periferia ellittica secondo l' ordine de' segni con tal legge, che i settori, o sia le aree ellittiche, come a T S compresi da due rette a T, S T tirate al foco T da due punti della periferia a, S sieno proporzionali a' tempi, ne' quali il Sole si è mosso dal punto a al punto S, o quel che è lo stesso, che in tempi eguali si descrivano dal Sole tali archi d' ellissi, che comprendano nel foco T settori eguali, dal che poi nasce, che gli angoli fatti in T, che corrispondono a' tempi eguali sono ineguali, e più piccoli a misura, che il Sole è più presso all' apogeo. Questa è l' ipotesi più comunemente abbracciata dagli astronomi dell' età nostra, alcuni de' quali dopo il Newton hanno anco preteso

di

di dimostrarla *a' priori* per le leggi meccaniche, supposto però qualche principio, di cui parleremo a suo tempo, appartenendo ciò propriamente alla parte fisica dell' astronomia.

VII. Alcuni altri come il Bullialdo, il Wardo, il Mercatore, e il Conte di Pagan, ritenendo di questa ipotesi solamente la figura ellittica, hanno variato la legge del moto solare sulla periferia di essa, o sia che abbiano creduto colle nuove leggi da essi introdotte di dargli un moto equivalente a quello, che gli dava il Keplero, o sia che conoscendo di dargliela diverso, abbiano però stimata necessaria questa diversità per meglio rappresentar i fenomeni, o almeno comoda per calcolarne più speditamente i moti. Non è necessario riferire in qual modo ciascuno autore abbia supposto muoversi il Sole sopra l'ellissi, ne raccontare le dispute, che intorno a ciò fra essi sono state, e le correzioni, che l' uno ha suggerite per perfezionare il metodo dell'altro. Basta sapere, che il sentimento più comunemente seguitato intorno a ciò dagli astronomi fino a' tempi del Newton, che rinovò l' ipotesi del Keplero, era quello del Wardo, o sia del Conte di Pagan, e consistente nel supporre, che intorno all' altro foco dell' ellissi F [nel quale non è situata la terra] dalla linea mobile FS, la quale s' intende passar sempre per lo centro del Sole, si descrivessero angoli eguali in tempi eguali, il che è come supporre, che intorno al detto foco F si girasse una riga solida FS con moto equabile, alla qual riga fosse affisso il Sole, il quale intanto andasse scorrendo avanti, e indietro sopra di essa, con questa legge, che sempre dovesse trovarsi in quel punto S della riga, in cui questa, trasportata in qualsivoglia positura, taglia la periferia ellittica.

VIII. Finalmente il Cassini nel trattato dell' origine, e del progresso dell' astronomia accennò una altra ipotesi intorno alla figura delle orbite de' pianeti, che potrebbe anco applicarsi a quella del Sole, e consiste in questo, che preso sulla linea degli apsidi la linea CF eguale all' eccentricità TC, e tirate da qualsivoglia punto della curva S a due punti FT (i quali come nell' ellissi, si ponno chiamare fochi della curva) le due rette FS, TS, il rettangolo com-

compreso da queste sia sempre eguale al rettangolo a T p, che è come dire, che la distanza dell' apogeo della terra a T stia alla distanza S T, che ha il Sole in qualsivoglia tempo dalla terra, come la distanza F S del medesimo dall' altro foco F alla distanza del perigeo dalla terra T p. Su questa curva dunque si suppone muoversi il Sole con tal legge, che gli angoli fatti nel foco F sieno proporzionali a' tempi, come nella ipotesi del Wardo poc' anzi spiegata. Il Cassini però benchè abbia proposta questa teoria non si sa, che l' abbia seguitata nei suoi calcoli ne comprovata, o tentato di comprovarla colle osservazioni.

Sezione III.

Del moto dell' apogeo del Sole.

Supposizione X.

Che la linea degli apsidi, e con essa tutta l' orbita del Sole, si giri lentamente secondo l' ordine dei segni intorno al centro della terra, avanzandosi la detta linea in ragione di un minuto incirca nello spazio d' un anno, con mantenersi però sempre tutta l' orbita nel piano dell' ecclitica.

I. Il moto, di cui si parla in questa supposizione, si mette sotto gli occhi nella figura 66, nella quale l' orbita del Sole trovasi per un tempo nella posizione a s P, ma per un altro tempo posteriore in b r K, essendo la linea degli apsidi passata dalla situazione a P alla b K con girarsi intorno al punto immobile T, centro della terra, e la longitudine dell' apogeo avanzata per l' arco A B, e ciascun punto dell' orbita come s trasportato in altra situazione, come r, con aver descritto intorno al punto T un arco di circolo, simile all' arco A B, che determina il moto della linea degli apsidi nel tempo, che è corso fra queste due posizioni dell' orbita.

II. Chi tenesse dietro al viaggio del Sole, cioè alla curva,

va, che viene a nascere nel piano dell' ecclittica A B T dalla composizione del moto della sua orbita col moto proprio di lui, in virtù del quale si va avanzando a diversi punti di quest' orbita, troverebbe che in virtù di questi due moti egli non descrive rigorosamente una figura simile, ed eguale a quella della sua orbita (qualunque si supponga essere questa figura) ma una spezie di spirale, e che perciò, parlando in tutto rigore, le parti di questa curva, che sono di qua, e di là della linea degli apsidi, prendendo questa linea in una positura immobile come in a P, non sono ne simili ne eguali fra loro, il che pare contrario alla supposizione 9; onde acciocchè questa si verifichi, convien intendere, che ivi non si parli della curva, che il centro del Sole scorrerebbe sopra il piano dell' ecclittica, sul quale si move l' orbita, ma di quella, che descrive nel piano mobile di quest' orbita, fingendolo diverso dall' ecclittica, ma adattato però sempre alla medesima.

III. E' da avvertire, che alcuni astronomi oltre quel moto, che porta questa decima supposizione, il quale da tutti viene accordato, suppongono in oltre, che il centro dell' orbita, (qualunque siasi la figura di questa) si accosti talora, e talora si scosti dalla terra T, sempre però sulla retta linea degli apsidi, con che viene a cangiarsi l' eccentricità dell' orbita, e tutti i punti di questa vengono a mutar distanze dalla terra; e di tal mutazione di eccentricità hanno eziandio prescritte alcune regole; ma gli altri, che sono in maggior numero, e di maggiore autorità, stimano, che questa mutazione non abbia alcun saldo fondamento nelle osservazioni.

IV. Quanto sia il moto annuo della linea degli apsidi, [che suol chiamarsi *moto dell' apogeo*, benchè sia comune anco al perigeo, e a tutti i punti dell' orbita] non è ancora ben accertato fra gli astronomi, facendolo alcuni precisamente eguale al moto delle stelle fisse, che abbiamo detto essere di 51 seconde l' anno, altri d' un minuto, altri maggiore d' un minuto, onde prendendo una strada di mezzo lo abbiamo fatto nella supposizione d' un minuto incirca. Sono anco stati alcuni, che lo hanno stimato inegua-

le

le [come pure di quello delle fiffe è ftato detto], ma la più comune degli aftronomi lo fuppone equabile.

Sezione IV.

De' periodi annui, e dell' anno tropico medio.

I. DAl moto dell' apogeo del Sole fegue neceffariamente, che il tempo, che egli fpende nel ritornare alla medefima longitudine, cioè al medefimo punto d' ecclittica, da cui s' intende, che egli abbia cominciato un fuo giro, o periodo annuo (il qual tempo già fi diffe chiamarfi un' anno tropico) fempre fia minore di quello, che egli impiega per tornare al medefimo punto dell' orbita, in cui egli fi ritrovava nel principio del detto periodo, il qual tempo dicefi *anno anomaliftico*. Imperocchè allorchè egli ritorna al medefimo punto d' ecclittica, cioè al medefimo femidiametro immobile di quefta, come TQ, da cui fingefi, che l' anno fia cominciato, quel punto della fua orbita, che corrifpondeva a quefto femidiametro nel principio di quel periodo, quando l' orbita era in asP, cioè il punto s, fi farà avanzato infieme con tutta l' orbita (per la fuppofizione 10) quanto richiede il tempo del periodo fuddetto come fino in r (pofto che l' orbita nel fine del detto periodo fi trovi in brK), e nel femidiametro immobile TQ farà fucceduto un' altro punto dell' orbita q, e quefto farà quello, in cui realmente troveraffi il Sole nel fine del detto periodo (il qual punto q al principio del medefimo periodo, cioè quando l' orbita era in asP trovavafi nel punto o) onde dovrà il Sole prima di raggiungere il fuddetto punto dell' orbita s [trafportato ora in r], e terminare in effo il fuo anno anomaliftico, fpender ancora tanto di tempo, quanto gliene bifogna a fcorrer l' arco della fua orbita qr, che fottende in T l' angolo qTr eguale al moto della linea degli apfidi aTp. Perciò l' anno anomaliftico, è più lungo d' un anno tropico, quanta è la mifura del tempo fuddetto, anzi fe parliamo in rigor geometrico, anche qualche poco di più, attefo il moto, che feguirà a far l' apo-

geo, e tutta l'orbita nel brieve tempo, che il Sole ſcorrerà l'arco ſuddetto q r; ma queſto piccolo eceſſo è affatto inſenſibile.

II. E' ſtato fra gli aſtronomi diſputato ſe gli anni annomaliſtici ſieno tutti eguali fra loro; ma la maggior parte conviene della loro egualità, attribuendo le differenze, che alcuni hanno creduto di trovarvi alla poca eſattezza delle oſſervazioni antiche, dal paragone delle quali colle moderne naſcevano tali diverſità.

III. Non oſtante però, che ſi ſupponga la rigoroſa egualità degli anni anomaliſtici, e che in oltre ſi ſupponga equabile il moto dell'apogeo, non ponno gli anni tropici eſſere rigoroſamente eguali fra loro. Imperocchè poſto che il principio, e il fine d'un anno tropico ſi voglia prendere dal paſſaggio, e dal ritorno del Sole alla retta immobile T Q, o ſia al punto d'ecclittica Q, eſſendo, come ſi è detto l'anno tropico minore dell'anomaliſtico di tanto tempo, quanto ne biſogna al Sole per iſcorrere l'arco della ſua orbita q r, che ſottende nel centro della terra T l'angolo coſtante q T r, eguale al moto annuo dell'apogeo A T B, ed eſſendo, che altro tempo richiedeſi al Sole per iſcorrere quell'arco della ſua orbita, che può ſottendere il detto angolo in T, ſecondo che uno, o un altro punto dell'orbita ſteſſa ritroveraſſi nella retta T Q, (e ciò a cagione, che ad angoli eguali ſotteſi in T da diverſe parti dell'orbita, qualunque teorica ſi elegga del moto ſolare riſpondono tempi ineguali, ſiccome al contrario a' tempi eguali riſponderebbero in T angoli ineguali) è manifeſto, che il tempo da ſottrarſi da un'anno anomaliſtico, [che ſi ſuppone di miſura coſtante] per avere la durata d'un anno tropico, non può eſſere di miſura coſtante; e che perciò gli anni tropici non ponno eſſere eguali, paragonandone fra loro due, ciaſcuno de' quali cominci, e finiſca da un medeſimo punto d'ecclittica Q. E la ſteſſa dimoſtrazione può anco applicarſi per provare, che ne pure due anni tropici, preſi da due diverſi principii anco dentro lo ſpazio d'una medeſima rivoluzione annua, potranno eſſere eguali.

IV. Egli è ben vero, che riſpetto a due anni tropici, de'

de' quali si prenda un medesimo principio, e l' uno de' quali siegua immediatamente dopo l' altro, la suddetta inegualità viene ad essere insensibile, atteso il lentissimo moto dell' apogeo, come pure non può essere molto grande paragonando un piccolo numero d' anni tropici successivi, che tutti s' incomincino da un medesimo punto dell' ecclittica con altrettanti anni successivi incomincianti dal medesimo punto; ma se i numeri eguali degli anni, che si paragonano sarà grande, e il luogo dell' apogeo notabilmente diverso, come se si paragonassero cento anni incominciati dall' equinozio di primavera, posto l' apogeo presso il principio dell' ariete, con altrettanti anni incomincianti dal medesimo equinozio, posto l' apogeo verso il principio del granchio, noi vedremo a suo luogo, che la differenza potrà essere di qualche conto.

V. Tuttavia se si farà, come 360 gradi con di più il moto dell' apogeo in un' anno a 360 gradi precisi, così il tempo d' un anno anomalistico (qualunque egli sia) ad un' altro tempo, questo tempo, che risulterà, sarà la misura d' un certo anno tropico finto, che sempre si avrebbe, se il Sole, veduto dalla terra, si movesse in longitudine con moto equabile, e con tal velocità, che compisse l' anno anomalistico in altrettanto tempo, in quanto ora lo compie col suo moto ineguale in longitudine. Tal quantità d' anno tropico verrà a essere di misura mezzana fra la massima, e la minima misura de' veri anni tropici, onde chiamasi dagli astronomi *anno tropico medio*, e a questa misura di tempo riferiscono i moti del Sole. Noi spiegheremo tra poco, con quale artificio sia stata dagli astronomi ritrovata la misura di questo anno tropico medio in giorni, ore, e parti d' ore.

Sezione V.

Del consenso delle tre supposizioni premesse co' fenomeni.

I. Le tre supposizioni generali intorno al moto del Sole, che si sono esposte nella Sezione prima, e terza del presente Capo sono state in ogni tempo trovate corrispondere alle osservazioni celesti, e questo consenso appunto, siccome da principio ha dato luogo ad immaginarle, così le ha col progresso del tempo sempre più stabilite.

II. Primieramente se si farà una serie di osservazioni delle declinazioni del Sole per lo spazio d' un anno, apparirà da esse, come già altrove si disse, che egli descrive col suo moto annuo un circolo massimo, e che per conseguenza l' orbita di esso è nel piano di questo circolo, e abbraccia la terra, passando per lo centro di essa.

III. Se poi si andranno di mano in mano calcolando le sue longitudini al tempo di ciascuna osservazione, e si ricaveranno le differenze delle dette longitudini, le quali differenze sono i moti apparenti del Sole, e si paragoneranno cogli intervalli de' tempi, ne' quali sono state fatte, si troverà non essere tali moti proporzionali a' tempi suddetti, ma essere di velocità sensibilmente diversa, e benchè i tempi, de' quali noi sogliamo servirci, cioè i giorni solari comunemente si considerino come eguali, laddove rigorosamente non ponno esserlo, non solo per le cose dette alla Sezione terza del Capo settimo, ma anco in virtù di questa medesima inegualità del moto solare, supposto che ella sussista (siccome ivi fu notato) il che pare, che renda impossibile la giusta determinazione della vera velocità del Sole, e disturbi affatto la presente ricerca; nulladimeno si può uscire da questo imbarazzo osservando questa stessa inegualità de' giorni solari, la quale con un orologio esatto può rendersi manifesta, e ridursi a misura. Perciocchè se giornalmente si noteranno da un tale orologio i precisi tempi dell' arrivo del centro del Sole al meridiano, e ad un tempo stesso se ne prenderanno le altezze, si avranno da queste altezze debitamente corrette, (o pure anco

anco dagli ſteſſi tempi dell' orologio, ſecondo i metodi dati di ſopra) le vere longitudini del Sole, e dal loro paragone le vere differenze di longitudine, ſiccome dagli intervalli de' tempi notati la vera proporzione de' tempi, a' quali convengono tali differenze, il che facendoſi, ſi potrà oramai ſenza alcuno ſcrupulo ragguagliare i moti in longitudine co' tempi ſuddetti, e vedere ſe ſieno proporzionali. Ora queſto è ciò, che non troveraſſi, onde manifeſtamente ſi conchiuderà il moto del Sole in longitudine eſſere ineguale.

IV. In oltre ſe dalle dette differenze di longitudine ſi ricaverà quanto ſia ne' diverſi punti dell' ecclittica il moto in longitudine, che conviene ad un dato tempo v. g. ad un giorno ſidereo, per avere il rapporto della velocità apparente del Sole in queſti diverſi punti, vedraſſi, che queſte velocità caminano con tal ordine, che cominciando da un punto dell' ecclittica, in cui la velocità ſuddetta trovaſi la minima, (ed è di 57 minuti per giorno incirca) vanno ſempre di mano in mano aumentandoſi fino ad un' altro luogo oppoſto a quel primo, in cui la detta velocità diviene maſſima (di minuti 61 a un dipreſſo), e poſcia vanno con ordine contrario ſcemando fino a tanto, che al compier dell' anno, tornandoſi a un dipreſſo alla prima longitudine, ſi torni alla prima, e minima velocità, per modo che le velocità intermedie di quà, e di là dal detto punto ſieno ſempre eguali in diſtanza eguale da quello, appunto come le dette ipoteſi richiedono.

V. Se oltre le longitudini ſi andranno giornalmente oſſervando coi metodi a tal uſo inventati [de' quali altrove] i diametri apparenti del Sole, cioè gli angoli, che egli ſottende nell' occhio noſtro, ſi troveranno queſti fra loro ineguali, e con tal legge, che a' luoghi della minima velocità corriſponda il minimo diametro apparente, a quelli della maſſima il maſſimo, e agli intermedii una miſura di diametro intermedia, il che parimente è conforme alla ſuddetta ipoteſi, atteſochè eſſendo i ſini de' ſemidiametri apparenti di un medeſimo oggetto sferico reciprocamente, come le diſtanze del centro di eſſo dall' occhio, e i ſemidiametri apparen-

parenti del Sole essendo sensibilmente nella ragione de' loro sini (a cagione della piccolezza loro, mentre di poco eccedono un mezzo grado) ne segue, che al crescere del semidiametro apparente debba inferirsi diminuita la distanza, e al contrario &c. e perciò osservandosi i detti semidiametri crescere, e scemare rispettivamente, quando crescono, e scemano le velocità del Sole, si dovrà conchiudere, che le distanze crescono allo scemare della velocità, e scemino al crescer di queste, come si è detto dover succedere in tutte le accennate ipotesi.

VI. In fine se dopo aver fatte in un' anno le dette osservazioni intorno al Sole, si paragoneranno queste con altre simili osservazioni fatte da' nostri predecessori in un' altro anno, che ne sia lontano d' alcuni secoli, come a cagion d' esempio le osservazioni di Tolomeo, con quelle de' tempi nostri, si troverà, che quel punto d' ecclittica, in cui la velocità del Sole era minima, non è più il medesimo, ma considerabilmente è cangiato il luogo della detta minima velocità, e così di quello della massima, e delle altre intermedie, il che è conforme all' ipotesi del moto dell' apogeo. Così a cagion d' esempio a' tempi di Tolomeo la minima velocità del Sole si osservava intorno al quinto grado de' gemini, e a' tempi nostri si trova intorno all' ottavo del cancro, e parimente la massima, che allora corrispondeva al quinto del sagittario, ora si osserva cadere nel ottavo del capricorno, il che spiegasi nella detta ipotesi col supporre l' apogeo, (e con esso ogni altro punto dell' orbita solare) avanzato per 33 gradi in anni 1600 incirca, che sono corsi fra questi tempi, che viene ad essere in ragione di un minuto, e un poco di più per ciascun' anno, come nella decima supposizione si è detto.

Se-

Sezione VI.

Del moto medio del Sole, e dell' equazione di esso in ciascuna teoria.

I. SE intorno al centro (*Fig.* 67) della terra T immagineremo, che si rivolga secondo l' ordine de' segni una linea retta TmM con moto circolare equabile, e con tale velocità, che essa compisca l' intero suo giro nello spazio d' un anno tropico medio, tornando in capo a questo tempo costante alla medesima positura TmM, da cui si suppone, che sia partita, il moto di questa linea si dirà *moto medio del Sole*, ed essa *linea del moto medio*.

II. La misura di questo moto potrà distribuirsi a ciascun tempo dato, purchè una volta si sappia, qual sia il tempo costante di un' anno tropico medio. Così a cagion d' esempio, se una volta si sarà trovato, che un' anno tropico medio, in cui la detta linea compie gradi 360, sia di giorni 365, ore 5 49′ 12″, si potrà colla semplice regola delle proporzioni sapere, che il moto medio del Sole in un giorno preciso è di 59′ 8′, in un' anno civile comune, cioè in giorni 365, è di segni 11 gradi 29 45′ 40″, e così in qualsivoglia altro numero di anni, giorni, ore, e parti d' ore, supponendo però questi giorni eguali fra loro, o pure perchè i giorni, de' quali ci serviamo, (per le cose dette al Capo 7) tali non sono, tenendo conto della loro inegualità correggendola nel modo, che fra poco si spiegherà.

III. Siccome la linea TmM vien chiamata linea del moto medio, così un' altra linea TSL, la quale s' intende passar sempre per li centri della terra, e del Sole, chiamasi *linea del moto vero*. Il moto angolare di questa linea intorno al punto T è ineguale, perocchè in ogni teoria ineguali sono gli angoli, che nel punto T si fanno in tempi eguali dalle rette, che vengono dal Sole S.

IV. Se immagineremo, che le due linee del moto medio, e del vero, sieno una volta state insieme nella posizione TA, trovandosi a quel tempo il Sole nell' apogeo a, e quindi insieme sieno partite ciascuna al suo viaggio, e con

con quella legge di moto, che a ciascuna di esse si è detto convenire, è chiaro, che la linea del moto vero andrà sempre mostrando nell' ecclittica il vero luogo del Sole, e la vera sua longitudine V L (posto che V sia il principio d' ariete) e quella del moto medio mostrerà sempre quella longitudine V M, che il Sole avrebbe, se, dopo esser partito dal punto d' ecclittica A, sempre si fosse mosso con moto medio, la quale dicesi perciò *longitudine media*, siccome il punto M *luogo medio* del Sole. E che finalmente l' angolo L T M, che queste linee comprenderanno in qualsivoglia momento di tempo, mostrerà per allora la differenza fra la longitudine media, e la vera del Sole. Quest' angolo chiamasi *equazione*, ed anco con vocabolo greco *prostaferesi del Sole*, ed è la misura dell' inegualità del moto solare rispetto al centro della terra T per qualsivoglia istante di tempo, mentre dimostra di quanto il Sole abbia avanzato, o ritardato col suo moto ineguale in longitudine rispetto al moto eguale, da che partì dall' apogeo. E siccome il tempo dell' arrivo del Sole, o sia della linea T S L al semidiametro T V dell' ecclittica, per le cose dette di sopra, chiamasi equinozio, così il tempo dell' arrivo della linea T m M al medesimo semidiametro suol chiamarsi *equinozio medio*, e nel medesimo senso può intendersi *solstizio medio* &c. onde per maggior distinzione all' altro equinozio, solstizio &c. propriamente detto, suol aggiungersi l' epiteto di *vero*, da che è manifesto, che, sebbene (secondo l' articolo 3 della Sezione 4) i tempi del ritorno del Sole allo stesso equinozio vero non sono rigorosamente eguali, gli intervalli però fra gli equinozzi medii (sempre però vernali, o sempre autunali) sono tutti anni tropici medii, e però rigorosamente eguali, e così de' solstizii &c.

V. L' angolo A T M, che fa la linea del moto medio M T con quella dell' apogeo A T chiamasi *argomento*, o pure *anomalia media del Sole*, e l' angolo A T L, che fa la linea del moto vero colla detta linea dell' apogeo, *argomento*, o pure *anomalia vera*, o anche *equata*, o *coequata*, de' quali angoli la differenza L T M è l' istesso, che la differenza della longitudine media, e della vera, cioè l' equazione.

ne. E' tuttavia da avvertire, che l'una, e l'altra anomalia si suole dagli astronomi contare secondo l'ordine de' segni cominciando dalla linea dell'apogeo TA per LM &c. fino all'intero circolo, onde quando si eccede il semicircolo, o sia i gradi 180, l'angolo di questa linea, (che allora comincia ad essere dalla parte destra della figura rispetto alla linea TA, come ATK, ATG) non è l'anomalia, ma il supplemento di essa al circolo. Ma universalmente l'anomalia media è l'arco d'ecclittica preso secondo l'ordine dei segni dalla linea dell'apogeo fino alla linea del moto medio, e l'anomalia vera è il medesimo arco fino alla linea del moto vero.

VI. Qualunque sia la figura dell'orbita solare, e la legge del moto del Sole sopra di essa, è facile il vedere in tutte le ipotesi di sopra riferite, che il moto della linea del luogo vero è lentissimo nell'apogeo, e poi di mano in mano si va accellerando fino al perigeo, dove giunge alla massima celerità, e poi di nuovo torna a scemarne coll' ordine contrario fino all'apogeo.

VII. Quindi è, che la linea del moto medio TM, (la cui velocità è d'una misura mezzana, e sempre equabile) partendo dall' apogeo insieme con quella del luogo vero TS, dovrà cominciare ad avanzarla; e fino a tanto, che la linea del moto vero non avrà una velocità eguale a quella della linea del medio, (il che dovrà succedere in un sito di mezzo fra l'apogeo, e il perigeo) le dette linee sempre si scosteranno, trovandosi quella del moto medio sempre avanzata rispetto all'altra. Quando le dette velocità saranno eguali, succederà il massimo scostamento delle dette linee, cioè la massima equazione, e la situazione, dove allora trovasi il Sole, chiamasi la *media elongazione*. Dopo ciò essendo più veloce il moto vero del medio, la linea del moto vero si andrà accostando a quella del medio. Al giunger, che farà la linea del moto medio sulla linea del perigeo TP, si compirà la metà dell'anno anomalistico, che cominciò dall' apogeo, e parimente al giungervi della linea del moto vero si dovrà compir la metà del medesimo anno anomalistico cominciato dal medesimo apogeo;

 men-

mentrechè la linea del moto vero farà allora paſſata per tutti i gradi di celerità poſſibile, ed eguali a quelli, per li quali con ordine contrario per altrettanto ſpazio dovrà paſſare nel ſuo ritorno all' apogeo; onde, eſſendo per la ſuppoſizione cominciate inſieme del detto punto dell' apogeo le due rivoluzioni delle linee ſuddette, è manifeſto, che ad un tempo ſteſſo ſe ne compiranno le metà, cioè che ad un tempo ſteſſo ſi troveranno le dette linee ſulla linea del perigeo. Dopo ciò la linea del moto vero avanzerà quella del medio, e ſuccederà con ordine oppoſto tutto quello, che ſi è detto nel primo ſemicircolo dell' anomalia, finchè di nuovo le dette due linee ſi ricongiungano in TA, linea dell' apogeo, e ricomincierà un nuovo periodo colle medeſime leggi.

VIII. Nell' apogeo dunque, e nel perigeo la longitudine media del Sole ſempre è la ſteſſa, che la vera; nel primo ſemicircolo dell' anomalia (o vera, o media) la longitudine media eccede ſempre la vera, e nel ſecondo ſempre ne manca, e finalmente in que' punti dell' orbita, ne' quali gli angoli della linea del moto medio colla linea dell' apogeo ſono eguali fra loro, [dei quali angoli uno ATM è l' anomalia media, e l' altro ATK compimento dell' anomalia media all' intero circolo] le differenze delle longitudini vera, e media, o ſia le equazioni ſono eguali; e l' iſteſſo vale dei punti, ne' quali gli angoli ATL, ATG della linea del moto vero con quella dell' apogeo ſono eguali.

IX. In quelle teoriche ſolari, nelle quali ſi ſuppone un centro, intorno al quale la linea, che paſſa ſempre per lo centro del Sole faccia angoli eguali in tempi eguali, (come ſono tutte le riferite di ſopra a riſerva di quella di Keplero) la detta linea tirata dal centro del moto equabile al centro del Sole è ſempre parallela alla linea del moto medio da noi poc' anzi conſiderata, onde ſi riguarda anch' eſſa dagli aſtronomi come linea del moto medio, e tale ſi denomina.

X. Così a cagione d' eſempio nell' ipoteſi del ſemplice eccentrico (a cui ſi è detto equivalere quella dell' epiciclo) ſe

se la linea del moto medio (*Fig.* 68) sarà in TM, la retta CS, che dal centro del moto equabile C (che è il centro dell'eccentrico aSp) passa per lo centro del Sole S, sarà parallela a TM. Imperocchè essendo in questa ipotesi, e in tutte le altre simili il centro del moto equabile C collocato sulla linea dell'apogeo TA, è necessario, che quando la linea del moto vero TS coincide con TA, anco la retta, che da C va al centro del Sole, cioè CS cada sopra TA. Ma la linea del moto medio TM per la supposizione (art. 4) cade anch'ella sopra TA, quando TS coincide con CA, dunque le linee CS, TM si trovano allora insieme sopra TA, e da questa positura cominciano a moversi amendue. E perchè l'una, e l'altra si suppone moversi di moto angolare equabile intorno a' punti C, T, e la rivoluzione totale della linea CS, cioè il suo ritorno alla positura CA, dee compirsi, allorchè la linea del moto vero TS anch'essa è tornata alla positura TA, nel quale momento si è mostrato [art. 7], che anco la linea TM ritorna in TA, da tutto ciò si raccoglie, che i moti angolari, ed equabili delle linee CS, TM insieme cominciano, ed insieme finiscono nella positura TA, onde gli angoli ACS, ATM fatti da esse in un medesimo tempo qualunque egli sia, contato dall'apogeo sono eguali, e perciò le linee CS, TM sempre sono parallele fra loro. Chiamano dunque gli astronomi anche la retta CS *linea del moto medio*, come la TM, e il punto F, che ella segna nell'ecclittica *luogo medio del Sole*, come il punto M, e l'arco VF *longitudine media*, come VM, confondendo i due punti F, M, e parimente gli archi VF, VM per l'immenso intervallo TM, a cui si suppone descritta l'ecclittica, il qual intervallo potendosi prendere di qual'ampiezza si vuole, si può fingere esser tanta, che l'eccentricità TC non abbia ad esso proporzione sensibile.

XI. Da ciò segue, che in tutte le suddette ipotesi, che suppongono un centro del moto equabile, l'angolo CST, compreso nel Sole dalla linea CS, che dal detto centro C passa sempre per lo centro del Sole, e dalla linea del moto vero TS, è eguale all'equazione LTM, e chia-

masi anch'egli dagli astronomi *equazione*, *o prostaferesi del Sole*.

XII. Nelle teorie solari, che suppongono il moto del centro del Sole realmente ineguale, ma che tuttavia ammettono un centro di moto equabile, come è quella dell' equante, e quella del Wardo, o del Conte di Pagan, l'equazione CST suole distinguersi in due parti, una delle quali si chiama dagli astronomi, che abbracciano queste teoriche, *equazione fisica*, e l'altra *equazione ottica*, la fisica è quella parte dell' angolo CST, che sottende la metà della distanza del centro della terra dal centro del moto equabile, presa dalla parte di quest' ultimo centro, e l' ottica è quella, che sottende l' altra metà. Così a cagione d' esempio nell' ipotesi dell' equante (*Fig. 69*) posto il Sole nel punto S del deferente SN, il cui centro K, l' angolo dell' equazione CST, compreso dalle linee del moto vero TS, e dal medio CS, vien diviso dalla retta KS in due parti CSK, KST; la prima delle quali CSK è l'equazione fisica, perocchè misura la reale inegualità del moto del Sole, per essere l'angolo suddetto CSK la differenza tra l' angolo ICS, che è la misura del moto equabile, o media del Sole, corrispondente al tempo, da che egli partì dall' apogeo, e l' angolo IKS, o sia l' arco IS, che egli realmente ha camminato nel suo deferente con moto ineguale nel medesimo tempo. L' altra parte poscia dell' angolo CST, cioè KST è l' equazione ottica, perchè dimostra di quanto il Sole S a cagione dell' eccentricità TK debba apparire più avanzato, o ritirato a vederlo dalla terra T di quello, che si vedrebbe dal centro del suo deferente K. L' istesso discorso si può con qualche analogia applicare alla teorica del Wardo.

Sezione VII.

Dei metodi di determinare in ciascuna teorica le equazioni del Sole, e le sue distanze dalla terra, e dei luoghi delle massime equazioni.

I. PEr assegnare a ciascun punto dell' orbita solare la quantità dell' equazione, che gli conviene, o pure, che è lo stesso, per poter ricavare dall' anomalia media la vera, o sia dalla longitudine media la vera, e con ciò comprender l' ordine, e la misura, con cui si distribuisce di mano in mano, in un' annua rivoluzione l' inegualità del moto del Sole, e in fine per trovare le distanze, che egli ha dal centro della terra in ciascun punto dell' orbita, cioè la ragione di queste distanze fra loro, diversi sono stati i metodi inventati dagli astronomi nelle diverse teoriche da ciascuno di essi abbracciate. In tutti questi metodi si suppone nota la proporzione della distanza del centro della terra dal centro dell' orbita (cioè dell' eccentricità) al semidiametro dell' orbita, se questa è circolare, e al semiasse maggiore della medesima, se ellittica, con che nell' orbita ellittica viene anco ad esser data la spezie dell' ellisse, giacchè l' eccentricità viene ad essere la metà della distanza de' fochi, e data la ragione di questa distanza al semiasse maggiore, l' ellisse è data di spezie, il che può anche applicarsi alla ellisse cassiniana accennata di sopra.

II. Nell' ipotesi del semplice eccentrico (*Fig.* 70) supposta la linea del moto medio in TM, e dato l' arco dell' anomalia media AM, il quale misura l' angolo MTA della detta linea con quella dell' apogeo TA, purchè AM sia minore d' un semicircolo, (e quando fosse maggiore, il detto angolo risulterebbe dal sottrarne l' arco AM da un circolo intero) per avere l' equazione MTL, e con ciò l' anomalia equata AL, basta immaginare, che dal centro del Sole S sia tirata al centro dell' eccentrico C la retta CS, la quale, come si è detto, dovrà sempre esser parallela a TM, e farà anche essa l' ufficio di linea del moto medio. Indi nel triangolo STC data la proporzione del raggio dell' eccen-

eccentrico SC all' eccentricità CT, e dato l' angolo SCT compreso da queste linee, che sempre è il compimento a due retti dell' angolo SCA, eguale all' anomalia media MTA, si avrà per le regole trigonometriche l' angolo CST, eguale ad LTM, equazione cercata, e si avrà parimente l' angolo STC, o sia l' arco AL, che è l' anomalia equata, o pure il supplemento di essa all' intero circolo, e finalmente si avrà la distanza dalla terra ST.

III. Se in vece del semplice eccentrico si volessero calcolar l' equazioni nella forma dell' epiciclo mosso sulla periferia del concentrico (*Fig.* 71), essendo che l' epiciclo si suppone in questa teoria moversi di moto equabile, e compire il suo giro nello spazio d' un anno, la linea TC tirata dalla terra al centro dell' epiciclo viene ad essere la linea del moto medio, e la TS tirata dal medesimo centro al Sole S, quella del vero; onde l' equazione sarà l' angolo STC, che si calcolerà, come poc' anzi; imperocchè dato l' arco OC, scorso dal centro dell' epiciclo, da che il Sole si trovò nell' apogeo di questo nel punto A, il qual arco fa quì l' uficio d' anomalia media, sarà dato l' arco NS, che è simile a quello (per le cose dette alla Sezione 2 art. 2); onde nel triangolo SCT essendo data la ragione del semidiametro TC del deferente al semidiametro dell' epiciclo CS, che quì fa l' uficio di eccentricità, si avranno nel triangolo CST due lati coll' angolo compreso SCT, supplemento dell' anomalia media NCS, con che si compirà il calcolo, come prima.

IV. Nella suddetta ipotesi dell' eccentrico (*Fig.* 70) i sini delle equazioni CST, COT, stanno fra loro, come i sini delle anomalie equate, o de' supplementi di esse all' intero circolo CTS, CTO, il che si dimostra dalla nota proporzione, che sempre hanno ne' triangoli i loro lati co' sini degli angoli opposti, e dall' essere nel caso nostro i due lati SC, CT sempre d' una costante misura in tutti i triangoli, ne' quali si calcolano le suddette equazioni. Da che ancora si deduce, che allora l' equazione sarà la massima, quando l' angolo dell' anomalia equata sarà retto, cioè quando il Sole sarà nel punto della sua orbita O, talmente

te ſituato, che la linea del moto vero O T ſia perpendicolare alla linea degli apſidi A P, e perciò ſecondo l' art. 7. della Sezione 5, allora il Sole ſarà nella media elongazione. Se ſi cercaſſe a quale anomalia media corriſponda il punto O, baſta ſciorre il triangolo O T C, nel quale ſappiamo l' angolo T dover eſſer retto, e i lati O C, C T ſono dati per ricavarne l' angolo O C T, che è ſupplemento dell' anomalia media cercata A C O.

V. Nella teoria dell' equante è d' uopo cercare ſeparatamente le due equazioni ſiſica, ed ottica, dalle quali riſulta, come ſi è detto, l' equazione totale, il che faraſſi in queſta maniera. Data (*Fig. 69*) l' anomalia media A T M, o pure A C F, e dato il ſupplemento di eſſa S C K, col qual' angolo, e col lato C K eguale all' eccentricità nota K T, e col raggio del deferente K S, che parimente ſi ſuppone dato, troveraſſi l' equazione ſiſica C S K, e l' angolo S K C. Poſcia nel triangolo S K T, dato l' angolo S K T, che è ſupplemento di S K C, e date le rette S K, K T, ſi calcolerà l' equazione ottica K S T, la quale inſieme con C S K coſtituiſca l' equazione totale C S T, o ſia S T M; e nel medeſimo triangolo S K T ſi avrà anche cogli ſteſſi dati l' anomalia equata K T S, e la diſtanza T S.

VI. La maſſima equazione totale in queſta teoria cade nel punto R del deferente, che è lontano 90 gradi dall' apogeo; Imperocchè eſſendo l' angolo R K I retto, e il triangolo C R T iſoſcele, ſe a queſto triangolo ſi circoſcriverà un circolo, il centro di eſſo G cadrà nella retta R K ſulla quale è parimente il centro del deferente K, onde il circolo circoſcritto al triangolo toccherà il deferente in R; e tutti gli altri punti del deferente, come S, rimaranno fuori del detto circolo, onde le equazioni di queſti punti, come C S T, ſaranno tutte minori dell' angolo C R T; giacchè tirando dal punto Q, in cui S T taglia il circolo circoſcritto, la retta Q C, l' angolo Q S C interno è minore dell' eſterno C Q T, il quale è eguale a C R T, per eſſere nello ſteſſo ſegmento di circolo C Q R T. Per ſapere gli angoli K T R dell' anomalia equata, e K C R della media,

dia, o suo supplemento, a' quali conviene la massima equazione CRT, si vede facilmente, che basta cercare l'uno de' suddetti angoli, come KCR coi dati KR, KC, e l'angolo retto RKC.

VII. Passando alla teorica ellittica del Wardo, si calcoleranno in essa le equazioni nella seguente maniera, essendochè in questa ipotesi il foco F (*Fig.* 72), in cui non è la terra, è il centro del moto equabile, data l'anomalia media ATM, o suo supplemento al circolo, sarà questa, come nelle due precedenti ipotesi, eguale all'angolo AFS della linea dell'apogeo colla retta FS, che dal detto punto F va al Sole S. Intendasi prolungata FS in K, talchè tutta FK sia eguale all'asse maggiore dell'ellisse ap, e per conseguenza data di lunghezza, e congiungasi KT. Nel triangolo dunque KFT dato l'angolo KFT, supplemento dell'anomalia media, e data l'eccentricità FT col lato FK si calcolerà l'angolo FKT. E perchè le due rette TS, SF, per la nota proprietà dell'ellisse, sono eguali all'asse maggiore ap, cioè alla retta FK, detratta dall'una, e dall'altra parte la comune FS, resterà TS eguale a SK; onde gli angoli SKT, STK saranno eguali, e l'esterno FST, che è l'equazione cercata, sarà doppio dell'angolo già ritrovato SKT. L'anomalia equata FTS risulterà anch'essa sottraendo i due angoli ora noti SFT, FST da due retti; e la distanza dalla terra TS risulterà sciogliendo il triangolo FST.

VIII. In questa teoria si trova, che i sini delle metà delle equazioni, cioè degli angoli FKT, sono proporzionali a' sini degli angoli FTK, per essere le due rette FK, FT di misura costante, come fu considerato all' art. 4; e perciò allora sarà massima la metà dell'equazione, (e per conseguenza anche tutta l'equazione) quando l'angolo FTK avrà il massimo sino, cioè sarà retto. Ciò dee accadere, quando il Sole si trovi nel punto D, estremo dell'asse minore CD, perocchè allora essendo isoscele il triangolo FDT, se Fk sarà eguale all'asse maggiore, DT sarà eguale a Dk, e l'angolo DTk eguale al k, e perchè l'angolo k è sempre metà di FDT, cioè in questo caso egua-

le

le a TDC, anche gli angoli DTk, CDT saranno eguali, e la linea Tk sarà parallela a CD, cioè perpendicolare ad ap, e l'angolo FTk retto. Se si vogliono trovare gli angoli DFT, DTF fatti ne' fochi T, F, per sapere quanta sia l'anomalia media, e la vera, allorchè l'equazione FDT è massima, non si ha che a sciorre il triangolo FDT, nel quale è data la doppia eccentricità FT, e le linee FD, TD sono ciascuna eguale al semiasse maggiore dell'ellisse.

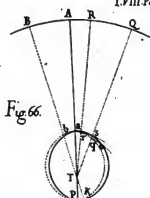
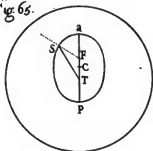
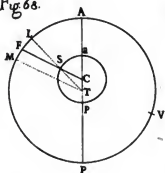
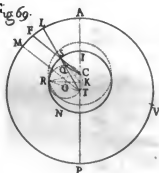
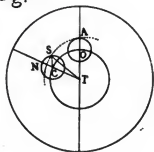
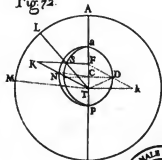
IX. Non parleremo del metodo di ritrovare l'equazioni nella ipotesi dell'ellisse cassiniana, perciocchè questa teoria non è stata ridotta in uso dagli astronomi, ne confrontata colle osservazioni; e per altro il problema è solido, ne può sciogliersi senza ajuto delle sezioni coniche; se ne ponno vedere le soluzioni date del Sig. Ozanam nel suo dizionario matematico.

X. Quanto al ritrovare le equazioni nella ipotesi ellitica di Keplero, in cui le aree sono proporzionali a' tempi &c. questo problema ha esercitati lungo tempo i più insigni astronomi, e geometri, ma ne l'autore dell'ipotesi, ne alcun'altro ha potuto trovare la soluzione geometrica, la quale supporrebbe la quadratura del circolo. Fra le diverse approssimazioni, che ne sono state date, parmi la più facile, e la più acconcia al calcolo astronomico quella, che il Sig. Giacomo Cassini ha proposta nelle memorie dell'Academia delle scienze del 1719, della quale ecco il ristretto. Data l'anomalia media (*Fig.* 73), si supponga tirata per lo centro dell'orbita C la retta CD, che faccia colla linea dell'apogeo AC l'angolo ACD eguale alla detta anomalia. E' dunque dato l'angolo DCS, supplemento dell'anomalia, e descrivendo un circolo AHB col centro C, e col semidiametro DC eguale al semiasse maggiore AC, sono dati nel triangolo DCS i lati CS, che è l'eccentricità, e CD, che comprendono il detto angolo DCS, e perciò si avrà l'angolo CDS. Immaginando ora, che il punto L dell'orbita sia quello, ove trovasi il Sole, quando la sua anomalia media è ACD. Se per L si intenderà la retta ILF perpendicolare alla linea degli apsidi, e che tagli il circolo suddetto in I, e la detta linea in F, e si congiun-

geranno IC, IS, LS, dimostra il Sig. Cassini in virtù della legge di Keplero delle aree proporzionali ai tempi, che quando l' angolo CDS sia molto piccolo, cioè non maggiore di uno, o due gradi, la retta IC sarà sensibilmente parallela a DS; talmente che nella teoria del Sole (dove appunto il detto angolo non giunge mai a due gradi) egli mostra non poter esservi divario d' una seconda fra l' angolo CDS, e l' angolo DCI. Prendendo dunque la misura trovata dell' angolo CDS per quella dell' angolo ICD, e sottraendo ICD da ACD resta ACI, col qual' angolo, o sia col suo supplemento ICS, e colle rette date IC, CS si avrà l' angolo ISF, e la retta IS. Prendendo poscia SF per raggio, starà IF ad LF, come la tangente dell' angolo ISF alla tangente dell' angolo LSF, ma la ragione di IF, ad LF è data, mentre (per la proprietà dell' ellisse) è quella del semiasse maggiore AC, o CH al minore CG; dunque si avrà la tangente dell' angolo LSF, anomalia equata, che conviene all' anomalia media ACD. Trovata per tal modo l' anomalia equata, questa si potrà, se si vuole, paragonare colla media per avere la loro differenza, che è l' equazione, e in fine facendo come la secante dell' angolo ISF alla secante dell' angolo LSF, così IS al quarto termine, risulterà la distanza della terra dal Sole LS; la dimostrazione del detto parallelismo sensibile delle rette SD, CI può vedersi nel luogo citato, dove egli dimostra eziandio qual correzione debba darsi al calcolo, ove l' angolo CDS fosse maggiore di due gradi, cioè per fino a 12 gradi incirca, il che può aver uso nelle teorie degli altri pianeti.

XI. Benchè non vi sia modo geometrico di determinare le equazioni in questa ipotesi, si ponno nulladimeno, data l' eccentricità trovare nell' orbita i punti delle elongazioni medie, cioè quelli, ne' quali succedono le massime equazioni, o sia [per le cose dette alla Sezione 6 art. 7] que' punti, ne' quali la velocità della linea del moto vero è eguale alla velocità di quella del moto medio. Imperocchè essendo in questa ipotesi le aree ellittiche, descritte dalla linea del moto vero, sempre proporzionali ai tempi,

sarà

Fig. 65.
a
S
F
C
T
P
B
A
R
Q
Fig. 66.
b
a
r
s
q
T
P
K
Fig. 68.
A
L
F
M
S
a
C
T
P
V
P
Fig. 69.
A
L
F
M
S
I
C
K
R
O
T
N
V
P
Fig. 71.
A
S
O
N
C
T
Fig. 72.
A
L
a
K
S
F
C
D
M
N
T
k
P

ſarà (*Fig.* 74), come tutta l' elliſſi A D P R all' area ellittica A T N, deſcritta in qualſivoglia tempo, così il tempo dell' intera rivoluzione della linea del moto vero, cioè l' anno anomaliſtico, al tempo, in cui ſi deſcrive la detta area. Ma anche, come l' anno anomaliſtico al medeſimo tempo, così un' intero circolo deſcritto dalla linea del moto medio all' area, o ſettore circolare deſcritto da eſſa nel detto tempo; dunque come l' elliſſe intera all' area ellittica deſcritta col moto vero in un tempo, così l' intero circolo all' area circolare deſcritta col moto medio in quel tempo; onde potendoſi prendere per miſurare il moto medio qualſivoglia circolo deſcritto dal centro della terra T, ſe a tal uſo ſi prenderà il circolo D B K, la cui ſuperficie ſia eguale all' elliſſe del Sole A D P K (il che ſi fa prendendo per ſemidiametro del circolo la retta T D media proporzionale fra i ſemiaſſi A C, C R dell' elliſſe (come è noto per le ſezioni coniche) anche l' area ellittica A T N, deſcritta dalla linea del moto vero T N in qualſivoglia tempo, ſarà eguale all' area circolare I T Q deſcritta nel medeſimo tempo dalla linea del moto medio T Q; ſi conſideri ora qualſivoglia tempo minimo, in cui la linea del moto vero deſcriva l' area ellittica minima Q T q. Perchè le aree N T n, Q T q debbono ſempre eſſere eguali, facilmente ſi vede, che non potranno gli angoli N T n, Q T q eſſere anch' eſſi eguali, ſe non quando la linea del moto vero ſia in D T, e il Sole nel punto D, ove l' elliſſe taglia il detto circolo. Ma l' angolo N T n è la velociaà variabile della linea del moto vero, e l' angolo Q T q è la velocità coſtante della linea del moto medio; dunque ad effetto, che quella ſia eguale a queſta, dee il Sole trovarſi nel punto dell' orbita D, nel quale eſſa è tagliata da un circolo deſcritto dal centro T, e il cui raggio è medio proporzionale fra i ſemiaſſi dell' orbita A C, C R. Ivi dunque ſuccederà l' elongazione media, e la maſſima equazione.

XII. Per ſapere a qual' angolo d' anomalia equata convenga la maſſima equazione, ſi dovrebbe ſciorre il triangolo F D T, nel quale è data l' eccentricità doppia F T, e dato il lato T D, medio proporzionale fra i ſemiaſſi A C, C R,

 e ſot-

e sottraendo questo lato dalla somma delle due FD, DT, eguale all' asse maggiore PA, viene anco ad esser dato l' altro lato DF; con che può calcolarsi l' angolo suddetto DTF. Ma per sapere l' anomalia media corrispondente al detto punto, converrebbe cercare la quantità dell' equazione in D, il che può farsi, procedendo con ordine opposto a quello del Sig. Cassini, accennato all' artc. 10, mentre quì non è data l' anomalia media, come ivi, ma la vera ATD, e da essa si cerca l' equazione. Trovata che fosse questa, con aggiungerla, e sottrarla all' anomalia vera si avrebbe la media.

XIII. La distanza del Sole dalla terra, quando è di misura mezzana aritmeticamente fra la distanza apogea, e la perigea, chiamasi *distanza media*. I punti dell' orbita, ove ciò accade, nell' ipotesi del semplice eccentrico sono quelli, ove la retta del Sole alla terra è eguale al semidiametro dell' eccentrico, e però il triangolo, che ha il vertice nel Sole, e ha per base l' eccentricità, è isoscele. Nell' ipotesi dell' equante la distanza media è, dove la retta del Sole alla terra è eguale al semidiametro del deferente, e quì ancora è isoscele quel triangolo, che ha il vertice nel Sole, ed ha per base l' eccentricità, cioè la distanza della terra dal centro del deferente, nel qual triangolo l' angolo al Sole è l' equazione ottica. Nella teorica poi dell' ellisse ciò succede nella estremità dell' asse minore, perocchè ivi la detta distanza è eguale al semiasse maggiore, che è il mezzo aritmetico fra le distanze dell' apogeo, e del perigeo, e ciò si verifica così nel supposto del Wardo, come in quello del Keplero. Il medesimo si trova nell' ellisse cassiniana. Da questi teoremi è facile calcolare in ciascuna ipotesi l' angolo dell' anomalia vera, e della media, al quale corrisponde la detta media distanza, purchè sia data l' eccentricità.

Sezione VIII.

Delle prime ricerche intorno al moto medio del Sole.

I. Finora abbiamo mostrato il consenso de' fenomeni celesti con quelle supposizioni, che da tutti vengono abbracciate intorno al moto del Sole; ma siccome le sentenze degli astronomi sono state diverse intorno alle teoriche particolari di questo pianeta, non solo [come abbiamo veduto] a riguardo della figura dell' orbita, e della legge del moto solare sopra di essa, ma eziandio a riguardo delle misure appartenenti a ciascuna teoria, per modo che quelli ancora, che convengono in una medesima ipotesi della figura dell' orbita, e della legge del moto (a cagion d' esempio nell' ipotesi del moto equabile nell' eccentrico) disconvengono talvolta nell' assegnare la quantità dell' eccentricità, la situazione della linea degli apsidi, la longitudine media del Sole, o sia la positura delle linee del moto medio in un dato istante di tempo, e finalmente la misura del moto medio per qualsivoglia intervallo di tempo; così è necessario sapere con quale artificio ciascuno di essi abbia nelle sue ipotesi determinato queste misure, e come possano ancora determinarsi da chi che sia, ad effetto di poter confrontare in qualsisia tempo le osservazioni colle ipotesi, e ricercare, per quanto è possibile, quale fra queste meglio rappresenti i moti del Sole, o anche di cercarne, se fa d' uopo, una migliore, e più conforme alle osservazioni; giacchè questo appunto è l' ultimo scopo, che questa scienza si è prefisso, cioè l' inventare tali supposizioni, e misure, che in ogni tempo esattamente corrispondano alle apparenze dei corpi celesti.

II. In primo luogo dunque si potrà per le cose dette determinare assai dappresso le quantità del moto medio del Sole per un piccolo intervallo di tempo a cagion d' esempio per un' anno, e per ciascuna parte di un' anno, come per qualsivoglia piccolo numero di giorni, ore &c. senza che tal determinazione debba dipendere da una più, che da un' altra delle teoriche del suo moto. Imperocchè se con ogni

ogni diligenza ſi oſſerverà l'arrivo, e poſcia il ritorno del Sole ad un medeſimo punto dell'ecclittica (a cagion d'eſempio a quello del principio dell' ariete, o pur della libra) il tempo compreſo fra queſte due oſſervazioni ſarà un'anno tropico, in cui il Sole avrà corſi 360 gradi di longitudine, onde facendo, come il numero de' giorni, e delle ore e parti d'ore, che ſi troverà comprendere queſto intervallo a qualſivoglia altro tempo dato minore del detto intervallo, così grad. 360 al quarto termine, ne proverrà il moto in longitudine, che converrebbe a quel tempo dato, quando il Sole ſi moveſſe di moto equabile, e con tale velocità, che compiſſe l' intero circolo dell' ecclittica in altrettanto tempo, in quanto avrà compito quell' anno tropico col ſuo moto ineguale, che vuol dire ne proverrà a un dipreſſo la quantità del ſuo moto medio in longitudine per quel tempo.

III. Più eſatta ſarà ancora queſta determinazione, ſe in vece di due equinozii ſuſſeguenti, ſe ne prenderanno due [l' uno è l' altro però vernale, o l' uno, e l' altro autunnale] lontani fra loro di più rivoluzioni, cioè a dire di qualche numero d'anni, perchè in tal guiſa i piccoli errori, che ſi foſſero fatti nella determinazione del preciſo tempo del primo, o del ſecondo equinozio produrranno un errore meno ſenſibile nella quantità del moto medio, che ſi aſſegnerà a qualſivoglia tempo, e tanto meno ſi potrà errare, quanto maggiore ſarà il numero degli anni fra l' uno, e l' altro, e ſebbene queſto metodo ſuppone, che quegli anni tropici, che ſaranno corſi fra la prima, e la ſeconda oſſervazione dell' equinozio, ſieno eguali fra loro, e ciaſcuno di eſſi eguale ad un' anno tropico medio, il che per le coſe dette rigoroſamente non può eſſer vero, ſi può tuttavia traſcurare per ora tal differenza, mentre non ſi tratta quì di determinare ſottiliſſimamente i moti medii del Sole per un gran numero d'anni, nel che un piccolo errore, commeſſo nel moto d' un anno, ſarebbe di conſeguenza; ma al contrario di ricavare le quantità di queſti moti per tutti i tempi non maggiori d' un anno, onde la ſomma di tutti gli errori fatti nelle due oſſervazioni, e nella ſuppoſizione dell' egualità degli anni tropici dell' intervallo di eſſe, ſi diſtri-

diſtribuiſce in tante parti, quanti ſono gli anni, e perciò ad un' anno viene a toccare ſolo una piccola parte di tal errore, e molto meno può toccarne a qualſivoglia altro tempo minore di un' anno. Nel che di più è da notare, che gli equinozi hanno queſto vantaggio particolare nella preſente ricerca, che i due punti, ove eſſi ſuccedono, cioè il principio dell' ariete, e della libra ſi trovano cadere a' tempi noſtri quaſi in diſtanza di 90 gradi dalla linea degli apſidi, cioè non lungi dalle medie elongazioni del Sole, dove per le coſe dette ſuccedono eziandio le medie velocità di eſſo, onde è, che un' anno tropico vero, che cominci, e finiſca ad un medeſimo punto equinoziale vien quaſi ad eſſere eguale ad un' anno tropico medio.

IV. Se queſta ricerca ſi farà diligentemente, e con oſſervazioni al poſſibile eſatte, ſi troverà la quantità d' un anno tropico di giorni 365 ore 5 minuti 49 incirca, come da tutti gli aſtronomi è ſtata trovata, e perciò ad un'anno civile comune di giorni 365 vedraſſi toccare di moto medio ſegni 11 29 45′ 40″, e ad un giorno 59′ 8″, e così proporzionalmente ſi aſſegneranno i moti medii a qualſiſia altro tempo minore d' un anno.

V. E' da avvertire, che ſiccome nella preſente determinazione della quantità dell' anno tropico ci ſerviamo di giorni, e parti di giorni ſolari, così i moti medii, che ſe ne ricavano per uno, o più giorni, e parti di giorni, convengono a giorni, e parti di giorni ſolari. Ora eſſendoſi moſtrato di ſopra, che i veri giorni ſolari ſono realmente ineguali, non ponno a queſti convenire in tutto rigore que' moti medii, che ſi ricavano dalla proporzionale diſtribuzione del moto ſolare in un' anno, mentre tal diſtribuzione ſi ſuppone eguale. Ma anche queſto piccolo errore ſi vuol tollerare nella preſente prima, e rozza determinazione del moto medio del Sole, fingendo, che tutti i giorni ſolari ſieno eguali, e paſſare in tal ſuppoſizione, benchè alquanto lontana dal vero, alla ricerca delle altre miſure appartenenti alle teoriche del Sole, cioè dell' apogeo, dell' eccentricità, e delle longitudini medie ad effetto di ſtabilire queſte miſure almeno a un dipreſſo ne' modi, che orora

ſpie-

ſpiegheremo, e tanto baſterà, per potere poſcia ricominciar da capo una più eſatta ricerca de' moti medii, dalla quale dipenderà ancora il metodo di ridurre a calcolo l' inegualità de' giorni ſolari, e di correggere tutti i piccoli errori fatti in queſte prime determinazioni.

Sezione IX.

Della determinazione dell' eccentricità dell' apogeo, e delle longitudini medie del Sole in ciaſcuna teorica.

I. TRovata a un dipreſſo la miſura de' moti medii del Sole almeno per lo ſpazio d' un anno, veggiamo oramai gli artifici di determinare dalle oſſervazioni fatte in quell' anno il luogo dell' apogeo, la miſura dell' eccentricità, e la longitudine media del Sole al tempo delle oſſervazioni, da che ſi potrà ancora ſaperne la longitudine media a qualſivoglia altro tempo dentro il medeſimo anno. Queſti artifici ſono diverſi ſecondo, che tal ricerca ſi fa in una, o in un' altra delle teoriche di ſopra ſpiegate, e in tutti convien ſupporre, che il moto dell' apogeo ſia inſenſibile dentro quello ſpazio di tempo, in cui cadono le oſſervazioni, il che ſi può ſupporre ſenza notabile errore atteſa la lentezza del moto ſuddetto. Per due ſtrade dunque ponno indagarſi le ſuddette miſure, cioè, o per mezzo delle longitudini oſſervate del Sole, o per mezzo delle ſue diſtanze dalla terra, dedotte anche eſſe da qualche oſſervazione. Cominceremo dal primo modo.

II. Nella teorica del ſemplice eccentrico, Tolomeo propoſe un metodo, in cui ſi ſerve delle oſſervazioni dell' uno, e dell' altro equinozio, cioè del vernale, e dell' autunnale, e in oltre dell' oſſervazione d' un ſolſtizio. Altri hanno moſtrato, come nella medeſima teorica ſi poſſa più univerſalmente ſciorre il problema, date tre oſſervazioni della longitudine vera del Sole, fatte in qualunque giorno dell' anno, e ciò in varie maniere. Il metodo più ſemplice, e più ſicuro di tutti ci pare quello del Cavalier di Loville, che ſi vale di due oſſervazioni della longitudine del Sole fatte in

in due punti oppoſti dell' ecclittica (come in amendue gli equinozii), e di una terza fatta in altro tempo dell' anno nella maniera ſeguente.

III. Sia (*Fig.* 75) il centro della terra, e dell' ecclittica T, quello dell' eccentrico N S A M P ſia C, e ſia A l'apogeo, P il perigeo, N il luogo, ove fu il centro del Sole nell' equinozio vernale, M quello, ove egli fu nell' equinozio autunnale (onde M T N ſarà una ſola retta), e finalmente S quello, ove egli fu al tempo dell' altra terza oſſervazione, che ſi ſupponga fatta nel ſemicircolo boreale dell' ecclittica, cioè dopo l' equinozio vernale, e prima dell' autunnale, eſſendo V G L l'ordine de' ſegni. Si tirino C N, C M, C S, S T, e la perpendicolare C B ſopra M N; eſſendo il triangolo C B N rettangolo, è manifeſto, che prendendo C N per raggio, C B ſarà il ſino, ed N B il coſino dell' angolo C N B, il qual angolo è dato. Imperocchè eſſendo dato per l' oſſervazione il tempo, che è corſo dall' equinozio N all' altro M, ſarà dato il moto medio, che conviene a queſto tempo (Sezione precedente), il qual moto miſura l'arco N A M, e il reſiduo di queſto a gradi 360 darà l'arco M P N, o ſia l'angolo M C N, che ſottratto da due retti laſcia la ſomma dei due angoli eguali C M N, C N M, onde la metà di queſta ſomma, che è il detto angolo C N B, ſarà data; e per conſeguenza ſarà dato il ſuo ſino C B, e il coſino B N. In oltre nel triangolo iſoſcele C S N il tempo fra le oſſervazioni N, ed S darà il moto medio N C S, la cui corda S N ſarà data anch' eſſa nelle medeſime parti del raggio C N, e ſottraendo S C N da due retti, la metà del reſiduo ſarà l' angolo S N C. Nel triangolo poſcia S N T, dato l' angolo S N T, [che è la ſomma dei due S N C, C N B già noti], e dato l' angolo N T S, che è il moto vero in longitudine fra le oſſervazioni N, S, e dato finalmente il lato S N poc' anzi ritrovato, ſi avrà trigonometricamente T N, che ſottratto da N B già notificata, laſcierà T B. Finalmente nel triangolo rettangolo C T B, in cui ſi ſono trovate C B, T B ſi calcolerà l' eccentricità C T, e l' angolo C T B, il cui compimento a due retti V T R è la longitudine dell' apogeo A, ed eſſendo

l' angolo M C A eguale a due angoli noti C M T, C T M presi insieme, sarà anch' esso noto; onde sarà parimente noto l' angolo X T A (tirando X T linea del moto medio parallela ad M C) anomalia media nell' osservazione M, a cui aggiungendo l' angolo già noto V T R, longitudine dell' apogeo, si avrà la longitudine media del Sole V R X nel tempo della detta osservazione autunnale M, da che, mediante la distribuzione de' moti medii, si potrà avere la longitudine media a qualsivoglia altro tempo del medesimo anno. Se l' osservazione S cadesse nel semicircolo opposto, cioè nella parte dell' eccentrico M P N, è facile nulladimeno il vedere quello, che dovrebbe farsi per rinvenire le medesime cose.

IV. Per ritrovare le cose stesse nell' ipotesi ellittica del Wardo, o sia del Conte di Pagan, pensai l' anno *1697* al seguente metodo, che poi veggo esser caduto in pensiero anco al Gregori, che lo ha proposto nella sua astronomia. Si abbiano tre osservazioni (*Fig. 76*) della longitudine del Sole ne' tre punti B, C, D della sua orbita ellittica, nella quale S è il foco, dove è la terra, ed F il foco del moto medio, A l' apogeo, P il perigeo. Essendo dato il tempo fra le suddette osservazioni saranno dati gli angoli B F C, B F D, C F D, misurati da' moti medii, che corrispondono agli intervalli di questi tempi. Parimente essendo data la longitudine del Sole in queste osservazioni, saranno dati gli angoli B S C, B S D, C S D misurati dalle differenze di essa longitudine. Si descriva dal centro F un circolo G H E L con semidiametro eguale all' asse maggiore dell' ellisse A P, e si prolunghino F B, F C, F D fino al detto circolo in G, H, E, e congiungansi G S, H S, E S. La differenza dell' angolo esterno B F A dall' interno B S F, è eguale all' altro interno F B S. Parimente la differenza del medesimo esterno B F A dall' interno G S F è eguale all' altro interno F G S; ma (per l' art. 7 Sez. *6*) F G S è la metà di F B S; dunque la differenza di B F A da G S F è la metà della differenza dello stesso B F A da B S F. Nello stesso modo si mostrerà, che la differenza di C F A da H S F è la metà della differenza del medesimo C F A da C S F. Dunque

la

la differenza di tutto BFC da tutto GSH sarà la metà della differenza del medesimo BFC da BSC; ma la differenza di questi due ultimi angoli è data, perocchè amendue sono dati; dunque sarà anco data la differenza di BFC da GSH, e perchè è dato BFC, sarà dato GSH. Nell' istessa maniera si troverà, che la differenza di BFD da GSE è la metà della differenza dello stesso BFD da BSD; e questa differenza è data, per esser dati amendue questi angoli; onde sarà ancora dato l' angolo GSE, e finalmente levando GSH da GSE, sarà dato HSE. Ciò posto prolunghisi ES fino al suddetto circolo in L, e si congiungano LH, LG, GH. Nel triangolo HSL dato l' angolo HSL, compimento a due retti di HSE, è dato l' angolo SLH, metà dell' angolo dato DFC (per la 20 del 3 d' Euclide); se si esporrà la retta SH per un numero preso ad arbitrio come 100000, si avrà per la trigonometria il numero delle parti del lato SL. Allora nel triangolo SLG coll' angolo GSL, compimento a due retti di GSE, e coll' angolo SLG metà di DFB, e colla retta SL si calcolerà GS nella medesima specie di parti. Quindi nel triangolo HSG coi due lati noti HS, SG, e coll' angolo noto GSH troverassi HG, e l' angolo SHG. Poscia nel triangolo isoscele FHG coll' angolo dato CFB, per cui sono dati anco i due fra loro eguali, FHG, FGH, e colla retta trovata HG, si avrà FH, e sottraendo l' angolo FHG dall' angolo poc' anzi trovato SHG, resterà l' angolo FHS. Finalmente nel triangolo FHS con questo angolo ora trovato, e colle rette date FH, HS, si calcolerà l' eccentricità FS, e l' angolo FSH, da cui sottratto CSH eguale a CHS, resterà l' anomalia equata FSC al tempo dell' osservazione C, onde si potrà far il rimanente come nel precedente articolo. Quì ancora ponno darsi de' casi diversi secondo le diverse positure de' punti B, C, D, che si lasciano per brevità.

V. Nelle altre ipotesi non trovo essere stato suggerito dagli astronomi alcun metodo geometrico per rinvenire per mezzo delle osservazioni delle longitudini l' eccentricità, l' apogeo, e la longitudine media del Sole, onde sogliono

essi cercare più tosto queste misure nell' ipotesi dell' eccentrico, e poscia, dividendo a mezzo l' eccentricità ritrovata, valersene come della vera eccentricità, cioè della distanza del centro dell' orbita dal centro della terra nell' ipotesi dell' equante, o nella ellittica di Keplero, secondo che sieguono l' una, o l' altra di esse, e tentare, se con tali dati si soddisfaccia in quell' ipotesi alle osservazioni, e quando no, vanno per conghiettura correggendo, o la detta eccentricità, o il luogo dell' apogeo, o finalmente le medie longitudini fino, che si accostino il più, che è possibile, a rappresentare le osservazioni, o almeno la maggior parte di esse per quanto l' ipotesi stessa può permetterlo. Il Cassini diede un metodo organico di determinare le dette misure nell' ipotesi ellittica, e valendosi di tante osservazioni di longitudine del Sole, quante si vuole, o se ne può avere, affinchè le une vengano a correggersi per le altre. Questo metodo può leggersi nell' istoria dell' Accademia delle scienze del Duhamel, e la dimostrazione di esso viene portata dal Sig. Giacomo suo figlio nelle memorie dell' Accademia di Parigi del 1723, e che serve unicamente per l' ipotesi del Wardo. Il calcolo ne è molto più spedito, che nella maniera mia, e del Gregori, benchè la dimostrazione ne sia un poco più difficile.

VI. Nel medesimo luogo delle memorie vi ha un metodo del suddetto Sig. Giacomo Cassini di trovare per approssimazione questi elementi nell' ipotesi del Keplero, e il fondamento ne è il seguente. Sia (*Fig.* 77) ABC l' ellisse, su cui il Sole veramente si muove colla legge del Keplero, e sopra di esso sieno i tre luoghi, ne' quali è stato osservato A, B, C. Se egli si movesse sulla medesima ellisse, ma colla legge del Wardo, e nell' una, e nell' altra supposizione fosse stato nell' apogeo al medesimo momento di tempo, egli non si sarebbe trovato a' tempi delle tre osservazioni in A, B, C, ma in tre altri punti diversi a, b, c. Chi potesse sapere (posta la terra in T) gli angoli ATa, CTc, BTb, che sono le differenze della longitudine vera, o sia dell' anomalia vera nell' una, e nell' altra ipotesi, correggendo le tre longitudini osservate coll' aggiungere, o

sot-

ſottrarre da eſſe i detti angoli, avrebbe le tre longitudini nelle quali ſarebbe ſtato trovato il Sole a que' tempi nell'. ipoteſi del Wardo, e con eſſe, calcolando l'apogeo, e l'eccentricità, in queſta ipoteſi avrebbe quella medeſima poſitura dell'apogeo, e quella medeſima eccentricità, che ſi cerca nella vera ipoteſi del Keplero. Ora benchè non ſi poſſono ſapere a rigore i detti tre angoli, ſi ponno però ſapere a un dipreſso, ogni volta che la poſitura dell'apogeo, e l'eccentricità ſieno note a un dipreſſo, come ponno eſſerlo, calcolando queſto apogeo, e queſta eccentricità nell'ipoteſi, benchè falſa, del Wardo mediante i tre luoghi oſſervati A, B, C. Imperocchè ſottraendo l'apogeo così calcolato dalla longitudine in A, ſi avrà l'anomalia equata a un dipreſſo, e da eſſa (calcolando con metodo inverſo a quello della Sezione 7 art. 10 di queſto Capo) ſi avrà nell'ipoteſi di Keplero l'anomalia media, la quale dee anco eſſere l'anomalia media nell'ipoteſi del Wardo al tempo della prima oſſervazione A; onde ſi potrà da queſta calcolar l'anomalia vera nell'ipoteſi del Wardo col metodo della Sezione 7 art. 7. La differenza delle anomalie vere nelle due ipoteſi ſarà l'angolo A T a, con cui ſi correggerà la longitudine A, e l'iſteſſo ſi farà nelle altre due oſſervazioni per calcolar poſcia colle tre longitudini corrette a, b, c l'apogeo, e l'eccentricità nella legge del Wardo, che ſarà quella, che ſi cerca in quella del Keplero. Ma perchè la falſa poſizione dell'apogeo colla falſa eccentricità ſuppoſta non laſciano, che i tre angoli calcolati A T a &c. ſieno giuſti, ſi dovrà di nuovo da queſto apogeo, e da queſta eccentricità, che ſaranno riſultate, calcolar, come ſopra, i predetti angoli, e trovandoli diverſi da quelli di prima, rifar di nuovo il calcolo dell'apogeo, e dell'eccentricità, e così in due, o tre tentativi ſi avranno queſti elementi giuſti quanto può bramarſi, e quanto lo ſoffrono le oſſervazioni. Quanto alle longitudini medie, ſtabilito il luogo dell'apogeo, e trovate le anomalie medie in ciaſcuna oſſervazione, ſi aggiungerà l'apogeo a queſte anomalie, e ſi avranno le medie longitudini.

VII. La ſeconda maniera di trovare l'apogeo l'eccen-

trici-

tricità, e le longitudini medie del Sole, è per mezzo di oſſervazioni atte a manifeſtare le diſtanze, o più toſto la proporzione delle diſtanze di eſſo dalla terra ne' tempi delle oſſervazioni ſteſſe. Le oſſervazioni atte a tal uſo ſono quelle de' diametri apparenti del Sole, o delle ſue apparenti velocità in longitudine, ed altre ancora, che dipendono dalla cognizione de' periodi de' pianeti, e ſpecialmente di marte. E prima generalmente in ogni ipoteſi ſi può per mezzo de' diametri apparenti del Sole trovare l' eccentricità in queſto modo. Si oſſervi con tutta la poſſibile ſottigliezza il maſſimo, e il minimo diametro apparente del Sole nel corſo dell' anno. La proporzione reciproca di queſti diametri (*Fig.* 78) darà (per le coſe dette alla Sezione 5 art. 5) la proporzione diretta della diſtanza apogea TA alla perigea TP. Date queſte due diſtanze la loro ſomma AP darà il diametro del circolo, o pure l' aſſe maggiore della curva, qualunque ſiaſi, che dal Sole vien deſcritta, e la differenza CT tra una delle dette diſtanze PT, e la metà della detta ſomma CP ſarà la diſtanza del centro della terra dal centro dell' orbita, onde ſecondo l' ipoteſi, che ſi ſeguita, ſi avrà la proporzione dell' eccentricità alla maſſima, alla minima, e alla media diſtanza, e ſi potrà deſcrivere in ciaſcun' ipoteſi l' orbita del Sole.

VIII. Riſpetto all' apogeo la ſituazione di queſto può generalmente, e in ogni teorica determinarſi notando il punto d' ecclittica, ove il diametro apparente del Sole è il minimo, o pure dove la ſua velocità apparente è minima, perocchè ivi dee eſſere la ſua maſſima diſtanza; ma perchè non ponno averſi oſſervazioni così ſottili, che moſtrino queſto preciſo punto d' ecclittica, oſſervandoſi, che il Sole preſſo alla ſua maſſima diſtanza cammina per qualche grado ſenza cangiare ſenſibilmente di diametro, ne di velocità, perciò è meglio ſervirſi del ſeguente metodo, che è fondato ſolamente ſul rapporto delle velocità ſenza alcun riguardo alle diſtanze. Si oſſervino in diverſi tempi dell' anno due velocità eguali del Sole, cioè moti eguali in longitudine BTD, KTE in tempi eguali, ſarà certo, che la linea degli apſidi AP divide a mezzo l' angolo BTE fatto

dalle

dalle due linee, che dal centro della terra vanno ai due punti dati dell' ecclittica, B, E, nel primo de' quali comincia, e nel secondo termina il detto moto in longitudine, onde la positura della linea PA sarà data. Così pure se fra molte combinazioni di longitudini del Sole osservate in due punti d' ecclittica diametralmente opposti, si cercherà quella, in cui i tempi delle due osservazioni sono distanti fra loro della metà d' un anno tropico, cioè di giorni 181 ore 14, min. 54½ sarà certo, che i due punti d' ecclittica M, O ne' quali saranno state fatte le dette due osservazioni, cadranno sulla linea degli apsidi AP, perocchè tutti gli altri diametri dell' ecclittica, fuorchè quello, come DTR, QTG, che dividono l' orbita solare in parti, che vengono descritte in tempi ineguali. Ovvero se fra molte combinazioni di longitudini opposte, come sopra, si cercherà quella, in cui la differenza dell' intervallo de' tempi delle due osservazioni dalla metà d' un anno tropico sarà la massima, il diametro dell' ecclittica QTG, che passa per li punti QG di queste osservazioni sarà perpendicolare alla linea degli apsidi AP.

IX. E quanto alla longitudine media del Sole, determinato che sia, come sopra, il luogo dell' apogeo, se la longitudine di questo VM si sottrerà dalla longitudine vera del Sole al tempo di qualsisia osservazione fatta di esso in quell' anno, come VB (posto che tal' osservazione sia stata fatta in B) si avrà per quel tempo l' anomalia equata MTB, da cui, e dall' eccentricità, che dee supporsi trovata anch' essa con uno degli accennati metodi, sarà facile in qualsivoglia ipotesi calcolar l' equazione tenendo un' ordine contrario a quello, che per ciascuna teoria si è dato nel calcolar l' equazioni data l' anomalia media. Trovata dunque l' equazione, che è la differenza della longitudine media dalla vera, la quale per l' osservazione è data, sarà data per quel tempo anche la media.

X. Vi ha anche un' altro modo di trovare l' eccentricità per mezzo delle velocità del Sole tanto nell' ipotesi dell' eccentrico, quanto in quella dell' ellisse secondo la regola di Keplero delle aree proporzionali ai tempi. Il metodo

todo è fondato su questo lemma geometrico: che la ragione di qualsivoglia angolo rettilineo a c b (*Fig.* 79), e qualsivoglia altro angolo rettilineo d c e sia composta della ragione diretta di due archi di circolo a b, d e descritti dal punto dell' angolo, come centro con qualsivoglia semidiametro, e sottesi ai detti angoli, e della reciproca dei semidiametri di questi circoli, il che facilmente si dimostra, mentre se il punto o sarà quello ove l' arco a b, che misura l' angolo a c b, è tagliato dalla retta d c (prodotta se fa di bisogno), è manifesto, che la ragione dell' angolo a c b all' angolo d c e è quella dell' arco a b all' arco o b; la qual ragione è composta di quella dell' arco a b all' arco d e [cioè della diretta degli archi sottesi agli angoli ne' due circoli a b, d e], e di quella dell' arco d e all' arco o b, cioè a dire (per esser questi archi simili) di quella del semidiametro c e al semidiametro c b, che è la reciproca de' semidiametri de' suddetti circoli; il che era da mostrare.

XI. Posto ciò sia nell' ipotesi dell' eccentrico semplice (*Fig.* 80) il centro della terra T, l' apogeo A, il perigeo P, e sieno state diligentemente osservate le misure della massima, e della minima velocità del Sole, le quali corrispondono a questi due punti, cioè a dire sieno noti gli angoli A T B, P T E, che in due piccoli tempi eguali (verbi grazia nello spazio di un giorno sidereo) si fanno nel punto T dalle rette tirate al centro del Sole. Poichè nello spazio d' un giorno la velocità apparente del Sole può prendersi per costante, i due angoli infinitamente piccoli A T a, p T P, che si faranno in un tempo minimo, ed eguale in ciascuno de' medesimi due giorni, saranno nella stessa proporzione degli angoli A T B, P T E, onde la proporzione dell' angolo A T a all' angolo P T p sarà nota, e si esprimerà co' medesimi numeri degli angoli noti A T B, P T E. Essendo dunque in virtù del lemma precedente la ragione dell' angolo A T a all' angolo P T p composta della diretta degli archi A a, P p [giacchè questi archi per esser infinitamente piccoli si ponno scambiare con due archi, che fossero descritti dal centro T cogli intervalli T A, T P], e della reciproca delle rette T A, T P, delle quali ragioni la

prima

prima di A a: P p, nell' ipotesi dell' eccentrico, è ragione di egualità (mentre in questa ipotesi gli archi A a, P p dell' eccentrico, scorsi per la supposizione in tempi eguali, debbano essere eguali) rimane la ragione dell' angolo A T a all' angolo P T p reciproca della distanza T A, T P. E perciò si saprà la ragione di queste distanze, se si prenderà la reciproca degli angoli A T a, P T p, o sia della velocità A T B, P T E. Trovate le dette distanze si troverà l' eccentricità C T., come all' art. 7.

XII. Nell' ipotesi poi del Keplero fatte le medesime cose, essendo (*Fig.* 81) le aree A T a, P T p, per la supposizione, descritte in tempi eguali, esse saranno fra loro eguali, e perciò considerando queste aree come triangoli rettilinei, che abbiano un' angolo retto, in A, e in P, onde le loro altezze sieno A a, P p, dovranno queste altezze essere reciprocamente, come le basi; cioè a dire sarà P T: A T: A a: P p; ora per l' antecedente lemma la ragione dell' angolo A T a all' angolo P T p è composta della reciproca dei semidiametri, cioè di quella di P T ad A T, e della diretta degli archi descritti dal centro T, i quali archi si confondono colle loro corde, o sini infinitamente piccoli A a, P p, e questa ragione si è veduto essere di nuovo quella di P T: A T. Dunque la ragione dell' angolo A T a all' angolo P T p, che sono le velocità è la duplicata di P T: A T; cioè la reciproca duplicata delle distanze; si saprà dunque la ragione delle distanze, se si prenderà la reciproca sudduplicata delle velocità, e il rimanente si farà, come prima.

XIII. Questo rapporto delle distanze apogea, e perigea colle velocità apparenti, o angolari nell' ipotesi di Keplero si può applicare anco a tutte le altre distanze, e alle velocità angolari, che loro corrispondono in qualsivoglia altro punto dell' orbita ellittica, come in M; mentre presa l' area M s T minima, e descritta in un tempo minimo sempre eguale a quello, in cui si suppongono descritte le aree A a T, P p T, sarà l' area M T s eguale a ciascuna delle suddette aree, come ad A a T, onde descritto dal centro T il piccolissimo arco M m, che sottenda l' angolo M T s,

anche l' area MTm si potrà riguardare, come eguale alla detta area AaT, dal che si dedurrà, come nel precedente articolo, che la distanza TM sta alla distanza TA in ragione reciproca sudduplicata degli angoli ATa, MTs, che sono le velocità apparenti, o angolari del Sole ne' punti A, M. Da ciò può dedursi il modo di trovare in questa ipotesi tante distanze, quante si vuole del Sole dalla terra corrispondenti alle longitudini, che si vanno osservando, cioè con notare ad un tempo stesso le sue velocità apparenti in longitudine, e fingendo una di dette distanze d'un numero arbitrario di parti, le altre distanze staranno a questa in ragione reciproca sudduplicata delle dette velocità.

XIV. Ma o si abbiano le proporzioni delle distanze per mezzo delle velocità, come abbiamo veduto potersi avere nell' ipotesi di Keplero, o per mezzo de' diametri, come si può in ogni ipotesi (per la Sezione 5 art. 5), o per altra strada, si può sempre, date tre distanze del Sole dalla terra in tre punti di longitudine osservata, determinare ad un tempo stesso l' apogeo, l' eccentricità, e le longitudini medie del Sole tanto nella figura ellittica, senza distinzione di quella di Keplero da quella di Wardo, o da altra che sia (purchè si supponga la terra nell' uno de' fochi dell' ellisse) quanto nella circolare senza distinguer quì ancora quella dell' eccentrico da quella del semplice equante.

XV. Prima dunque nella figura ellittica (*Fig.* 82) sieno tre punti delle tre osservazioni D, C, B, la terra nel punto S, onde le tre rette SD, SC, SB sieno date di posizione rispetto alla linea VS, che va al principio dell' ariete, ed anco di lunghezza. Per descriver l' ellisse, che passa per li tre punti dati D, C, B, e che ha uno de' suoi fochi nell' altro punto dato S, si congiunga DC, e si prolunghi talmente in F, che DF : CF :: DS : CS. Parimente congiunta CB si prolunghi in E, talchè CE : BE :: CS : BS. Si tiri poscia FE, sopra cui cadano le perpendicolari DK, CI, BH, SG, e quest' ultima si tagli in A, per modo, che SD : DK :: SA : AG : Prolunghisi ancora SG in R, talchè SA : AG :: SR : RG. Ciò fatto dico, che AR sarà l' asse maggiore, ed A, R i vertici dell' orbita

orbita ellittica cercata, il cui foco farà S, e la periferia passerà per li punti B, C, D. Imperocchè essendo per la costruzione SD: SC:: DF: CF, e per le parallele DF: CF:: DK: CI, farà SD: SC:: DK: CI; onde (per le proprietà delle Sezioni coniche) i punti D, C sono ad un' ellisse, la cui direttrice KE, e un foco S. Il medesimo si proverà del punto B, ed essendo RSG perpendicolare alla direttrice, quella farà l'asse maggiore dell' ellisse, e dalla stessa proporzione si dedurrà, che A, R ne sono i vertici.

XVI. Per determinare dunque rigorosamente tutto ciò, che si cerca; prima nel triangolo DSC, colle linee date SD, SC, e col dato angolo DSC differenza delle longitudini VSD, VSC, si avrà DC cogli angoli SDC, SCD; così pure nel triangolo BSC si troverà BC cogli angoli SCB, SBC. Facendo poscia, come la differenza di SC, SD ad SD, così DC al quarto, si avrà DF, da cui dettratta DC resterà CF. Così pure, come la differenza di SB, SC ad SC, così BC al quarto, si avrà CE, da cui tolta CB resterà BE. Allora sottraendo BCD (somma dei due SCD, BCS) da due retti, si avrà FCE, e nel triangolo FCE si avrà quest'angolo coi due lati FC, EC, onde si calcolerà CEF, il cui compimento a due retti farà ICE, e aggiungendo a questo SCB, si avrà SCI eguale a CSR; onde essendo dato VSC, farà dato VSR longitudine dell' apogeo. Nel triangolo poscia CIE rettangolo in I, nel quale è data CE coll' angolo E si calcolerà CI; e calando dal punto I sopra SG la perpendicolare CQ, se dal dato angolo ICS si taglierà il retto ICQ, resterà QCS, col quale angolo, e col lato CS nel triangolo SCQ si avrà SQ, che aggiunta a QG [eguale a CI] darà SG. Facendo poscia SC + CI: SC :: SG al quarto, si avrà SA. Allora facendo AG — SA:SA::SG al quarto ne verrà SR, che aggiunta ad SA darà l'asse maggiore RA. Dato questo colla distanza perigea SA, si troverà l'eccentricità, e secondo che si vuol seguire l'ipotesi di Wardo, o quella di Keplero, si calcolerà l'equazione, che conviene all' anomalia equata CSR, e quindi si avrà la media longitu-

dine del Sole al tempo dell' osservazione suddetta, come all' art. 9. Con questo metodo si può non solo trovare quanto si cerca nella ipotesi ellittica, ma anco verificare la stessa ipotesi, cioè accertare se l' orbita solare sia veramente ellittica, mentre se si avranno più di tre osservazioni colle distanze del Sole dalla terra in ciascuna di esse, tutte queste distanze dovranno, se l' ipotesi è vera, terminare alla periferia dell' ellisse determinata colle tre prime osservazioni, e potrà provarsi col calcolo, se ciò succeda.

XVII. Se poi le medesime cose si cercano coi medesimi dati nell' ipotesi circolare (senza distinzione fra quella dell' eccentrico semplice, e quella dell' equante) in tal caso si dee solamente per li tre punti delle osservazioni (*Fig.* 83) D, C, B, che sono dati di posizione fra loro, e rispetto alla terra S far passare un circolo, che sarà l' orbita solare, cioè l' eccentrico nella teorica dell' eccentrico, e il deferente in quella dell' equante; onde il calcolo trigonometrico si ordinerà in questo modo. Congiunte DC, CB, e divisa DC per mezzo in E, nel triangolo DSC dalle DS, SC coll' angolo DSC si calcoli DC, e gli angoli SDC, SCD. Così pure da BS, SC con CSB si calcoli CB con CBS, e SCB; con ciò si avrà BCD, col quale, e colle DC, BC si avrà CBD, a cui è eguale l' angolo DKE, perchè è al centro, e prende la metà della periferia; onde nel triangolo CKE coll' angolo CKE, e col retto E, e con la nota CE metà di DC, si avrà il raggio del circolo CK, e l' angolo ECK, col qual angolo, e con DCS risulterà KCS; e allora nel triangolo KCS con CK, CS, e KCS si avrà l' eccentricità KS, e l' angolo CSK anomalia equata al tempo dell' osservazione C; onde nell' ipotesi del semplice eccentrico si avrà eziandio l' angolo SKC compimento dell' anomalia media, da cui si dedurrà la longitudine media, e in quella dell' equante prendendo KI = KS, e congiungendo CI si calcolerà nel triangolo CKI l' equazione fisica KCI, per avere l' anomalia media, o suo supplemento CIK, e da esso la longitudine media.

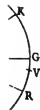
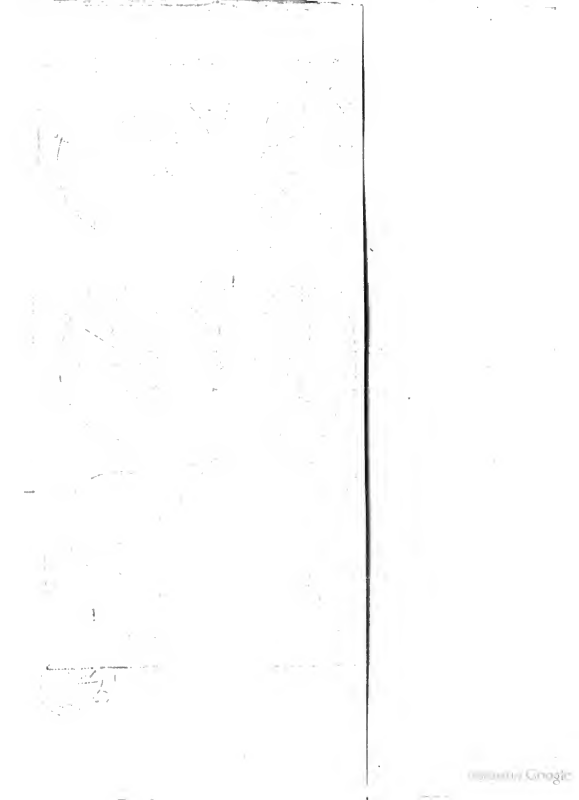
XVIII. Questo è in compendio quanto si trova scritto presso gli astronomi di più esatto intorno ai metodi di scio-

ſciogliere queſto problema importantiſſimo nell' aſtronomia di determinare l' eccentricità, l' apogeo e la longitudine media del Sole. Non parleremo del modo accennato di ſopra di trovare le diſtanze del Sole dalla terra per mezzo delle rivoluzioni di Marte, o di altro pianeta, ad effetto di applicare a queſte diſtanze i metodi degli articoli 14, 15, 16, 17, perchè l' artificio non ſi può comprendere, finchè non ſi ſia detto qualche coſa delle teoriche degli altri pianeti.

XIX. Aggiungeremo ſolamente un metodo del Sig. Maraldi, che ſerve non tanto per trovare gli elementi ſuddetti, quanto per verificarne, e correggerne le miſure, quando queſte preſso a poco ſono note, e può eſsere d' un grandiſſimo uſo nella pratica. Si oſservi il vero luogo del Sole circa il tempo, nel quale l' equazione di eſso è maſſima nel primo ſemicircolo dell' anomalia. Lo ſteſso ſi faccia circa il tempo della maſſima equazione nel ſecondo ſemicircolo, e ſi calcoli all' uno, ed all' altro tempo il vero luogo di eſso ſecondo le ipoteſi, e le miſure ricavate con qualſivoglia dei metodi ſpiegati. Se amendue i luoghi calcolati concordano cogli oſservati ſarà indizio, che tanto le longitudini medie, quanto le maſſime equazioni ſono giuſte. Se il luogo calcolato di tanto mancherà dall' oſservato nel primo ſemicircolo, di quanto lo eccede nel ſecondo, le longitudini medie ſaranno giuſte, ma le maſſime equazioni troppo grandi, cioè di tanto, quanto è il ſuddetto eccesſo, o difetto. Al contrario ſe il calcolato di tanto eccederà l' oſservato nel primo ſemicircolo, di quanto ne manca nel ſecondo, ſaranno ancora giuſte le longitudini medie, ma le maſſime equazioni troppo piccole, come ſopra. L' uno, e l' altro di queſti due caſi ſarà indicio, che l' eccentricità non è eſatta, e per correggerla, non ſi potrà ſenſibilmente errare facendo, come la maſſima equazione ſuppoſta alla maſſima trovata, così l' eccentricità ſuppoſta alla vera eccentricità. Se poi la differenza del luogo calcolato dall' oſservato nel primo ſemicircolo ſarà eguale alla differenza nel ſecondo, e amendue di eccesſo, o di difetto, tutto l' errore ſarà delle longitudini medie, che perciò ſi potranno

coſì

correggere aggiungendo, o sottraendo loro la quantità di questo errore; che se gli errori non saranno eguali, sarà indicio, che non siano giuste, ne le equazioni massime, ne le medie longitudini, e potrà trovarsi l' errore delle une, e delle altre. Come se il calcolo nel primo semicircolo mancasse dall' osservazione sei minuti, e nel secondo l' eccedesse quattro minuti, la differenza degli errori è min. 2, la cui metà, cioè min. 1, è l' errore di difetto delle longitudini medie, e questa stessa metà detratta da min. 6, o aggiunta a min. 4 mostra l' error d' eccesso delle equazioni massime; e così in ogni altro caso si ponno determinar i detti errori riflettendo, che nel primo semicircolo le equazioni sono sottrative, e nel secondo addittive alla longitudine media, onde gli errori se sono di diversa spezie si debbono sottrare, come in questo esempio &c. ma se della medesima spezie si debbono sommare, e prender la metà della somma per errore della longitudine media, e il resto per errore della equazione, che facilmente si vedrà, di che spezie sia. Trovati per tal modo gli errori delle longitudini medie, e delle massime equazioni, e corrette le prime, come pure emendata l' eccentricità nel modo, che si è detto, per accertar al possibile il luogo dell' apogeo, o del perigeo, conviene avere altre osservazioni de' luoghi veri del Sole vicino alla linea degli apsidi, e paragonarle coi calcoli fatti colle longitudini medie, e coll' eccentricità così corrette; mentre dovendo ne' due punti dell' apogeo, e del perigeo le equazioni esser nulle, cioè la longitudine media eguale alla vera, e negli altri punti le equazioni sempre minori, quanto i detti punti sono più vicini agli apsidi, sarà facile dal paragone delle osservazioni coi calcoli vedere, se il luogo supposto dell' apogeo sia troppo avanzato, o ritirato, e correggerne l' errore, il che ci basti d' aver solamente accennato, rimettendone le regole pratiche al giudicio di chi si accingerà a tentarlo.

Pag. 214.
V
R
G
V
R
V
83.

Sezione X.

Dell' elezione della teorica solare.

I. Non dee recar maraviglia, che tante, e sì diverse sieno state le teoriche, colle quali gli astronomi si sono affaticati di rappresentare i moti del Sole, e che tuttavia dopo sì lunghe ricerche rimanga qualche dubbio, quale fra queste sia la vera, se pure alcuna lo è. Per esaminare se una, o un' altra teorica corrisponda alle apparenze, conviene prima determinare in quella, che si vuol sottoporre all' esame, le misure dell' eccentricità dell' apogeo, o della media longitudine del Sole per quel tempo, di cui si tratta, al che debbono impiegarsi le osservazioni. Queste con qualunque stromento, e secondo qualunque metodo si facciano, sono inevitabilmente soggette a piccoli errori, che l' umana industria non può del tutto sfuggire. Fatte le osservazioni con tutta la possibile sottigliezza, è necessario dedurre le longitudini, le velocità, le distanze, e tutto ciò, che può servire all' uso presente, il che suppone un gran numero d' elementi ben accertati, e che forse ancora non lo sono; come l' obbliquità vera dell' ecclittica, le vere altezze del polo nel luogo dell' osservazione, la vera misura delle refrazioni, e quella della parallasse, e talvolta ancora quella de' semidiametri solari, che richiede un' estrema sottigliezza. Finalmente per ricavare da più osservazioni le misure dette di sopra, abbiamo veduto per qual' imbarazzi di calcoli convenga passare.

II. Da queste difficoltà nasce per lo più, che le accennate misure non si trovano le medesime anche in una medesima teorica, se nel cercarle si impiegano diverse osservazioni, anzi se una sola se ne cangia delle tre, che abbiamo veduto essere necessarie per istabilire tutti questi elementi, nel che tuttavia può aver parte la stessa teorica, la quale essendo per avventura falsa, non può, quando ne' calcoli suddetti si prende per vera, produrre che delle conseguenze incoerenti, e ripugnanti fra loro. Ma supponendo, che i divarj, che si trovano fra risultati de' calcoli, tutti dipendano

dano dalle longitudini, e dalle velocità, o distanze non ben accertate, altro non può farsi nella dubbietà, in cui si resta, che prender una misura di mezzo fra le diverse, che si saranno ricavate, tanto della situazione dell' apogeo, quanto della quantità dell' eccentricità, o di quella delle longitudini, nel che convien confessare potersi errare di bel nuovo, rifiutando inavvedutamente le determinazioni più giuste, e preferendo loro le meno giuste, ne vi è modo di avvedersi di tal errore non più di quel, che vi sia d' accorgersi, quali fra le dette longitudini, velocità, o distanze sieno le più esenti da errore.

III. Ma posto, che finalmente siasi ben accertato in qualsivoglia teorica il luogo dell' apogeo, l' eccentricità, e le medie longitudini del Sole al tempo delle osservazioni, per esaminare se la teorica sia vera, convien vedere, se ella rappresenti almeno per quell' anno, o per qualche numero d' anni non molto lontani tutte le altre osservazioni. A ciò fare, dato il tempo di qualunque osservazione, si vegga, quanto egli sia distante dal tempo di una di quelle osservazioni, che hanno servito per la ricerca delle suddette misure, e al tempo delle quali si è già determinata la longitudine media, e aggiungasi, o sottraggasi da questa longitudine tanto del moto medio, quanto ne conviene al detto intervallo di tempo, secondo che il tempo dell' osservazione data siegue, o precede il tempo della detta osservazione, per cui si determinò la detta longitudine, e con ciò si avrà la longitudine media al tempo della data osservazione, che si vuol confrontare colla teorica. Sottraendo poscia il luogo trovato dell' apogeo da questa media longitudine si avrà l' anomalia media, colla quale, e colla eccentricità già trovata si calcolerà l' equazione secondo l' ipotesi, che si esamina, valendosi de' metodi a tal fine spiegati alla Sezione 6. Questa equazione dovrà sottrarsi dalla longitudine media, quando l' anomalia media non ecceda un semicircolo, e aggiungersi, quando lo ecceda, e si avrà il luogo vero del Sole al tempo dell' osservazione data. Confrontando questo luogo coll' osservato, si vedrà se la teorica, che si è presa, lo rappresenti esattamente, e facendo

do lo stesso in ogni altra teorica, e per qualsivoglia altra data osservazione dentro quell' anno, o non lungi da quello (con aver però prima determinati in ciascuna di queste teoriche gli elementi detti di sopra, che per avventura potranno esser diversi da quelli, che si sono trovati nella prima) si potrà vedere, quale fra le diverse teoriche sia da preferire.

IV. Se oltre il luogo vero del Sole al tempo di ciascuna osservazione si calcolerà la sua distanza dalla terra nell' ipotesi, che si prende ad esaminare, si avrà un nuovo riscontro della conformità, o della discrepanza di questa dalle osservazioni; purchè in queste sia stato osservato, oltre la longitudine, anche il diametro apparente del Sole, mentre si potrà vedere se le distanze calcolate servino, come è necessario, la ragione reciproca dei diametri osservati.

V. Finalmente le velocità, o sia i moti in longitudine ponno anch' essi servire congiuntamente coll' osservazione dei diametri a comprovare, o a rifiutare le teoriche, specialmente quando queste osservazioni sieno fatte ne' giorni, ne' quali il Sole è presso l' apogeo, e il perigeo. Queste velocità si determinano coll' osservazione esatta di due longitudini del Sole in due giorni susseguenti, o pure in due giorni lontani fra loro di un numero di pochi giorni (per assicurarsi, che in quel breve tempo le velocità non si cangino sensibilmente) imperocchè la differenza delle longitudini osservate sta alla differenza di due altre longitudini osservate in un' altro tempo dell' anno, e distanti fra loro di un numero di giorni eguale al primo, come la velocità apparente del Sole ne' giorni delle prime osservazioni, alla sua velocità apparente ne' giorni di queste ultime. Sia dunque stata osservata la velocità del Sole quando egli è presso al perigeo, e di nuovo quando è presso l' apogeo. Il rapporto di queste velocità (*Fig.* 80) sarà [come alla Sezione precedente art. 10, 12] quello degli angoli infinitamente piccoli pTP, aTA descritti in due tempi minori eguali dentro lo spazio di que' giorni. Siano stati di più osservati negli stessi tempi i diametri apparenti del Sole. La ragione reciproca di questi darà la ragione delle distanze di esso dal-

la terra. Ciò posto veggasi, se la ragione delle distanze, per tal modo dedotta, sia la medesima, che la ragione reciproca delle velocità osservate, come dee succedere nell' ipotesi dell' eccentrico (per le cose dette alla Sezione precedente art. 11), il che trovandosi, sarà in favore di questa ipotesi; ma se si troverà diversamente resterà l' ipotesi convinta d' insussistenza. Che se la detta ragione delle distanze, dedotte da i diametri, si troverà essere più tosto la reciproca sudduplicata delle velocità, tal rapporto favorirà l' ipotesi di Keplero (per la detta Sezione art. 12), massimamente quando il medesimo rapporto delle distanze colle velocità si trovi ancora sussistere negli altri punti dell' orbita fuori dell' apogeo, e del perigeo.

VI. Con questo metodo il Cassini ne' primi anni dopo la descrizione della gran meridiana di S. Petronio in questa Città, valendosi delle osservazioni fatte su questa linea, trovò non poter sussistere l' ipotesi del semplice eccentrico, mostrando con evidenza, che le distanze, dedotte da diametri del Sole osservati sulla medesima linea nell' apogeo, e nel perigeo, non seguitano di gran lunga la proporzione reciproca delle velocità determinate per le osservazioni fatte col medesimo strumento; onde tal ipotesi dopo quel tempo è stata abbandonata dagli astronomi. Ben è vero, che le osservazioni de' diametri, che si fanno in tal modo con misurar la spezie solare gettata sul pavimento da raggi, che passano per un semplice foro, non sono ben sicure per la gran debolezza del lume nel contorno della spezie, che fa sempre parerla minore di quel che è, onde questi diametri si debbono determinare più con cannocchiali, e micrometri, o pure col notare il tempo del passaggio del diametro solare per un circolo orario determinato da un filo teso nel foco del cannocchiale; co' quali metodi gli ha poi lo stesso Cassini osservati in ciascun giorno dell' anno, e registrati nell' opera eccellente degli elementi della astronomia.

VII. La difficultà, che vi è parte nell' esatta determinazione di questi, parte in quella delle velocità non ha permesso, che fin' ora si possa conchiudere con tutta evidenza,

se

ſe le diſtanze del Sole ſeguano per tutto la ragione reciproca ſudduplicata delle velocità, come richiede l' ipoteſi di Keplero, ma è però certo, che a queſta molto ſi accoſtano. Per altro le longitudini del Sole calcolate in queſta ipoteſi rappreſentano aſſai meglio, che in ogni altra le oſſervazioni, onde eſſa ha in ſuo favore a' tempi noſtri un conſenſo quaſi univerſale dagli aſtronomi. Ben è vero, che nella teorica del Sole, la cui eccentricità è aſſai piccola, è quaſi indifferente l' impiegare queſta ipoteſi, o quella del Wardo, mentre il calcolo moſtra, che, ſuppoſta nell' una, e nell' altra la medeſima eccentricità, le equazioni, che convengono ad un medeſimo grado d' anomalia media, ſi trovano quaſi ſenſibilmente le ſteſſe.

Sezione XI.

Della determinazione dell' anno tropico medio, dell' equazione del tempo, e della correzione de' moti del Sole.

I. Col mezzo delle longitudini medie del Sole, che coi metodi fin' ora ſpiegati ſi ponno determinare al tempo delle oſſervazioni, che ſi impiegano per le ricerche dette di ſopra, poſſiamo oramai ſtabilire più accuratamente la lunghezza dell' anno tropico medio, la quantità del moto medio del Sole in qualſivoglia tempo anche aſsai lungo, e tutti gli altri elementi della ſua teorica. Imperocchè ſe con qualcheduno dei ſuddetti metodi adattato a quell' ipoteſi, che ſi ſtima, o ſi trova più eſatta, ſi cercherà la longitudine media del Sole al tempo di qualche antica oſservazione, e lo ſteſso ſi farà al tempo d' un' altra oſservazione più recente, e lontana da quella d' un gran numero d' anni, ne riſulterà l' arco, che avrà ſcorſo la linea del moto medio del Sole da un tempo all' altro, oltre le intere rivoluzioni medie, che intanto avrà fatto, il numero delle quali è eguale al numero degli anni civili interi ſcorſi fra l' una, e l' altra oſservazione, onde diſtribuendo la ſomma di altrettanti circoli quante ſono queſte rivoluzioni, con di più il detto arco in parti proporzionali ai tempi, ſi vedrà, quan-

to ne tocchi a ciascun tempo, come d'uno, o più anni, d'uno, o più giorni &c. e si potrà insieme ricavare quanto sia il tempo, che richiede una precisa rivoluzione della detta linea, che sarà il tempo d'un anno tropico medio, e con ciò sarà tolto ogni scrupolo, che poteva nascere dall' inegualità degli anni tropici, quando la quantità di questi si deduceva dalle osservazioni delle longitudini vere, e non delle medie.

II. Sogliono a tal uso gli astronomi valersi de' tempi degli equinozii in questa maniera. Si prendono tre osservazioni del Sole fatte in un medesimo anno per dedurne in quell' anno co' metodi spiegati l'apogeo del Sole, e le sue longitudini medie al tempo delle dette osservazioni; da queste longitudini medie, e dalla notizia, che già si ha delle quantità del moto medio in qualsivoglia intervallo di tempo minore d'un anno, si deduca in qual giorno, ora, minuto, di quell' anno la longitudine media del Sole, fu di segni 0, gradi 0, e minuti 0, cioè il tempo, in cui la linea del moto medio passò per lo primo punto dell' ariete, il qual tempo chiamasi *equinozio medio*, (e il medesimo potrebbe farsi coll' equinozio autunnale medio, cercando il tempo della longitudine media di segni 6, gradi 0, minuti 0;) si faccia poi la stessa determinazione dell' equinozio medio, e nella stessa maniera in un' altro anno assai lontano, come di mille, o più anni. Il tempo corso fra questi due equinozii medii mostrerà quanti giorni, ore, minuti &c. convengano ad una rivoluzione della linea del moto medio, cioè ad un' anno tropico, e la misura sarà tanto più esatta, quanto maggiore sarà il numero degli anni suddetti, divenendo insensibile ogni errore delle osservazioni nel ripartirle, che si fa, per un sì gran numero d'anni.

III. Dalla misura dell' anno tropico medio così ritrovata si dedurranno poscia i moti medii del Sole per qualunque intervallo di tempo di qualsivoglia lunghezza, ed anco le sue longitudini medie a qualunque tempo dato; al qual fine basta sapere una di queste longitudini ad un qualche tempo, il quale prendasi come per epoca, mentre aggiun-

gen-

gendo, o ſottraendo da quella il moto medio, che conviene al dato intervallo di tempo, ſecondo, che il tempo, a cui ſi cerca la longitudine media ſuſſegua, o preceda il tempo dell' epoca, ſi avrà la longitudine media al detto tempo, a cui ſi cerca; onde è, che la detta longitudine media al tempo dell' epoca ſuol chiamarſi ella ſteſſa *Epoca*, o *Radice* della longitudine media, e ſuole ſtabilirſi dagli aſtronomi al principio d' un qualche anno inſigne, come degli anni di Criſto, o pure ſogliono per maggior comodo calcolarſene molte, verbi grazia, al principio di ciaſcun ſecolo dell' era di Criſto; cioè a dire al mezzo giorno ſotto un dato meridiano, da cui comincia il primo di Gennajo, o ſecondo altri da cui comincia l' ultimo di Decembre di quell' anno ſecolare.

IV. Se la ricerca delle longitudini medie, che ſi è fatta in due anni aſſai lontani fra loro, ſi farà di nuovo in un' altro anno intermedio fra quelli, potrà apparire, ſe la quantità dell' anno tropico medio ſia coſtante, del che alcuni hanno ſoſpettato, come altrove ſi accennò. Gli aſtronomi moderni non hanno ſaputo trovarvi alcuna inegualità.

V. Nel medeſimo modo, che ſi ſono determinate le longitudini medie, le loro epoche, e le miſure de' moti medii per ogni intervallo di tempo, ſi determineranno le longitudini dell' apogeo, le ſue epoche, e i ſuoi moti per ogni tempo; nel che parimente potrà apparire, ſe il moto dell' apogeo ſia equabile, o ſoggetto ad alcuna irregolarità, come da alcuni ſi è dubitato.

VI. Tutto il diſcorſo finora fatto ſuppone, come già ſi accennò, che i giorni naturali, cioè i tempi de' ritorni del Sole al meridiano, ſieno eguali fra loro, altrimente non ſi potrebbe diſtribuire il moto medio del Sole in proporzione del numero de' giorni, e degli anni, compoſti di queſti giorni, come ſi è fatto nelle paſſate ſezioni, e nella preſente; ora noi ſappiamo per le coſe dette al Capo 7 Sezione 3, che i giorni ſuddetti ſono realmente ineguali, e perciò parlando a tutto rigore, ogni determinazione di miſure fatta nelle ſuddette Sezioni è fallace, e ha biſogno di correzio-

rezione. Per correggerla dunque, ed insieme per istabilire una misura costante del tempo, della quale si possa eziandio far uso in tutte le altre ricerche, e operazioni astronomiche tanto del Sole, che de' pianeti, o d' altri corpi celesti, hanno gli astronomi immaginato un *tempo equabile*, o *medio*, e inventato il metodo di ridurre il tempo solare, di cui ordinariamente ci serviamo, che chiamasi ancora *tempo vero*, o *apparente* all' altro tempo con una correzione, che dicesi *equazione del tempo*, la quale ora si aggiunge, ora si sottrae al tempo apparente per avere il medio.

VII. Per intendere l' artificio, con cui tutto questo si ottiene, convien considerare, che se il Sole in vece di moversi per l' ecclittica si movesse per l' equatore, e in vece del moto ineguale, che ha, ne avesse uno perfettamente equabile, e con questo moto compisse tutto il giro dell' equatore precisamente in tanto tempo, in quanto la linea del moto medio del Sole compie ora tutto il giro dell' ecclittica, cioè a dire nel tempo d' un anno tropico medio, è fuor di dubbio, che tutti i giorni solari naturali sarebbono eguali fra loro, mentre ciascuno di essi di tanto sarebbe più lungo di un giorno sidereo, quanto è il tempo costante, in cui passa per lo meridiano un' arco d' equatore eguale al moto medio del Sole di un giorno, che è di minuti 59′ 8″, onde essendo i giorni siderei eguali, anco i giorni naturali solari sarebbero eguali. Questo tempo immaginario, e i giorni, e le ore, anzi gli anni, e i secoli, che si compongono, è quel tempo, che gli astronomi chiamano eguale, o medio.

VIII. Se dunque immagineremo, che il Sole sia partito una volta da un meridiano, e che nel tempo stesso sia partito dallo stesso meridiano quell' altro Sole finto, che intendiamo scorrere l' equatore colla legge suddetta, è manifesto, che non sempre accaderà, anzi potrà accader solo talvolta per accidente, che tutti, e due insieme si trovino in un stesso meridiano, o circolo orario; imperocchè laddove il Sole finto si move equabilmente per l' equatore, il vero si move inegualmente, ne questo moto si esercita per l' equatore, ma per l' ecclittica, onde se non si dà il caso,

ſo, che l'ineguälità del ſuo moto venga compenſata dall' obbliquità dell' ecclittica, per modo, che all' arco d' ecclittica, che col detto moto ineguale avrà fatto in capo a qualche tempo, corriſponda per l' appunto tanto arco d' equatore, quanto è il moto medio, che conviene a quel tempo, i due Soli non potranno trovarſi inſieme in un medeſimo circolo perpendicolare all' equatore, che è quanto dire, non potranno paſſare a un tempo ſteſſo per uno ſteſſo meridiano, o circolo orario; e perciò miſurandoſi l' ora del tempo vero dal vero Sole, e quella del tempo medio dal Sole immaginario, che gira per l' equatore, il tempo vero non ſarà fuori del detto caſo, eguale al medio, ma qualunque volta il Sole vero ſarà in un circolo di declinazione più avanzato verſo oriente del circolo, ove è il Sole immaginario, o quel che è lo ſteſſo, quando l' aſcenſione retta del vero Sole ſarà maggiore dell' arco d' equatore, che dal principio d' ariete ſi eſtende fino al Sole immaginario, ſi conterà meno del tempo vero, che del tempo medio, e nel caſo contrario meno ſi conterà del medio, che del vero, e la differenza tra il medio, e il vero, che è l' equazione del tempo, ſempre ſarà tanta, quanto è il tempo, che conviene a quell' arco d' equatore, che è la differenza tra l' aſcenſione retta del Sole vero, e l' arco dello ſteſſo equatore compreſo dal principio d' ariete fino al Sole immaginario.

IX. Queſto ultimo arco può eſſer diverſo ſecondo, che i due Soli s' intenderanno eſſere ſtati inſieme da principio in uno più, che in un' altro tempo, o ſia in uno più, che in un' altro punto d' ecclittica, e d' equatore, il che è affatto arbitrario; ma per maggior comodo è meglio immaginare, che quel tempo, in cui i due Soli hanno cominciato il loro viaggio da un medeſimo meridiano, foſſe un tempo, in cui l' aſcenſione retta del vero luogo del Sole ſi trovaſſe per l' appunto eguale alla ſua longitudine media nell' ecclittica, e così praticano comunemente gli aſtronomi. Con ciò l' arco d' equatore dal principio d' ariete fino al Sole immaginario nel primo iſtante, che egli ſi finge aver cominciato il ſuo viaggio da uno ſteſſo meridiano col Sole vero

vero (il qual arco sarà stato per allora l' ascensione retta del vero luogo del Sole) sarà eguale alla longitudine media del Sole, e in perpetuo si manterrà eguale alla longitudine media, che di mano in mano avrà il Sole nell' ecclittica, onde sempre l' equazione del tempo sarà la differenza (ridotta però in tempo) fra la longitudine media del Sole, e l' ascensione retta del suo luogo vero.

X. Alcuni astronomi, trascurando questo comodo, hanno presi altri tempi ad arbitrio per principio della detta immaginaria rivoluzione, come il de la Hire, che ha preso il primo di Gennaio dell' anno 1700 al meridiano di Parigi, onde le equazioni del tempo, che si calcolano ne' suoi principj, sono diverse da quelle, che si trovano nella maniera comune spiegata all' articolo precedente.

XI. Nell' uno, o nell' altro modo, che si faccia, si trova, che l' equazione del tempo non può mai essere, che d' alcuni pochi minuti d' ora, i quali talvolta debbono aggiungersi, talvolta sottrarsi al tempo vero per aver il medio, e al contrario &c.; dentro il corso d' un anno l' equazione del tempo quattro volte si riduce a nulla, e quattro volte è massima, così richiedendo l' inegualità delle ascensioni rette, la quale compie il suo periodo in ogni quadrante d' ecclittica, e terminato l' anno ritornano sensibilmente nelle stesse longitudini del Sole le stesse equazioni del tempo, e sempre vi si manterrebbero, se non fosse il moto dell' apogeo solare, da cui nasce, che le massime, le minime, e tutte le altre intermedie velocità diurne del Sole, si combinano col tratto del tempo con altre, ed altre misure d' inegualità delle ascensioni rette. I punti delle massime, e delle minime equazioni, come pure, quelli delle equazioni nulle sono stati geometricamente determinati dall' Halleyo, ma lo studio della brevità ci obbliga a tralasciarne le dimostrazioni.

XII. Per correggere dunque finalmente i moti solari, e tutte le altre determinazioni fatte finora, da quegli errori, che si fossero commessi col servirsi de' tempi ineguali in luogo d' eguali, si procederà con questo metodo. Trovata la longitudine media del Sole al tempo di una osservazio-

vazione, si calcolerà al medesimo tempo l'ascensione retta del luogo vero del Sole, che è dato per l'osservazione. La differenza di questi due archi ridotta in tempo sarà l'equazione, che converrà al tempo dell'osservazione, la qual'equazione dovrà aggiungersi al tempo vero, o apparente di essa, quando l'ascensione retta del luogo vero ecceda la longitudine media, e nel caso contrario dovrà sottrarsi, e con ciò si avrà il tempo medio, o eguale, in cui è stata fatta la detta osservazione. Il medesimo si farà colla longitudine media, che conviene ad un'altra osservazione distante un gran numero d'anni dalla prima. Trovati dunque i tempi medii di amendue queste osservazioni, l'intervallo di questi tempi, (che potrà trovarsi alquanto diverso dall'intervallo de'tempi veri, o apparenti delle medesime osservazioni) sarà quello, da cui si dedurrà la misura del moto medio del Sole, e le grandezze dell'anno tropico medio, le quali con ciò potranno essere alquanto diverse da quelle, che prima si erano ritrovate, e si accosteranno più alle vere. Ciò fatto si cercherà di nuovo il luogo dell'apogeo, la misura dell'eccentricità, e la longitudine media del Sole per tre osservazioni fatte in un'anno assai lontano, e per tre altre fatte in un'anno più vicino, ma correggendo però i tempi tanto delle tre prime, quanto delle tre seconde coll'equazione del tempo, da dedursi di nuovo per ciascuna di queste osservazioni, paragonando, come prima, in ciascuna di esse, la longitudine media del Sole già trovata nella prima ricerca, che colle medesime osservazioni si fece dell'apogeo, eccentricità &c., coll'ascensione retta del luogo vero dato per l'osservazione. Con ciò si avranno il luogo dell'apogeo, l'eccentricità, e le longitudini medie tanto esatte, quanto può conseguirsi, e da queste ultime si potrà di nuovo ricavar l'anno tropico, e la quantità del moto medio solare, e finalmente stabilire le epoche così delle longitudini medie, che dell'apogeo con tutta quella sottigliezza, a cui è possibile di giungere, e che può soffrire l'esattezza delle osservazioni a ciò impiegate. L'istessa pratica di questo metodo farà accorgere, che pochissimo era l'errore, che si faceva

 pren-

prendendo per eguali i tempi ineguali, e che perciò tutto il progresso dell' operazione, benchè paja contenere una spezie di circolo vizioso, o petizione di principio, non ha però realmente questo difetto, mentre non si viene in verità a supporre alcuna di quelle misure, che si cerca, ma solo si viene a supporre di sapere a un dipresso quello, che si vuole accertare coll' ultima esattezza.

Sezione XII.

A un dato tempo trovare il luogo vero del Sole, e la sua distanza dalla terra.

I. L' Ultimo fine, a cui sono indirizzate tutte le fatiche degli astronomi, è quello di determinare a qualsivoglia tempo dato il luogo vero di qualsivoglia corpo celeste. Per ciò fare rispetto al Sole, alle epoche della longitudine media del Sole, e dell' apogeo, stabilite coi metodi precedenti ad un qualche tempo, a cagion d' esempio al principio degli anni di Cristo Signor Nostro, aggiungesi tanto del moto medio in longitudine, e rispettivamente tanto dell' apogeo, quanto (detratti gli interi circoli) ne conviene all' intervallo di anni, giorni, ore, minuti, fra l' epoca, e il tempo dato, purchè però questo tempo sia dopo il tempo dell' epoca, perocchè se la precedessero dovrebbero i detti moti sottrarsi, e non aggiungersi. Sottraendo poscia la longitudine dell' apogeo dalla longitudine media, ne risulterà l' anomalia media, colla quale calcolerete secondo l' ipotesi, che avrete eletta, la quantità dell' equazione. Questa si dee sottrarre dalla longitudine media, quando l' anomalia media sia minore d' un semicircolo, e al contrario si dee aggiungere a quella, ove questa sia maggiore del semicircolo, e si avrà il luogo vero del Sole, non però ancora esattissimo a cagione dell' inegualità de' giorni trascurata. Si calcoli dunque l' ascensione retta di questo luogo vero ritrovato, e si paragoni colla longitudine media del Sole raccolta nel calcolo. Se l' ascensione retta del luogo vero è maggiore della longitudine media, la differenza ridot-

ridotta in tempo si aggiunga al tempo dato, e nel caso contrario si sottragga, per avere il tempo medio; al qual tempo si ripeta il calcolo per avere finalmente il vero, e corretto luogo del Sole. Nel medesimo tempo potrà calcolarsi la distanza del Sole dalla terra secondo l' ipotesi, per cui si fa il calcolo.

II. I luoghi del Sole così calcolati, se l'ipotesi è vera, e se i numeri di essa sono esatti, dovranno concordare coi luoghi, che se ne potranno osservare cogli strumenti astronomici, purchè per l' osservazione si correggano colle refrazioni, e colle parallassi del Sole; e appunto un gran numero di questi confronti è l' unico mezzo, per prescegliere la più vera fra le ipotesi, e per verificarne le misure, come già si è detto.

III. Si dee avvertire, che, se il tempo dato non fosse quale si conta sotto il meridiano, per cui si sono stabilite le epoche, ma sotto un' altro meridiano, dovrebbe ridursi al meridiano delle epoche, il che richiede, che sia nota la differenza de' suddetti due meridiani, cioè l' arco d' equatore compreso fra essi. Quest' arco ridotto in tempo si dee aggiunger al tempo dato, se questo appartiene ad un meridiano più occidentale di quello delle epoche, e sottrarre, se ad un meridiano più orientale, per avere il tempo al meridiano delle epoche; la medesima avvertenza di ridurre i tempi ad uno stesso meridiano si dee avere nel calcolar dalle osservazioni l' apogeo, e gli altri elementi delle teoriche in qualsivoglia de' metodi di sopra spiegati.

IV. I calcoli del Sole, e degli altri pianeti si facilitano mediante le tavole astronomiche, ove si trovano l' equazione del tempo, i moti medii, le epoche, e le equazioni del pianeta stesso. Noi non ne parlaremo, perchè il loro uso meglio s' intende cogli esempi, che coi precetti.

PARTE SECONDA

In cui spiegasi l' ipotesi della terra mobile.

CAPO PRIMO

Delle suppofizioni, colle quali si spiega in questa ipotesi il moto comune, quello del Sole, e quello delle fisse, e come per esse si salvino tutti i fenomeni.

Sezione I.

Supposizione I.

Che il Sole sia immobilmente collocato nel centro dell' universo.

Supposizione II.

Che la terra sia un pianeta, che movasi intorno al Sole nel piano immobile dell' ecclittica, descrivendo secondo l' ordine de' segni un' orbita, che ritorna in se stessa in altrettanto tempo, quanto nell' ipotesi della terra immobile è il tempo del giro annuo del Sole, e che quest' orbita sia di quella figura, e il moto sopra di essa si eserciti con quella legge, che nell' ipotesi suddetta soddisfà meglio alle osservazioni del moto del Sole.

Supposizione III.

Che oltre ciò la terra si vada rivolgendo da occidente verso oriente con moto equabile intorno al proprio asse, il quale è il medesimo, che nell' ipotesi comune passa per li due poli celesti, e ciò in tanto tempo, quanto è quello d' un giorno del primo mobile, e che quest' asse al trasportarsi, che fa la terra per la sua orbita col moto annuo si mantenga sensibilmente parallelo a se stesso, ed inclinato al piano dell' ecclittica in un' angolo eguale al compimento dell' angolo, che nell' ipotesi comune fa l' ecclittica coll' equatore.

Sup-

Supposizione IV.

Che la terra sia di quella figura, e situata a quelle distanze dal Sole, che richiede l' ipotesi comune ne' diversi punti della sua orbita, e che l' ampiezza di quest' orbita abbia un' insensibile proporzione alle distanze delle stelle fisse dal Sole.

ANNOTAZIONI.

I. SI è detto doversi supporre il Sole immobile, ma ciò dee intendersi solamente rispetto al suo centro, che si vuole in questa ipotesi collocato nel centro dell' universo. Per altro non si può negare al Sole un moto di rivolgimento intorno ad un proprio asse, il qual moto si è renduto manifesto dopo lo scoprimento delle sue macchie. Quest' asse secondo le ipotesi, che ne sono state fatte, è inclinato gradi 83 al piano dell' ecclittica, e tirando per esso un piano perpendicolare a questa, la taglia intorno ai gradi 7 della vergine, e de' pesci. Quindi si spiegano le diverse apparenze de' viaggi delle macchie sùlla superficie solare, i quali viaggi appariscono ora rette linee, ora ellittiche, secondo le diverse positure dell' occhio rispetto al detto asse, come dee succedere per le leggi della prospettiva. Nell' ipotesi della terra immobile conviene supporre, che quest' asse, nel moversi, che fa annualmente il Sole, si trasporti sempre parallelo a se stesso. Si può vedere quello, che intorno a ciò hanno scritto il Galileo, lo Scheinero, e il Cassini.

II. Fra quelli, che seguono l' ipotesi della terra mobile, alcuni ammettono nel Sole (oltre il detto rivolgimento intorno al suo asse) anche qualche moto di translazione del suo centro, supponendo, che tutti i pianeti gravitino verso il Sole, e il Sole altresì verso ciascun pianeta, onde in tal sentenza, che è del Newton, e vien seguita dagli Inglesi, il centro comune di gravità di tutti i corpi celesti è quello, che è immobile, e che può dirsi centro dell' universo, ma il Sole si dee anch' egli accostare, e scostare da questo centro al moversi, che fanno i pianeti. In que-

questa ipotesi dunque non si verifica la prima delle suppo-sizioni suddette, se non a un dipresso. Il Newton avverte potersi dare, che lo stesso centro comune di gravità di tutti i corpi celesti si muova realmente insieme con essi di moto uniforme in una linea retta, nel qual supposto [di cui non potrà mai sapersi il vero per alcuna osservazione] egli si dee intender immobile rispettivamente ai detti corpi, e non assolutamente.

III. Il moto annuo della terra per lo piano dell' ecclittica non si ammette da alcuni anche de' fautori della mobilità della terra, ma solo se li concede il moto diurno intorno al suo asse, e questa sentenza, che vien seguitata dal Longomontano, dall' Argoli, e da alcuni altri, chiamasi semicopernicana. Col suddetto moto diurno della terra risparmiasi tutto ciò, che fa nella sentenza comune il primo mobile, onde questo cielo si rende soverchio tanto nella sentenza copernicana, quanto in questa semicopernicana. Di quest' ultima non è necessario dare la dottrina a parte, potendosi intendere, quanto basta, da quello, che si è detto dell' ipotesi della terra immobile, e da quello, che si dirà della copernicana.

IV. Il centro dell' universo, che si è detto collocarsi da Copernico nel Sole, (e da altri, come abbiamo veduto, nel centro comune di gravità di esso, e di tutti gli altri corpi) suppone, che la figura dell' universo sia sferica, il che è assai incerto, e lo sarà sempre. Giova però all' immaginazione il figurarsi intorno al detto centro una sfera, che può chiamarsi firmamento, la quale passi per quella, o per quelle tra le stelle fisse, che sono più vicine al Sole, se pure tutte non sono collocate in distanza eguale da esso; e rispetto al semidiametro di questa sfera dee verificarsi, che l' ampiezza dell' orbe annuo descritto dalla terra (cioè a dire il diametro di quest' orbe, se egli è circolare, o qualunque de' suoi diametri, se ellittico) vi abbia una insensibile proporzione, come nella Supposizione 4.

V. Questa Supposizione pare ad alcuni incredibile, non concependo, come un' orbita così vasta, e che ha di longhezza parecchie migliaja di semidiametri terrestri (come dalle

dalle parallassi del Sole, quasi insensibile, si raccoglie) debba riguardarsi, come un punto rispettivamente al semidiametro del firmamento, e impugnano per questo Capo la sentenza copernicana, come assurda. Copernico non si spaventa punto di questa prodigiosa distanza delle fisse, e ritorcendo l' argomento mostra doversi nel sistema comune concedere ad esse una non meno prodigiosa velocità. Chi però rifletterà, che nella quantità non si dà alcun termine ultimo ne di grandezza, ne di picciolezza, e che questi nomi di grande, e piccolo non sono, che respettivi, non sentirà convincersi ne dall' una, ne dall' altra di queste opposte ragioni.

VI. Se sussistessero le osservazioni, per le quali è stato trovato da alcuni moderni, che le stelle fisse, vedute in diversi tempi dell' anno, sono soggette a qualche variazione di luogo apparente, e se tali variazioni fossero veramente distribuite in quella maniera, che si richiederebbe per poter attribuirle alla diversa positura della terra ne' diversi tempi dell' anno, allora non sarebbe necessaria la quarta Supposizione suddetta per ciò, che concerne l' accennata proporzione de' semidiametri &c., mentre tal proporzione si potrebbe allora con verità dire sensibile, e la mobilità della terra per l' orbe annuo sarebbe, se non dimostrata, almeno renduta molto verisimile, essendo difficile spiegare tal fenomeno nella sentenza comune della stabilità della terra.

Sup-

SUPPOSIZIONE V.

Ghe le fisse sieno immobilmente collocate ne' loro luoghi.

SUPPOSIZIONE VI.

Che l' asse della rivoluzione diurna della terra, benchè sensibilmente serbi il parallelismo suddetto, vada tuttavia lentamente girandosi con moto conico in maniera tale, che la sua inclinazione al piano dell' eclittica sia sempre costante, ma tuttavia l' asse suddetto non sia sempre diretto al medesimo punto infinitamente lontano, e che il suddetto moto conico, o angolare dell' asse sia equabile in ragione di 51" seconde in un' anno incirca.

ANNOTAZIONI.

I. COpernico, e alcuni de' suoi seguaci avendo trovata mutabile l' obbliquità dell' ecclittica non ammettono quest' ultima Supposizione in quella parte, ove vuole, che l' inclinazione dell' asse terrestre al piano dell' ecclittica sia costante, onde introducono in quest' asse un' altro moto, per cui vada cangiando inclinazione al detto piano. La cosa ha qualche fondamento di dubbietà, come abbiamo accennato altrove, parlando della obbliquità dell' ecclittica, onde conviene sospendere intorno a ciò ogni giudicio, finchè le osservazioni abbiano dato lume sufficiente per deciderla.

II. Siccome il moto conico dell' asse terrestre è stato introdotto per salvare, come vedremo, la mutazione, che si osserva nelle fisse in longitudine, così potrebbe risparmiarsi il detto moto, se si supponesse, che tutto il firmamento si movesse intorno ad un' asse tirato per lo centro del Sole, e perpendicolare al piano dell' ecclittica, avanzandosi 51" per anno; e così hanno supposto alcuni copernicani, ma pare più ragionevole, e di minor imbarazzo il dare all' asse terrestre il detto moto, e risparmiarlo alle fisse nel modo, che si è detto in queste due Supposizioni.

III. Anche l' equabilità di questo moto conico viene contrastata da quelli, che suppongono il moto in longitudine delle fisse non esser equabile, come a suo luogo fu accennato, ma il giudicio più comune degli astronomi stà a favore della equabilità. Tutto ciò, che si è esposto in queste sei Supposizioni meglio s' intenderà mediante l' illustrazione, che ne daremo nelle seguenti Sezioni.

Sezione II.

Come in questa ipotesi si spieghi il moto annuo del Sole, e la sua teoria.

I. Facilmente s' intende in questa ipotesi, come il Sole non ostante, che si supponga immobile, apparisca moversi nello spazio d' un' anno, e descrivere intorno alla terra secondo l' ordine de' segni quel circolo, che dicesi eclittica, scorrendo di mano in mano per le costellazioni del zodiaco. Imperocchè noi siamo soliti, qualunque volta accada, che ci moviamo senza avvedersene, di attribuire il moto, che è in noi, alle cose immobili, che abbiamo davanti gli occhi, come specialmente accade nel navigare, quando la nave si avanza quietamente senza alcuna agitazione per modo, che a noi paja di star fermi. Allora se guardiamo alcun oggetto immobile, come un' albero piantato sulla ripa, vedendolo noi corrispondere per retta linea, or ad una, or ad un' altra parte di altri oggetti più lontani, a cagion d' esempio, dei monti, che terminano la nostra vista, e servono come d' ultimo campo, a cui le cose più vicine da noi si riferiscono, giudichiamo, che quel si muova secondo quell' ordine, con cui egli va corrispondendo a quei diversi oggetti; e se il detto albero fosse piantato in un' isola talmente, che navigando potessimo girare intorno ad esso senza mai avvedersi dall' agitazione della nave, che il moto fosse realmente in noi, stimeremmo senza alcun dubbio, che non già noi colla nave intorno all' albero, ma egli intorno alla nave circolarmente si fosse mosso, e quando lo vedessimo tornar di nuovo a corrispondere

dere per retta linea a' quei medesimi punti lontani, a' quali corrispondea da principio, giudicheremmo, che egli avesse compito un giro intorno alla detta nave, purchè questa fosse sempre da noi come immobile riguardata. Così dunque in questa ipotesi il Sole S (*Fig.* 84) benchè immobile veduto però dal centro della terra, (e lo stesso succede vedendolo dalla superficie, salvo l'effetto della parallasse, che è quasi insensibile) posta ora nel punto T, ora nel punto R, ora in qualsivoglia altro punto della sua orbita TARP, corrispondendo per retta linea ora alla costellazione del firmamento O, ora alla V, ora di mano in mano alle altre poste secondo l'ordine de' segni nel zodiaco, e per le quali passa il piano dell' ecclittica, o sia quello dell' orbita TAP, parrà aver descritto secondo il detto ordine questo circolo intorno la terra riputata immobile, e ciò in tanto tempo, in quanto la terra avrà compito il giro della sua orbita, e sarà ritornata, verbi grazia, al punto T, da cui si suppone partita, cioè a dire nello spazio d' un' anno tropico, se non quanto a riguardo del moto apparente delle fisse; ritornando la terra in T, quella fissa, che era nel punto del firmamento O, a cui per retta linea corrisponde il Sole S, parrà alquanto avanzata, e con essa tutte le altre (come succede anco nell' ipotesi comune della stabilità della terra), del qual apparente avanzamento delle fisse vedrassi tra poco la spiegazione.

II. Perchè poi abbiamo supposto, che l'orbita TAP sia di quella figura, e la terra si muova sopra di essa con quella legge, che nel sistema comune meglio corrisponde a' fenomeni, (che per le cose dette è insomma la figura ellittica, e la legge delle aree proporzionali ai tempi) è manifesto, che in questa ipotesi si salverà tutto ciò, che appartiene all' inegualità del moto del Sole, e alle sue apparenti distanze dalla terra, cambiandosi bensì con questa nuova supposizione i luoghi della terra, e del Sole, ma niente alterandosi l' apparenza del moto. Dovrà dunque supporsi l' uno de' fochi dell' ellisse terrestre esser nel centro del Sole S, e la linea degli apsidi AP dovrà intendersi rivolta a quei medesimi due punti del firmamento, o più tosto

d'un'altra sfera concentrica al Sole S, e posta in infinita distanza (nella quale sfera si può immaginare, che l'ecclittica sia il circolo O V, e in questa si mostrerà tra poco, come debbasi determinare il principio d'ariete, dal quale si contano sul detto circolo le longitudini), a'quali corrispondе la detta linea nell' ipotesi comune; con questo però, che gli apsidi cambino positura fra loro, cioè che l'apside A più lontano dal foco S, il quale dicevasi allora apogeo, ed ora più comunemente chiamasi *afelio*, sia rivolto verso quel punto d'ecclittica a cui abbiamo detto esser rivolto il perigeo P, che ora dirassi *perielio*, ed al contrario &c. In tal guisa, quando la terra sarà posta nella massima distanza dal Sole in A, vedrà il Sole S in quel medesimo punto d'ecclittica, in cui nell'ipotesi comune lo vede, quando egli è tirato nella massima distanza dalla terra, è l'istesso accaderà in tutte le altre distanze.

III. E' manifesto, che tutto ciò, che si è detto nella teorica del Sole intorno a' suoi moti medii, e veri, alle sue equazioni, agli anni anomalistici, e tropici, come pure intorno ai metodi di determinare l'eccentricità, il luogo dell'apogeo, e le longitudini medie del Sole per le osservazioni, si può trasferire a questa ipotesi della terra mobile, cambiando solamente i luoghi del Sole, e della terra, e cangiando il nome d'apogeo, e perigeo in quello d'afelio, e perielio. Il tutto si rischiarerà maggiormente, quando avremo parlato del moto diurno della terra intorno al proprio asse.

Sezione III.

Come si spieghino in questa ipotesi il moto comune de' corpi celesti, le vicende de' giorni, delle notti, e delle stagioni, e tutti gli altri fenomeni, che a questi hanno relazione.

I. PEr ben intendere ora ciò, che intraprendiamo a spiegare, conviene immaginare descritti sulla superficie della terra tutti que'circoli, che in essa furono da noi considerati

ſiderati nella ipoteſi comune; cioè a dire in primo luogo un circolo maſſimo perpendicolare all' aſſe della rivoluzione diurna, il qual circolo ſarà l' equatore, e dovrà paſſare per tutti quei luoghi della terra, che nell' ipoteſi comune ſi dicono eſſere ſotto l' equatore celeſte; dopoi i circoli paralleli all' equatore, la diſtanza de' quali dal medeſimo equatore determina la latitudine geografica di ciaſcun luogo, e fra queſti paralleli ſpecialmente i due tropici, e i due polari deſcritti a quegli intervalli, che abbiamo detto nell' accennata ipoteſi, e queſti diſtingueranno, come allora la terra nelle cinque zone ivi ſpiegate. Finalmente debbono immaginarſi i meridiani, che hanno per diametro comune l' aſſe della rivoluzione diurna, e determinano le longitudini geografiche dei luoghi terreſtri.

II. Ciò poſto ſia (*Fig.*85) il polo artico della terra p l' antartico o, l' aſſe p o, l' equatore e t q, e prendaſi qualunque punto della ſuperficie terreſtre l, il cui meridiano p l o e, ed il parallelo l m. Tiriſi la retta t l, e per l tiriſi il piano h g, che tocchi la ſuperficie della terra, e ad eſſo tiriſi per lo centro t un' altro piano parallelo V Z. Nel rivolgerſi, che fa la terra intorno all' aſſe p o, è manifeſto, che quell' abitatore di eſſa, che per un momento di tempo troveraſſi nel punto l, vedrà per quel momento tutta quella parte del cielo, che è ſopra il piano h g, inſenſibilmente diverſa da quella, che è ſopra il piano V Z, onde h g ſarà per allora l' ufficio d' orizzonte fiſico, ed V Z d' orizzonte aſtronomico riſpettivamente a quell' abitatore; e ſe intenderemo una sfera concentrica alla terra di ſemidiametro indefinitamente grande, che venga incontrata dalla retta t l nel punto R, e nell' altro oppoſto N, il punto R ſarà il vertice dell' abitazione l, ed il ſuo nadir N per quel momento, che ſi è detto. In queſta sfera poſſiamo immaginare per quell' iſtante i poli P, O, l' equatore t Q, il meridiano P R O, il parallelo H R corriſpondente al parallelo terreſtre l m, e così tutti gli altri paralleli, e circoli della sfera immobile, e ad eſſi riferire per lo ſuddetto iſtante tutti i corpi celeſti, che dal luogo l ſi vedranno, e miſurare le declinazioni, le diſtanze dal polo, come pure conſiderare le ampli-

amplitudini ortive, ed occidue di quelli, che allora appariranno nell' orizzonte, e parimente intendere le refrazioni di tutti a cagione dell' atmosfera, che circonda la terra, e la parallasse di quelli, che ne avranno, ed insomma applicare a questo sistema tutto ciò, che fu detto intorno al moto comune de' corpi celesti nell' ipotesi dell' immobilità della terra; e perchè si è detto doversi supporre l' orbita annua descritta dalla terra di tal piccolezza, che non abbia sensibil proporzione alla distanza delle fisse, perciò l' orizzonte VZ dividerà la sfera dell' universo in parti sensibilmente eguali, ne vi sarà alcuna sensibile differenza tra quei punti della detta sfera, a' quali si riferiscono i poli P, O, il vertice R, e tutti gli altri punti, e circoli, stando la terra in t, da quelli, a' quali si riferiranno, trasportata che sia la terra a qualsisia altro punto della sua orbita.

III. Se ora prescinderemo per un poco dal moto annuo della terra, mercè il quale il centro di essa t dee avanzarsi sull' orbe annuo, e con esso trasferirsi tutta la terra, e la sfera immaginaria PRO, che le è concentrica, e solamente considereremo quel, che debba succedere in virtù del rivolgimento della terra intorno all' asse po, è manifesto, che il luogo terrestre l dovrà andar descrivendo con moto equabile il parallelo lm, con che l' orizzonte fisico hg, e l' astronomico VZ, se si considerano come immobili, più non faranno ufficio d' orizzonte rispetto al luogo l trasportato altrove, ma cominceranno a farlo di mano in mano rispetto ad altri luoghi posti nel detto parallelo, che succederanno nel punto l; ma se i detti piani hg, VZ si considerano come affissi al punto l, talchè egli se li porti seco ovunque vengasi trasferendo, e con esso si venga girando il semidiametro tl, la cui estremità l descrive il parallelo lm, intenderassi come all' abitatore suddetto apparisca mutarsi l' aspetto del cielo. Perciocchè avanzandosi egli col suo orizzonte per l' ipotesi da occidente verso oriente, tutti quei corpi celesti, che erano nella parte occidentale del detto orizzonte spariranno dalla sua vista, e quelli, che erano nell' orientale, si scopriranno, e perciò egli giudicherà questi allora nascere, e quelli tramontare. Il medesimo cangiamento

to seguirà rispetto al meridiano, e agli altri circoli orarii. Imperocchè qualunque oggetto immobile celeste, verbi grazia, la stella F, che, essendo il luogo suddetto in l, gli appariva nel vertice R, trasportato il detto luogo in i, gli apparirà fuori del vertice, il qual vertice sarà passato in I nel parallelo celeste RI corrispondente al terrestre li in dirittura del semidiametro terrestre ti, e tirando la retta if parallela alla tF, egli vedrà dal punto i la stella per la retta i f, lontana dal vertice I quanto è l'angolo fiI, ne più avralla nel meridiano, perocchè il circolo PRO, nel cui piano, riguardato come immobile, cade sensibilmente la detta linea if, non farà più per lui ufficio di meridiano, come lo faceva nel punto l, ma tal ufficio farassi dal circolo PIO, che è nel piano del circolo pio, che passerà ora per lo punto i, e il circolo PRO sarà per questo punto divenuto uno de' circoli delle ore astronomiche, onde la stella gli parrà di tanto avanzata verso occidente, quanto è l' arco del parallelo RI, simile all' arco il, che egli avrà descritto; e il medesimo discorso potrà applicarsi a tutte le altre stelle, o fenomeni immobili, e privi di parallasse, e quanto ai mobili, e a quelli, che hanno parallasse sensibile, non sarà punto difficile il rinvenire anche in questi, quali debbano essere le apparenze, e il mostrare, che saranno le medesime, che nell' ipotesi comune si sono spiegate.

IV. Ne può temersi, che, nel girarsi il punto l sulla periferia lm, alcuna stella immobile, come F, cangi apparentemente di declinazione, o sia di distanza dal polo; perciocchè tirando ik parallela all' asse PO, l'angolo kif, che si fa da essa colla if tirata per lo luogo i parallela alla tF, il qual' angolo misura la distanza apparente della detta stella dal polo, sarà sempre d' una costante misura (come è facile il dimostrare) qualunque sia il punto i della superficie terrestre, da cui si tirino le dette parallele; onde la distanza suddetta, misurata, o da uno stesso luogo della terra in diversi tempi, o in diversi luoghi ancora, sarà sempre la medesima, e la declinazione per necessità anch' ella sarà sempre la stessa.

V. Ne dall' altra parte si dee sospettare, che al girarsi

la

la terra venga a cangiarsi in alcun luogo l' altezza del polo; perciocchè movendosi il luogo sopra d' un parallelo all' equatore, come m l, e dovendo l' orizzonte fisico, a cui è parallelo l' astronomico toccar sempre la terra nel punto ove il detto luogo si trova, facilmente si mostra, che il piano dell' uno, e dell' altro orizzonte farà sempre un' angolo costante col piano dell' equatore, e per conseguenza anche coll' asse della terra. Molte altre riflessioni potrebbero quì farsi per mostrare la totale equivalenza di questa ipotesi colla comune per ispiegare i fenomeni tutti del moto diurno, e gli altri, che ne dipendono; ma lo studio della brevità ci obbliga a tralasciarle.

VI. Passando dunque a considerare, come si spieghi la varietà de' giorni, e delle notti, e quella delle stagioni con tutto ciò, che ha relazione al moto proprio del Sole, che in questa ipotesi si suppone immobile, sia il centro (*Fig.86*) della terra t collocato nel punto t dell' orbe annuo Y X Z, il qual orbe la presente figura dimostra, come veduto alquanto obbliquamente. Sia il Sole S; e supponiamo in primo luogo, che il piano perpendicolare a quello dell' ecclittica, tirato per l' asse della terra p o tagli l' ecclittica nella retta S t, che congiunga i centri del Sole, e della terra, e che il polo artico p sia rivolto dalla parte del Sole S. Essendo per l' ipotesi l' angolo p t S eguale al compimento dell' obbliquità dell' ecclittica, cioè quanta è la distanza del tropico del cancro dal polo artico, è forza che questo tropico passi per lo punto c, in cui la retta S t incontra il semicircolo del meridiano p c o rivolto verso il Sole, e perciò l' angolo c t e, che fa questa retta nel centro della terra col diametro dell' equatore e t q, o sia l' arco e c di meridiano fra l' equatore, ed il Sole, che misura la declinazione del Sole, farà eguale all' obbliquità dell' ecclittica. Sarà dunque allora il solstizio estivo; e il parallelo c m, che passa per lo punto c, farà il tropico suddetto, del quale tutti i punti nella rivoluzione della terra di quel giorno, passando per lo punto c, avranno il Sole S nel vertice, prescindendo però quì ancora da quel piccolo movimento, che intanto andrà facendo il centro della terra t sopra la sua

orbi.

orbita, tirando un piano r t i per lo centro della terra, che sia perpendicolare alla retta S t, resterà la terra divisa in due emisferi r c i, r q i, de' quali il primo sarà illuminato dal Sole, e l'altro si troverà nelle tenebre, onde la porzione m n di qualsivoglia parallelo, che si troverà in questo secondo emisfero determinerà l'arco notturno, e la lunghezza di quella notte per tutti i luoghi della terra situati sul detto parallelo, e il rimanente di esso c n sarà l'arco diurno. Il parallelo r f, che passa per r sarà il circolo polare artico, dentro di cui, cioè nella porzione r p f, sarà giorno perpetuo, siccome nell'opposta i o g perpetua notte, e il solo equatore q t e sarà quello, il cui arco diurno sarà eguale al notturno. Tutto l'opposto succederà collocando la terra nell'altro estremo a della retta t S, mentre nello stesso modo si mostrerà, che ivi sarà il solstizio jemale &c.

VII. Poniamo ora, che, quando il centro della terra trovasi in un punto qualunque, egli sia della sua orbita, come t, il piano di quel meridiano terrestre p e o, che passa in quell'istante per lo centro del Sole S, passi eziandio per una fissa L, talchè per gli abitatori posti sotto quel meridiano cominci ad un tempo stesso il giorno astronomico solare, e il sidereo a riguardo di quella fissa. Intendasi poi trasportata la terra sopra la sua orbita fino al punto k, e suppongasi, che quando ella è giunta a questo punto, allora appunto compiscasi una rivoluzione diurna della terra per modo, che quel medesimo meridiano terrestre, che era in p e o, trovisi in una situazione u r h parallela a p e o; tirando dunque per k la retta k l parallela a t L, passerà k l sensibilmente per la medesima fissa L, e la medesima k l sarà nel piano del meridiano terrestre suddetto, onde tutti gli abitatori di quella giudicheranno esser ritornata la fissa al loro meridiano da essi riputato immobile, e compiersi allora il giorno sidereo rispetto a quella fissa. Ma quanto al giorno solare egli non sarà ancora compito, perciocchè essendo il piano u r h parallelo al piano p e o, che passa per lo centro del Sole S, il piano u r h non passerà per questo centro, e converrà, che la terra si giri ancora alquanto col suo moto diurno, finchè gli abitatori del me-

ridiano u r h pervengano al piano dell' altro meridiano u z h riguardato come immobile, il qual piano suppongo passare per lo centro del Sole S, e con ciò si compisca il giorno solare. Ecco dunque come si spieghi la differenza tra il tempo solare, e il sidereo in questa ipotesi, e perchè negli angoli t S k, che determinano il moto della terra sulla sua orbita nello spazio d'un giorno, sono sempre d'una misura, ne quando la fossero, dovrebbero perciò trovarsi eguali gli angoli r u z, che misurano l'eccesso del giorno solare sopra il sidereo (come può dimostrarsi a riguardo dell' obbliqua posizione dell' asse terrestre all' piano dell' ecclittica, in virtù di cui le linee rette tirate dal centro del Sole al centro della terra incontrano la superficie di questa in punti diversamente lontani dall' equatore, secondo le diverse positure della terra nella sua orbita,) ne nasce, che i giorni solari debbano essere ineguali, come si è detto succedere nell' ipotesi comune.

VIII. Trasportata la terra nel punto k, se si farà riflessione al parallelismo dell' asse u h al p o, vedrassi, che il Sole non dovrà già apparire nel tropico del cancro, ma in un' altro parallelo alquanto più vicino all' equinoziale terrestre, ma ciò meglio si intenderà dal considerare quel, che debba succedere, quando la terra già sarà allontanata per un' intero quadrante dal punto t, e troverassi col suo centro in b tanto, che la retta b S sia perpendicolare al piano d x e tirato per l' asse d e, e perpendicolare al piano dell' ecclittica, mentre dal paragone de' fenomeni di questa positura della terra in b coll' altra in t, si potrà agevolmente dedurre quello, che debba seguire nelle altre situazioni di mezzo.

IX. Posta dunque la terra in b succederà l' equinozio autunnale; imperocchè allora il piano suddetto d x e sarà quello, che separerà la parte della terra rivolta verso il Sole dall' altra, che nella figura non può vedersi, e che guarda alla parte contraria; e questo piano, passando per li poli d, e, taglierà necessariamente non solo l' equatore, ma tutti i paralleli in parti eguali, onde gli archi diurni per tutta la terra saranno eguali a notturni, e il Sole parrà de-

scri-

ſcrivere nella rivoluzione diurna il circolo equinoziale, trovandoſi ſucceſſivamente al girar della terra nel zenith di tutti i luoghi terreſtri poſti ſotto queſto circolo. Il medeſimo ſuccederà poſta la terra nel punto y, che è in diritto della linea bS, ſeguendo allora l'equinozio di primavera.

X. Da ciò è manifeſto, che i punti equinoziali dell' orbita, cioè i due b, y ſono quelli, ne' quali la linea, tirata dal centro del Sole al centro della terra, è retta a quel piano perpendicolare all' ecclittica, che paſſa per l' aſſe della rivoluzione della terra, e i punti ſolſtiziali t, a ſono quelli, ne' quali la detta retta cade nel piano ſuddetto. Ed è altresì manifeſto, che quello de' due punti ſolſtiziali t, nel quale trovandoſi la terra, il polo artico di eſſa guarda verſo il Sole, è quello del ſolſtizio eſtivo, onde allora la terra dee vedere il Sole nel principio del cancro, e il Sole al contrario vedrà la terra nel principio del capricorno. Parimente quello de' due punti equinoziali b, che immediatamente ſegue dopo il ſolſtizio eſtivo, ſarà quello dell' equinozio autunnale, vedendoſi allora dalla terra il Sole in libra, e dal Sole la terra in ariete; e perciò nell' ecclittica, che ſi ſuppone deſcritta nella ſfera dell' univerſo concentrica al Sole, e con ſemidiametro indefinitamente grande, il primo punto d' ariete è quello, in cui la retta Sb prolungata dalla parte di b incontra l' ecclittica, e da queſto punto ſi contano le longitudini verſo oriente, cioè ſecondo l' ordine de' ſegni.

XI. Da tutto ciò finalmente raccoglieſi, che gli abitatori della terra vedranno perpetuamente cangiar il Sole di declinazione, mentre egli andrà corriſpondendo verticalmente di giorno in giorno a diverſi punti terreſtri poſti in diverſi paralleli, e che queſto cangiamento avrà due termini, uno a ſettentrione, e l' altro ad auſtro egualmente lontani dall' equatore, cioè di gradi 23½, quanta è la diſtanza di queſto circolo da ciaſcuno dei due tropici. Parimente, che eſſi la vedranno di giorno in giorno paſſare per lo meridiano inſieme con altre, ed altre fiſſe ſempre più orientali, finchè in capo all' anno torni di nuovo a paſſarvi colle medeſime di prima; le quali due coſe inſieme congiunte

 do-

dovranno, nella prevenzione, in cui si trovano i detti abitatori, che la terra sia immobile, far apparir loro, che il Sole descriva nello spazio d' un'anno quel circolo massimo inclinato all' equatore col detto angolo di gradi 23½, che realmente vien descritto dalla terra, il che porta seco tutte quelle varietà di giorni, di notti, e di stagioni, che in fatti si osservano con tutti gli altri fenomeni, che a questa cagione si possano riferire, come meglio potrà ciascuno da se stesso riscontrare, purchè attentamente consideri, e combini insieme tutte le cose finora supposte, e dimostrate.

Sezione IV.

Come spieghisi l' apparenza del moto delle stelle fisse in longitudine.

I. Si è detto di sopra, che intanto il punto dell' orbita terrestre T (*Fig.* 87) è quello del solstizio, in quanto il piano perpendicolare all' ecclittica, tirato per l' asse della rivoluzione diurna della terra posta in T, passa per lo Sole S. Perciò se nel corso degli anni avverrà, che non più nel punto dell' orbita T, ma in un' altro diverso, come in V, segua l' incontro del detto piano tirato per l' asse, e perpendicolare all' ecclittica colla linea, che passa per lo Sole non più in T, ma in V, seguirà il solstizio; e a misura di ciò la dove la stella fissa F, posta la terra nel punto T, vedevasi congiunta al Sole, e riferivasi nell' ecclittica celeste al primo punto del cancro, dopoichè il punto solstiziale si sarà trasportato addietro in V, e per conseguenza il principio del cancro, si sarà trasferito in B, ove l' ecclittica incontra la retta VSB, la detta fissa più non apparirà nel principio del cancro, ma avanzata in longitudine di tanto, quanto è l' angolo BSF, o sia BVf (tirando Vf parallela a SF), e il medesimo accaderà di tutte le altre fisse. Ora questo appunto è ciò, che accade in virtù del moto conico, che nella sesta Supposizione si è dato all' asse della terra, cioè che i punti solstiziali, (e con essi anco gli equinoziali, e tutti gli altri dell' orbita terrestre) vadano can-

cangiando ſito nella detta orbita, movendoſi con moto retrogrado, cioè contro l'ordine dei ſegni; da che poi ſegue, che i punti dell'ecclittica appartenenti al principio dell'ariete, del cancro, della libra, e del capricorno, e tutti gli altri ſi ritirino anch'eſſi per riſpetto alle fiſse, le quali ſono immobili, onde è, che poi dalla terra ſi attribuiſca tal moto alle fiſse, che pajano avanzate in longitudine di tanto, di quanto ſi è da eſſe ritirato il primo punto d'ariete, da cui ſi contano le longitudini, e queſto moto diceſi *preceſſione degli equinozi*.

II. Per far concepire il detto moto conico, e come da eſso dipenda l'effetto ſuddetto, intendaſi la sfera dell'univerſo A D concentrica al Sole S, ſulla quale ſi concepiſca deſcritto il detto circolo dell'ecclittica nel piano dell'orbita della terra V T. Si alzi per lo centro S la retta S R perpendicolare a queſto piano, la quale diraſſi *aſſe dell'ecclittica*, e determinerà nella detta sfera i *due poli immobili dell'ecclittica*, uno de' quali è il punto R, e l'altro gli è diametralmente oppoſto. Sia la terra per un tempo nel punto ſolſtiziale d'eſtate T, e la direzione dell'aſſe terreſtre ſia p o, a cui per S tiriſi la parallela S P, che incontri la sfera in P, la qual retta potrà dirſi *l'aſſe del moto*, e determinerà i due poli del mondo nella detta sfera, cioè il polo artico in P, e l'antartico nella parte oppoſta. Il circolo maſſimo P R D potrà chiamarſi in queſta ipoteſi il *coluro de' ſolſtizi*, ſiccome l'altro R S *coluro degli equinozi*, e il circolo maſſimo K N, perpendicolare alla retta S P diraſſi l'equinoziale della medeſima sfera. Immaginiamo ora, che la retta S P, ſtando ſempre immobile il punto S, ſi giri con moto conico deſcrivendo intorno all'aſſe immobile R S un cono la cui baſe ſia il circolo minore nella detta sfera P I G, e che tal moto ſi faccia contro l'ordine de' ſegni, cioè da P per C, G, I. Egli è manifeſto, che in virtù di queſto moto l'inclinazione della retta P S al piano dell'ecclittica mai non ſi cangierà, benchè ſi cangi la ſua direzione. Se dunque ſupporremo, che l'aſſe della terra debba ſempre eſſere parallelo non alla linea immobile S P, cioè a dire non ſempre parallelo a ſe ſteſſo, come finora ſi è detto, ma

che

che rigorosamente parlando, come porta la sesta Supposizione, egli debba esser sempre parallelo a quelle direzioni, che di mano in mano acquisterà questa linea nel moversi, che sarà descrivendo lentissimamente la detta superficie conica, anche l' asse della terra manterrà la sua inclinazione all' ecclittica, ma ciò non ostante andrà cangiando direzione; onde è, che tornando dopo il giro d' uno, o più anni la terra nel punto dell' orbita T, la direzione p o non sarà più quella, che converrà al suo asse, ma posto che S P sia allora passata in S C, dovrà tirarsi per T la retta r m parallela ad S C, e questa retta r m sarà l' asse terrestre, che per conseguenza sarà fuori del piano perpendicolare all' ecclittica P R D (giacchè la S C, a cui r m è parallela, è fuori di questo piano) onde non accaderà più il solstizio in T, ma tirando per S C un piano perpendicolare all' ecclittica, che la tagli in S B, e prolungando S B fino all' orbita in V, sarà V il punto solstiziale, mentre la retta n V x parallela ad S C, che è per allora la positura dell' asse terrestre, sarà nel piano B S C perpendicolare all' ecclittica tirato per lo centro del Sole S; e se si considererà il moto dell' asse terrestre riguardando la terra, come immobile, si troverà aver anch' egli descritto un cono, e scorso nella periferia della base di esso un' arco simile all' arco P C. Con ciò il coluro de' solstizi, il circolo equinoziale, e tutti gli altri punti, e circoli, che ne dipendono, si dovranno intendere trasportati tant' oltre, quanto conviene all' arco d' ecclittica dal cancro fino in B simile all' arco P C, e per le cose dette d' altrettanto paranno avanzate le fisse in longitudine; e finalmente se si suppone, che il moto conico della retta S P sia così lento, che non descriva in un' anno, che un' arco P C di 51 seconde, si avrà il moto apparente delle fisse in longitudine tal, quale lo richieggono le osservazioni.

Sezione V.

Delle altre particolarità concernenti la presente materia

I. ESporremo succintamente quanto rimane da dire intorno a queste prime Supposizioni, per potere applicar all' ipotesi della terra mobile tutto ciò, che si è detto nella comune.

II. Cangiandosi, come abbiamo mostrato, perpetuamente il principio dell' ariete nell' ecclittica, dal qual punto si contano le longitudini, e per altro non movendosi punto le stelle fisse da loro luoghi, ne segue, che la terra prima ritorna colla sua rivoluzione annua a vedere il Sole in quel medesimo punto di longitudine, da cui cominciò quella rivoluzione, di quello, che torni a vederlo in dirittura delle medesime fisse, e perciò compirà prima l' anno tropico, che il sidereo, appunto come richieggono le osservazioni. Ben è vero, che non potrà dirsi in questa Supposizione, che l' anno tropico sia il ritorno del Sole, (o della terra) ad un medesimo diametro immobile dell' ecclittica; perciocchè il tornare alla medesima longitudine è un tornare ad un diametro dell' ecclittica, che si è mosso di tanto, quanto è la precessione annua degli equinozi, cioè seconde 51, e allora finalmente il Sole si vedrà ritornato ad un medesimo diametro immobile, quando, compiendo l' anno sidereo, si vedrà congiunto alle medesime fisse di prima. Quindi è, che alcuni stimano più comodo in questa ipotesi il contare ne' loro calcoli le longitudini da una fissa, come da termine immobile, e scelgono ordinariamente a tal uso quella, che nel catalogo delle fisse di Tolomeo, e degli altri autori chiamasi la prima dell' ariete; e per esprimer poscia le longitudini nella maniera ordinaria, aggiungono alla longitudine, così calcolata, la precisione degli equinozi, cioè l' arco d' ecclittica fra il principio mobile dell' ariete razionale, e la detta stella. Altri però seguono l' uso comune di calcolare dal principio dell' ariete, perchè sebbene considerando l' ecclittica, come immobile, un' anno tropico non viene ad esser un intero circolo di 360 gradi, considerandola però, come mo-

mobile, e riguardando il ritorno del Sole ad un ſteſſo diametro mobile, ſi compiſcono in un'anno tropico preciſamente i gradi 360 del detto circolo mobile.

III. Il moto degli apſidi dell' orbita terreſtre è così lento, che poco, o nulla può dirſi diverſo dal moto apparente delle fiſſe, o ſia dalla preceſſione degli equinozi, e molti moderni aſtronomi li fanno preciſamente eguali. Se ſi crede di dover abbracciare queſta Suppoſizione, (il che dipende dalle oſſervazioni) ne ſeguirà nell' ipoteſi della terra mobile, che la linea degli apſidi non ſi mova punto, ſiccome non ſi movono punto le fiſſe, e che la mutazione di longitudine, che nell' afelio ſolare ſi ſcorge, ſia ſolo apparente, ed eguale alla preceſſione degli equinozi, la qual ipoteſi è altrettanto veriſimile, quanto comoda per le calcolazioni. In tal ſuppoſto l'anno anomaliſtico, e il ſidereo ſaranno preciſamente eguali. Se poi colla più comune ſi ſuppone la mutazione di longitudine dell' afelio maggiore di quella delle fiſſe, ſi dovrà riguardare, come moto della linea degli apſidi, non già tutta queſta mutazione, ma ſolo l'eceſſo di eſſa ſopra la quantità della preceſſione degli equinozi.

IV. Quando nell' ipoteſi della terra mobile ſi tratta d'un fenomeno infinitamente lontano, cioè tale, che il ſemidiametro dell' orbe annuo non abbia alla diſtanza di eſſo alcuna ſenſibil proporzione, come ſono le fiſſe, allora eſſendo lo ſteſſo ſenſibilmente il guardar il fenomeno dal Sole, o dalla terra, la longitudine, e la latitudine della ſtella è l' iſteſſa riſpetto all' uno, ed all' altra; cioè latitudine è quell' arco di circolo maſſimo nella sfera dell' univerſo tirato per la ſtella perpendicolarmente all' ecclittica, che reſta intercetto fra l'ecclittica, e la ſtella; e longitudine è quell' arco d'ecclittica, che ſecondo l'ordine de' ſegni ſi eſtende dal principio dell' ariete fino all' incontro del detto circolo perpendicolare all' ecclittica.

V. Ma quando la proporzione dell' orbe annuo alla diſtanza dell' fenomeno ſia ſenſibile, allora diſtingueſi tanto la longitudine, quanto la latitudine in *eliocentrica*, cioè veduta dal Sole, e *geocentrica*, cioè veduta dalla terra. Sia dunque

que nella sfera dell' universo (*Fig.* 88) l' ecclittica A F D, e il primo punto d' ariete A. Il centro di essa, cioè il Sole sia nel punto S, l' asse dell' ecclittica S O, e l' uno de' poli di questa il punto O. Trovisi la terra nel punto T della sua orbita, e sia primieramente nel piano dell' ecclittica il fenomeno P in tal distanza dal centro S, che abbia sensibil proporzione col semidiametro dell' orbita S T. Tirando la retta S P L, che incontra l' ecclittica in L, il fenomeno P si riferirà dal Sole al punto L dell' ecclittica, e l' arco di questa A L preso secondo l' ordine de' segni dirassi longitudine eliocentrica dell' oggetto P. Parimente tirando T P, che incontra l' ecclittica in V, sarà V quel punto, a cui l' oggetto si riferirà dalla terra, e l' arco A V, o sia a V (tirando T a parallela ad S A), o finalmente l' angolo a T V la longitudine geocentrica di esso. Il detto punto L è insensibilmente diverso dal punto l, in cui cadrebbe T l parallela à S L; e parimente il punto V è insensibilmente diverso da u, in cui cade S u parallela à T V.

VI. Sia poscia un fenomeno in M fuori del piano dell' ecclittica in distanza, che abbia sensibil ragione al semidiametro S T. Tirando la retta S M, T M, e da M la perpendicolare M P al piano dell' ecclittica, che lo incontri in P, e congiungendo S P, T P, saranno i due piani S M P, T M P retti al piano dell' ecclittica, e prolungando S P in fino a questo circolo in L, se per L si descriverà il circolo massimo O K L, egli sarà nel piano S M P, e incontrerà la retta S M nel punto K; e la longitudine eliocentrica del fenomeno sarà l' arco A L, e la sua latitudine eliocentrica l' arco K L, o sia l' angolo K S L; finalmente prolungando T P in V sarà l' arco A V, o sia a V, o, quel che è lo stesso, l' angolo a T V, la longitudine eliocentrica del fenomeno M; e la sua latitudine geocentrica sarà l' angolo M T V, e se si vuole un' arco nella sfera, che misuri quest' angolo M T V, dovrà tirarsi per u il circolo massimo O u, e per S la retta S q parallela a T M, la quale S q determinerà l' arco q u misura dell' angolo M T V, non potendo a tal uso servire il circolo massimo tirato per li punti O, V, come quello, che essendo in un piano diverso dal piano

M T V, non può misurar l' angolo M T V, che è in questo piano, ne passa per lo punto M luogo del fenomeno veduto dalla terra T. La linea S P dicesi in questi casi *distanza curtata* del fenomeno *dal Sole*, e la linea T P può dirsi *distanza curtata dalla terra*; ed è manifesto, che la distanza vera del pianeta dal Sole S M sta alla curtata S P, come il raggio, che è sino dell' angolo S P M, al sino di S M P, compimento della latitudine eliocentrica P S M.

VII. L' ascensione retta di qualsivoglia fenomeno può rappresentarsi in questa ipotesi sulla sfera dell' universo per quel punto, al quale l' equatore di essa vien tagliato da un circolo massimo tirato per li poli del mondo, e per quel punto, a cui nella detta sfera si riferisce il fenomeno veduto dalla terra, su quali circoli si ponno misurare le declinazioni, e debbono riguardarsi, come immobili (laddove gli orari, e i meridiani in questa ipotesi sono mobili girandosi colla terra, a cui sono affissi) se non quanto il lentissimo moto della precessione degli equinozi trasportando l' asse della sfera nel modo, che si è detto, trasporta insieme i detti circoli, e tutti gli altri, che dipendono dalla situazione dell' asse. Sia la terra (*Fig.* 89) in T, e vegga il Sole S nel punto dell' ecclittica L. Sia il polo del mondo P. Tirando il circolo massimo P L, che seghi l' equatore E R in R, sarà l' arco A R l' ascensione retta del Sole per quel tempo, ed R L la sua declinazione. Parimente se il punto della sfera V sarà il luogo visto dalla terra T di un fenomeno, il circolo massimo P V E determinerà nella sua sezione E coll' equatore l' ascensione retta di esso, e la sua declinazione V E. Da ciò è manifesto, in qual maniera si possano calcolare le declinazioni, e le ascensioni rette, data la longitudine A M, e la latitudine M V, cioè per l' appunto, come nel sistema comune, e doversi trovar le medesime, che in questo sistema si trovano co' medesimi dati.

VIII. Posta la terra in qualsivoglia punto della sua orbita T, essendo la longitudine del Sole A L per quel tempo tal, quale si troverebbe nell' ipotesi della terra immobile, e l' angolo L A R tanto, quanto è in questa ipotesi l' obbliqui-

bliquità dell' ecclittica, e finalmente l' angolo R retto, è forza, che l' ascensione retta A R sia la medesima, che in questa ipotesi, onde gli incrementi diurni dell' ascensione retta del Sole tanto nell' una, quanto nell' altra ipotesi vengono ad esser gli stessi, e l' inegualità de' giorni la medesima ne' medesimi giorni dell' anno. Se si supponesse un' altra terra, che con moto equabile descrivesse l' equatore E R, si applicherebbe ad essa ciò, che fu detto del Sole in proposito dell' equazione del tempo, onde anche questa equazione dee trovarsi la medesima.

CAPO SECONDO

Del sistema de' Pianeti in questa ipotesi, e delle teoriche de' Pianeti primarii.

SEZIONE I.

SUPPOSIZIONE VII.

Che i Pianeti di Saturno ♄, *Giove* ♃, *Marte* ♂, *Terra* ♁, *Venere* ♀, *e Mercurio* ☿ *(i quali sei chiamansi in questa ipotesi Pianeti primarii) descrivano secondo l' ordine de' segni ciascuno in un piano separato delle orbite non molto eccentriche rispetto al Sole, ne molto lontane dalla figura circolare, le quali tutte passino per lo centro del Sole (come rispetto alla terra già si è detto), e che la proporzione de' semidiametri di queste, e i tempi, ne' quali ciascun Pianeta compie nell' orbita un' intera rivoluzione sieno a un di presso gli infrascritti.*

	Proporzione de' semidiametri delle orbite.	*Tempi periodici in giorni solari.*
♄	954	10759
♃	520	4332
♂	152	687
♁	100	365
♀	72	225
☿	39	88

AN-

ANNOTAZIONI.

I. INtorno alla quantità della declinazione de' piani di ciascun'orbita fra loro, per poterla dedurre, convien sapere quanta sia l'inclinazione di ciascuno di questi piani col piano dell'ecclittica, e qual sia la posizione delle linee, nelle quali lo tagliano, e noi mostreremo tra poco i metodi di determinare in questa ipotesi l'una, e l'altra. Basterà per ora sapere, che tali inclinazioni si trovano assai piccole, cioè a un di presso quali si sono quì registrate, non discordando intorno ad esse gli astronomi fra di loro, che di pochi minuti.

Inclinazioni delle orbite al piano dell'ecclittica.

	G.	′
♄	2	30
♃	1	20
♂	1	52
♀	3	24
☿	6	54

II. Quella linea, in cui il piano dell'orbita di un pianeta taglia il piano dell'ecclittica, dicesi *linea de' nodi di quel pianeta*, e questa passa necessariamente per lo centro del Sole, giacchè per esso si suppongono passare i piani di tutte le orbite, onde le orbite, riportate nella sfera dell' universo, sono circoli massimi inclinati all'ecclittica, e fra di loro, e la linea de' nodi ne è un diametro. Gli estremi di essa nella detta sfera chiamansi *nodi del pianeta*; di questi, uno dicesi *ascendente*, o *boreale*, ed è quello, a cui giungendo il pianeta col suo moto secondo l'ordine de' segni entra nell' emisferio boreale dell'ecclittica. L'altro, che gli è opposto, dicesi *discendente*, o *australe*.

III. E questione fra gli astronomi copernicani, se i piani delle orbite de' pianeti si movano, o se siano immobili, passando sempre per le medesime stelle fisse, il che è lo stesso, che cercare, se le linee de' nodi si girino intorno al Sole

ſole nel piano dell' ecclittica, il qual piano comunemente ſi ſuppone immobile. Niuno dubita, che i nodi non mutino longitudine, contando le longitudini dal principio dell' ariete, mentre ciò ſi raccoglie dalle oſſervazioni, ma il dubbio è, ſe tal mutazione dipenda totalmente dalla preceſſione degli equinozii, e ſe oltre ciò vi concorra un moto reale de' piani ſuddetti; e la deciſione di tal dubbio dipende dal vedere, ſe le longitudini de' nodi ſi trovano di mano in mano avanzate di tanto, di quanto ſi avanza apparentemente la longitudine delle fiſſe, cioè di 51 ſeconde in un' anno, o ſe più, o meno. La preſunzione ſta per l' immobilità de' piani ſuddetti, e in conſeguenza de' nodi, mentre eſſendo immobile il piano dell' orbita terreſtre, che è uno de' pianeti primarii, pare, che lo ſteſſo debba crederſi de' piani degli altri. Tuttavolta la più comune degli aſtronomi col fondamento delle oſſervazioni inclina al dare alle linee de' nodi un moto proprio ſecondo l' ordine de' ſegni, che è di diverſa velocità per ciaſcun pianeta, onde naſca, che i nodi ſi vadano avanzando in longitudine più delle fiſſe. Tutti però convengono, che queſto moto è aſſai lento, e appena ſenſibile dopo lunghiſſimo tempo.

IV. Al tempo preſente i nodi aſcendenti de' pianeti ſi trovano dagli aſtronomi (coi metodi, che ſpiegheremo) negli infraſcritti luoghi dell' ecclittica, e i diſcendenti ne' luoghi oppoſti. Da ciò, e dalle inclinazioni di ciaſcun orbita all' ecclittica, date di ſopra, ſi può, da chi vuole, ricavare la inclinazione delle orbite fra loro, e i pùnti dell' ecclittica, ne' quali una taglia l' altra.

Longitudini de' nodi aſcendenti de' pianeti intorno a queſt' anno 1728.

		G.
♄	♋	22
♃	♋	8
♂	♉	18
♀	♊	14
☿	♉	15

V. Si

V. Si è detto nella Supposizione, che le orbite de' pianeti non sono molto eccentriche al Sole, ne molto lontane dalla figura circolare, per non comprendere in essa se non quello, di che tutti gli astronomi convengono, lasciando, che ciascuno possa applicare a questo sistema quella teorica, che meglio corrisponde a' fenomeni. Comunemente però viene a' tempi nostri riconosciuta per tale la figura ellittica descritta colla legge di Keplero delle aree proporzionali a' tempi, il che Keplero ha quasi evidentemente mostrato in marte, e corrisponde eziandio assai bene alle osservazioni specialmente in mercurio; onde per analogia pare, che possa credersi il medesimo degli altri pianeti, con tutto, che in questi, e specialmente in venere sia difficile chiarire la figura dell' orbita per la pochissima sua eccentricità. In giove però, e in saturno, le tavole di tutti gli astronomi si scostano ancora notabilmente dalle osservazioni, o pure, se le rappresentano esattamente in un tempo, non così fanno in un' altro tempo lontano. Ciò viene attribuito dal Newton, e da' suoi seguaci al disturbarsi, che fanno sensibilmente questi pianeti ne' loro moti. Specialmente quando più s' avvicinano fra loro; Ma il Maraldi ha fatto ragionevolmente sospettare, che ciò nasca più tosto dal non essere i tempi de' loro periodi di una misura sempre costante, il che porterebbe a dubitare, che lo stesso segua, (benchè non tanto sensibilmente) eziandio negli altri pianeti, e nella stessa terra. Alcuni ancora pretendono di render ragione di queste variazioni col supporre le eccentricità mutabili, e forse anco mutabile la misura assoluta dei diametri, o assi trasversi delle orbite. Il tempo, e le osservazioni dilegueranno forse una volta questi dubbi. Intanto si potranno applicare alle orbite de' pianeti tutte quelle definizioni, che si sono date nella teoria del Sole, trasportata però al sistema della terra mobile; cioè di afelii, perielii, eccentricità, longitudini vere, e medie, rivoluzioni tropiche, ed anco anomalistiche, (che ponno anche ne' pianeti chiamarsi anni) medie elongazioni &c. e ciò in qualunque teorica si voglia abbracciare, o almeno esaminare, per vederne il confronto de' fenomeni nella maniera, che spiegheremo

VI. Le

VI. Le isteſſe queſtioni, che abbiamo accennate intorno al moto de' nodi, ſi fanno ancora intorno a quello degli apſidi, cioè degli afelii, e perielii delle orbite; confeſſandoſi bensì da tutti, che le linee degli apſidi di ciaſcun pianeta ſi avanzano in longitudine, prendendo le longitudini dal primo punto dell' ariete, ma reſtando ancora in dubbio, ſe tal moto ſia eguale al moto apparente delle fiſſe, come ha creduto il Re Alfonſo, e dopo di eſſo lo Street, e i Newtoniani, (che nel ſiſtema copernicano vuol dire, che tutto dipenda dalla preceſſione degli equinozii, onde le linee degli apſidi vengono ad eſſere aſſolutamente immobili), o pure diverſo da queſto moto, e ſe più, o meno in diverſi pianeti, e ſe finalmente ſia equabile, o ineguale. La ſentenza più comune le ſuppone mobili, e queſto moto ſi dee intendere fatto col girarſi lentamente la linea degli apſidi intorno al Sole ſempre nel piano dell'orbita, dovunque queſto piano ſi traſporti [ſe pure egli ſi ſuppone mobile], e ciò ſecondo l' ordine de' ſegni, ove il moto della linea ſuddetta ſi muove più veloce del moto apparente delle fiſſe, o pure contro l'ordine de' ſegni, ove ſi trovi più tardo. Il Newton, come ſi è detto, ſuppone queſte linee per loro natura immobili, non meno, che i piani delle orbite, e ſe qualche divario vi ſi trova talora, lo attribuiſce alle perturbazioni, che ſi fanno i pianeti ſcambievolmente, uno all' altro ne' loro moti.

VII. Se immagineremo [*Fig.* 90] l' orbita della terra TR, e nel piano di eſsa il circolo maſſimo dell' ecclittica della sfera dell' univerſo NDO, nel qual circolo ſia il principio dell' ariete H, indi l'orbita, di qualunque altro pianeta, come di marte, MA, nel cui piano ſia nella detta sfera il circolo maſſimo NVO; eſsendo la linea de' nodi, in cui queſti piani ſi tagliano NO, e il nodo aſcendente il punto O, potrà il circolo NVO chiamarſi *ecclittica di quel pianeta*, e i due punti di queſto circolo X, V, lontani 90 gradi da nodi O, N, ſi diranno *limiti*, uno de' quali X ſarà il boreale, l' altro V l' auſtrale, e ſe in eſso ſi prenderà il punto I, che ſecondo l' ordine de' ſegni di tanto preceda il nodo O, di quanto il punto H precede l' iſteſso nodo per modo, che gli archi HO, IO ſieno eguali, il detto pun-

to

to I ſi dirà il *principio dell' ariete nell' ecclittica del pianeta*. A queſto circolo ſi riferiſcono i moti eliocentrici del pianeta, cioè veduti dal Sole, e ſul medeſimo circolo ſi contano dal punto I ſecondo l' ordine de' ſegni le ſue longitudini medie, e vere, che ſi dicono *longitudini eliocentriche nell' orbita*, a differenza delle longitudini propriamente dette, che ſi contano dal punto H nell' ecclittica, come ſopra fu ſpiegato. Se dunque il pianeta ſarà nel punto della ſua orbita P, tirando dal Sole S la retta S P, che incontri l' ecclittica del pianeta in Q, l' arco dell' orbita I O Q ſarà la longitudine eliocentrica nell' orbita; ma ſe per Q ſi tirerà l' arco Q Z perpendicolare all' ecclittica, l' arco di queſta H O Z ſarà la vera, e propria longitudine eliocentrica del pianeta. La differenza di queſti due archi I O Q, H O Z, o ſia de' loro ſupplementi N Q, N Z chiamaſi *reduzione* del luogo del pianeta *all' ecclittica*. Data la diſtanza del punto Q dal nodo N, cioè l' arco N Q, e data l' inclinazione Q N Z di queſti due circoli (eguale all' inclinazione de' piani T R, M A) ſi calcolerà la reduzione per le note regole trigonometriche, calcolando prima nel triangolo N Q Z, rettangolo in Z, il lato N Z, il quale ſottratto dall' ipotenuſa N Q, darà la riduzione cercata. L' iſteſſo ſi farebbe, ſe in vece di N Q foſſe dato N Z, longitudine eliocentrica nell' ecclittica. Col mezzo di queſta reduzione la longitune eliocentrica nell' orbita ſi può convertire in longitudine eliocentrica nell' ecclittica, e al contrario. Le miſure di queſte reduzioni ſi trovano ſempre aſſai piccole a cagione della poca inclinazione delle orbite planetarie all' ecclittica. Quando ſi parla di longitudini dell' afelio, o del perielio di uno di queſti pianeti ſenz' altra ſpecificazione, eſſe s' intendono ordinariamente per eliocentriche, e non per geocentriche, e ſi conſiderano nell' orbita, non nell' ecclittica. L' iſteſſo vale della longitudine de' nodi, ma in queſti è il medeſimo conſiderarla nell' orbita, e nell' ecclittica, per eſſere gli archi H O, I O eguali fra loro.

VIII. La longitudine degli afeli de' pianeti primari a' tempi noſtri ſi trovano quì ſotto notate a un dipreſſo. I perieli ſi riferiſcono a' punti oppoſti.

Longitudini degli afelii intorno a queſt' anno 1728.

		G.
♄	♐	29
♃	♎	10
♂	♍	5
♁	♋	8
♀	♒	7
☿	♐	13

IX. Da tutte le miſure accennate può ciaſcuno fabbricarſi in rilievo un ſiſtema de' pianeti nell' ipoteſi copernicana. Noi la daremo quì in piano, cioè traſcurando l' inclinazione delle orbite, e rappreſentando le orbite, come circolari, nelle miſure ſuddette dei loro ſemidiametri. Veggaſi la (*Fig.* 91).

X. In queſto ſiſtema ſi diſtinguono di nuovo i pianeti primari in inferiori, e ſuperiori. Inferiori ſono venere, e mercurio; perciocchè le loro orbite non abbracciano la terra. Gli altri tre ſaturno, giove, e marte, ſi dicono ſuperiori.

XI. In queſto medeſimo ſiſtema ha oſſervato il Keplero un maraviglioſo rapporto fra le diſtanze dal Sole de' pianeti primari, e i tempi de' loro periodi, ed è, che i quadrati di queſti tempi ſtanno fra loro, come i cubi delle ſuddette diſtanze dal Sole, prendendo le medie per ciaſcun pianeta, cioè nella teorica ellittica i ſemiaſſi traſverſi delle loro elliſſi. Così a cagion d'eſempio il numero 1000000, cubo della diſtanza media 100 del Sole dalla terra, ſta a 593191, cubo della diſtanza media 39 del Sole da mercurio, a un dipreſſo, come 133225, quadrato di giorni 365 tempo periodico della terra, a 7744, quadrato di giorni 88 tempo priodico di mercurio; e queſta proporzione ſi trova anco più eſatta prendendo più eſattamente i numeri tanto delle diſtanze, quanto de' tempi ſuddetti. Da che non difficilmente ſi inferiſce, che la velocità aſſoluta d' un pianeta più vicino al Sole, e maggiore di quella d' un più lontano, e che

che le velocità di due pianeti sono nella ragione suddupli-cata inversa delle loro distanze dal Sole.

XII. Oltre i pianeti primari vi hanno in questa ipotesi *i secondari*, le orbite de' quali non circondano il Sole, ma uno, o un' altro de' primari pianeti, e sono la luna, che è secondario della terra, i satelliti di giove, e quelli di saturno, che sono rispettivamente secondari di questi due pianeti. Noi ne parleremo in capo separato. Intanto avvertiremo, che quando uno stesso primario ha più d' un secondario, anche allora si verifica, che i quadrati dei tempi dei periodi di due secondari intorno al loro primario stanno, come i cubi delle distanze del detto primario, come vedrassi ne' satelliti di saturno, e in quelli di giove allora, quando esporremo i numeri de' loro periodi, e delle loro distanze, onde questa par legge universale della natura.

Sezione II.

Delle diverse situazioni de pianeti primari, che debbono vedersi dalla terra, e delle fasi delle loro illuminazioni.

I. Dalla diversità delle orbite, che i pianeti descrivono, e dei tempi, ne' quali le descrivono, dee nascere per necessità, che ciascuno di essi veduto da ciascun' altro si vegga in situazioni diverse da quelle, che avrebbe, veduto che fosse dal Sole, e molto più veduto da un' altro diverso pianeta. Noi considereremo per ora solamente, le apparenze de' pianeti veduti dal centro della terra, e queste non ponno essere gran fatto diverse da quelle, che dovranno vedersi dalla superficie a cagione della piccola parallasse, che ponno avere i pianeti anco i più prossimi alla terra, cioè venere, e marte; mentre essendo come si è veduto la parallasse orizzontale del Sole non più, che di 10 seconde incirca, e risultando dalle distanze date di sopra, che marte non può mai accostarsi alla terra più, che a cinque, e venere non mai più, che a tre incirca di quelle parti, delle quali la distanza del Sole dalla terra è dieci,

ci, ne ſegue, che la maſſima parallaſſe di marte non ſarà, che di un terzo di minuto, e quella di venere di un mezzo minuto incirca, cioè l'una, e l'altra appena ſenſibile. In queſte conſiderazioni non procederemo per ora ſottilmente, ma all'ingroſſo, e riguardando le orbite, come circolari, e i moti, che realmente hanno i pianeti, come equabili, e diſimulando le inclinazioni delle loro orbite, come ſe tutti ſi moveſſero nel medeſimo piano, cioè in quello dell'ecclittica, in cui è poſta l'orbita della terra. E perchè tutto quello, che troveremo dover oſſervarſi intorno alle vicende di queſti moti, veramente ſi oſſerva, come gli aſtronomi hanno riconoſciuto, e ciaſcuno può riconoſcere colla propria ſperienza, perciò eſporremo le dette apparenze non tanto come conſeguenze, che dipendono dall'ipoteſi, quanto come fenomeni comprovati da una coſtante oſſervazione, e a' quali l'ipoteſi non repugna, anzi tutti li rappreſenta.

II. Primieramente nel moverſi della terra non meno, che de' pianeti per le loro orbite, accaderà, che un pianeta veggaſi talvolta da queſta in una medeſima retta linea, e dalla ſteſſa parte, in cui ſe ne vede un'altro, o almeno in una ſteſſa longitudine; giacchè l'inclinazione delle orbite all'ecclittica, può in tali caſi far, che l'uno di eſſi appariſca con latitudine diverſa dall'altro, e tal poſitura de' pianeti diceſi congiunzione ☌. Se poi i due pianeti ſi vedranno dalla terra nelle parti oppoſte d'una medeſima retta, o almeno ſi riferiranno a due punti oppoſti in longitudine tal poſitura chiameraſſi oppoſizione ☍. Se le due linee, per le quali ſi veggono, appartengono a due punti di longitudine lontani fra loro 90 gradi, diconſi in *quadrato*, e in *quadratura*, e queſte poſizioni tutte generalmente chiamanſi *aſpetti*, a' quali gli aſtrologi aggiungono il *ſeſtile*, cioè la differenza di longitudine di 60 gradi, e il *trino* di gradi 120.

III. Gli aſpetti finora deſcritti ponno dirſi *geocentrici*, a differenza degli *eliocentrici*, che ſono i medeſimi veduti dal Sole, ed hanno gli ſteſſi nomi di quelli.

IV. Si conſiderano ancora gli aſpetti veduti dalla terra, non ſolo d'un pianeta con un'altro, ma eziandio d'un pia-

pianeta con una fissa, o col Sole medesimo, e specialmente le congiunzioni, e le opposizioni con esso.

V. Dal sistema descritto di sopra apparisce, che i due pianeti inferiori, venere, e mercurio ponno essere congiunti col Sole, o quando si interpongono fra il Sole, e la terra, e quella dicesi *congiunzione inferiore*, o quando il Sole si trova fra essi, e la terra, che chiamasi *congiunzione superiore*. Nella congiunzione inferiore, purchè la latitudine del pianeta veduta dalla terra non sia maggiore del semidiametro apparente del Sole, il pianeta dee vedersi in faccia al Sole a guisa d'una macchia; mercurio fu veduto nel Sole prima di tutti dal Gassendo l'anno 1631, e dopo vi è stato osservato da altri, ed ultimamente ancora l'anno 1723. Venere ancora vi fu veduta dall'Horoccio del 1639 ne più vi si vedrà fino al 1761. Nella congiunzione superiore se la latitudine geocentrica è minore del semidiametro apparente del Sole, questo dovrà coprire il pianeta, e renderlo invisibile. I suddetti pianeti inferiori, come dal medesimo sistema è manifesto, non ponno mai essere opposti al Sole a vederli dalla terra, mentre l'orbita loro tutta è rinchiusa dentro l'orbita di questa. Anzi ne pure ponno giungere all'aspetto quadrato col Sole, cioè a 90 gradi di distanza apparente, o di differenza di longitudine, atteso, che l'angolo massimo, che qualsivoglia semidiametro della loro orbita può sottendere nella terra, non giunge a tal misura, ma al più è di gradi 48 in venere, e di 30 in mercurio, come può dedursi col calcolo dei semidiametri delle orbite dati di sopra, e queste si chiamano le loro *massime digressioni dal Sole*; la figura ellittica dell'orbita fa, che tali digressioni non debbano sempre essere d'una stessa misura.

VI. Quanto a' pianeti superiori, quando essi veduti dalla terra sono congiunti al Sole, si trovano necessariamente in quella parte della loro orbita, che allora è più lontana alla terra, e sono superiori al Sole. E siccome le orbite loro rinchiudono quella della terra, così ponno vedersi in ogni aspetto, ed anco in opposizione col Sole, nel qual caso si chiamano *acronici*.

VII. A queste diversità di aspetti dei pianeti col Sole vanno

vanno congiunte le vicende del loro accostamento, e scostamento dalla terra, e insieme quelle delle loro apparenti illuminazioni, che si dicono *fasi*; perocchè si suppone comunemente nell' astronomia fisica (almeno de' più moderni, e che seguono l' ipotesi di copernico), che i pianeti sieno corpi globosi, ed opaci, ne abbiano lume proprio, ma lo ricevano dal Sole, e i fenomeni comprovano questa supposizione. Considerando per tanto, che la metà, o incirca del loro globo sempre vien illustrato dal Sole, e parimente la metà, o incirca del medesimo sempre vien veduta dalla terra, ma che tuttavia quella metà, che è illustrata dal Sole, non è sempre quella, che è veduta dalla terra, intenderemo quali apparenze d' illuminazioni debbano avere, ed abbiano in fatti i pianeti nelle diverse loro positure rispetto al Sole, e alla terra.

VIII. In primo luogo quanto a' pianeti inferiori posta la terra in qualsivoglia punto (*Fig.92*) della sua orbita T, e posta a cagion d' esempio venere nel punto V della sua, nel centro delle quali orbite è collocato a un dipresso il Sole S, se congiungeremo SV, TV il diametro di ♀ ab perpendicolare ad SV determinerà l' emisfero di esso bca illustrato dal Sole, e il diametro dh perpendicolare a TV determinerà l' emisferio deh veduto dalla terra, i quali emisferi avendo la parte comune beh, questa sola parte del pianeta apparirà a noi luminosa, e il rimanente bd oscuro; onde venere non apparirà allora rotonda, ma scema di lume in bd, e dai semidiametri noti ST, SV, e dall' angolo di distanza apparente di venere dal Sole STV, preso a volontà, si potrà sapere l' angolo SVT eguale al dVb, che determinerà, quanto del diametro di venere sia mancante di lume, e per conseguenza quanto venere abbia di luminoso, e il medesimo si potrà fare per mercurio.

IX. Si troverà dunque con questo metodo, che l' uno, e l' altro di questi pianeti dee soggiacere a quella varietà di fasi, che appunto in essi col telescopio si osservano, e che immitano le fasi lunari, salvo quel piccolo divario, che dee nascere dalla inclinazione delle loro orbite all' orbita terrestre, e dal non esser l' orbita del pianeta perfettamen-

tamente circolare, e concentrica al Sole, il che quì si è trascurato. Imperciocchè, quando essi sono vicini alla congiunzione superiore col Sole, cioè verso il punto A (posta la terra in qualsisia punto T) apparifscono sensibilmente rotondi, e pieni di lume; questa positura però in mercurio è quasi impossibile ad osservarsi, ma venere si vede ad una assai piccola distanza dal Sole, e quando avesse latitudine notabile, potrebbe forsi vedersi lo stesso giorno della sua congiunzione superiore. Ove poi sieno alquanto più lontani dal Sole, come in V, cominciano sensibilmente a scemar di lume, ed imitano la luna non affatto piena, che i latini chiamano *gibba;* quindi situati, che sieno rispetto alla terra, come in B, si veggono poco più, che dimezzati, e nella positura C, in cui la retta C T toccherebbe l'orbita, che è il sito della massima loro digressione, apparifscono precisamente dimezzati, o *dicotomi*, e dopo ciò accostandosi alla congiunzione inferiore in D, veggonsi *cornuti*, o *falcati*. Nel punto D debbono perdersi di vista, se non quanto ponno apparire nel Sole a guisa di macchia, come si è detto, tuttavia venere, quando abbia molta latitudine, apparisce sottilissimamente falcata assai presso al tempo della congiunzione inferiore, e le medesime fasi debbono poscia ritornare con ordine contrario nel passare di nuovo dalla congiunzione inferiore D alla superiore A per D E A.

X. Quanto a' pianeti superiori, se nello stesso modo si cercheranno le loro fasi ne' diversi loro aspetti col Sole trovasi, che saturno, e giove non ponno mai apparire sensibilmente scemi di lume, ma sempre rotondi, perocchè la piccolezza dell' orbita terrestre in proporzione delle orbite di questi pianeti fa, che sensibilmente sia lo stesso il vederli da qualsivoglia punto, ove sia situata la terra, che il vederli dal Sole. Rispetto a marte si troverà, che verso le sue quadrature col Sole dee parere di figura *gibba*, e tale in fatti si osserva con esquisiti cannocchiali.

XI. A misura di queste vicende di lume si troverà eziandio variare la misura de' diametri apparenti de' pianeti. Perocchè gli inferiori si trovano notabilmente più grandi verso la congiunzione inferiore col Sole, che presso la superiore

riore, e i superiori più grandi, allorchè sono opposti, che quando sono congiunti al Sole, e queste variazioni de' diametri apparenti seguono esattamente la ragione inversa delle distanze dalla terra dedotte dalle misure di questa ipotesi; purchè però le osservazioni dei diametri suddetti, non si facciano ad occhio nudo, (che allora l'imperfezione della nostra vista fa parere il pianeta contornato, come d'una chioma luminosa, la cui misura non si varia al variarsi della distanza del pianeta, onde il diametro apparisce sempre maggior del vero d'un eccesso costante, o quasi costante, il che ne altera le proporzioni) ma con cannocchiali guerniti di micrometri, o con altro metodo equivalente.

XII. All'osservazione delle fasi va connessa quella delle macchie, ed altre particolarità, che si veggono nella superficie dei pianeti. In mercurio però niente fin ora è stato osservato. In venere il Cassini credette vedere alcune macchie, dalle quali raccolse, che questo pianeta si aggiri intorno ad un asse nello spazio di 23 ore. Di presente Monsignor Bianchini avendo fatte nuove osservazioni di questo pianeta con lunghi cannocchiali sta per pubblicarle, onde si può sperare di rilevar da esse qualche cosa di più preciso intorno alle sue macchie, e al suo movimento. Quanto a marte, allorchè più s'accosta alla terra trovandosi nell' opposizione col Sole lascia vedere nella sua faccia alcune macchie, che sebbene cangiano ordinariamente di figura, e di situazione nel tempo di pochi giorni, sono però tanto permanenti, quanto basta per accertarsi, che egli si muove intorno ad un'asse compiendo il suo giro nel tempo di 23 ore incirca. Rispetto a giove, la figura di esso è stata trovata dal Cassini non ben rotonda, ma alquanto schiacciata. Egli appare sempre circondato da alcune zone, o fasce, ma nel numero, nella grandezza, e nella situazione di esse si vanno osservando delle mutazioni. Talvolta ancora appariscono in esse macchie più dense a guisa di nuvoletti, che poi col tempo si dissipano, ma stanno per lo più affissi ad una determinata parte della sua superficie, e dal moto di essi si è raccolto, che egli ancora si rivolga intorno al proprio asse compiendo un periodo di questa rivoluzione

in

in ore 10 incirca. Finalmente saturno nulla ha di particolare, fuorchè un'anello, o corona di figura piana, e che prodotto passerebbe per lo centro del pianeta, il qual anello lo circonda d'intorno senza toccarlo. Le apparenze, che fa questo anello, veduto dalla terra, sono maravigliose, e si spiegano tutte prendendo per ipotesi, che il piano di esso sempre si mantenga parallelo a se stesso, e a un di presso parallelo al nostro equatore terrestre, da che dee nascere, che in diverse positure della terra, e di saturno rispetto al Sole l'anello si vegga da noi in diversi scorci, cioè ora per taglio, nel qual caso si perde di vista, ora alquanto obbliquamente, e ciò più, o meno, ne'quali casi si vede in figura ellittica più, o meno acuta. La descrizione, e la teoria di queste fasi, può vedersi nel sistema di saturno, che pubblicò Cristiano Ugenio, il quale fu il primo a scoprirlo; ed anco nelle memorie dell'Accademia Regia delle scienze di Parigi dell'anno 1715.

Sezione III.

Delle velocità apparenti de' pianeti primari, e delle loro stazioni, retrogradazioni, e direzioni.

I. Ancorchè si supponesse tanto la terra, quanto ciascuno de' pianeti moversi con moto perfettamente equabile per la sua orbita, e la figura di queste fosse circolare, e concentrica al Sole, nulladimeno in virtù della traslazione della terra, e delle diverse positure di essa rispetto al pianeta, ed al Sole dovrebbe il loro moto, veduto dalla terra, apparire ineguale, e tale in fatti apparisce. Questa inegualità dunque, che nel sistema di Copernico è meramente ottica, chiamasi la *seconda inegualità* de' pianeti; imperocchè il nome *di prima inegualità* dassi a quell' altra reale, e propria a ciascuno, che dipende dalla figura delle orbite, e dalle leggi, colle quali i pianeti le scorrono, e combinandosi l'una, coll'altra inegualità, ne nasce, che molto più ineguale debba poscia apparire il loro moto, vedendolo dalla terra. L'una, e l'altra di queste inegualità, va-

 riando

riando dunque il luogo del pianeta veduto dalla terra, produce in esso diverse vicende, tanto in longitudine, quanto in latitudine. Se la terra fosse immobile, quando essa si trovasse però fuori della linea dei nodi, non dovrebbe il pianeta apparire muoversi per un circolo massimo, ma descrivere una superficie conica, il cui vertice sarebbe nella terra, e la base l' orbita del pianeta, onde le latitudini di questo non crescerebbero, o scemerebbero, che assai irregolarmente, e come richiede una tal superficie, e molto più irregolarmente si dovranno cangiare, movendosi la terra. Ma lasciando da parte le vicende delle latitudini, consideriamo quelle delle longitudini.

II. La seconda inegualità è così notabile, che non pure può far apparire, ora più lento, ora più veloce in longitudine un pianeta, che movasi di moto perfettamente equabile, circolare, e concentrico, ma in oltre lo fa per qualche tempo apparire immobile, nel qual caso chiamasi *stazionario*, e poi anco mosso contro l' ordine de' segni, e allora dicesi *retrogrado*, finchè di nuovo rendutosi stazionario, torni a vedersi movere secondo l' ordine de' segni col moto ordinario, che si denomina *diretto*.

III. Per ispiegare tutte queste vicende, e in primo luogo nei pianeti inferiori, sia il pianeta (*Fig.* 93) nel punto della sua orbita P, e supponiamo, che nel tempo stesso, la terra sia nella sua orbita nel punto T talmente situato, che i due archi minimi delle dette orbite Pp, Tt, i quali si scorrono in uno stesso minimo tempo dal pianeta P, e dalla terra T, e che non diferiscono sensibilmente dalle tangenti PpM, TtM, restino compresi fra due linee parallele TP, tp, il che è necessario, che succeda in qualche punto dell' orbita terrestre di sotto alla tangente PM, purchè l' arco Tt sia minore di Pp, come necessariamente lo è; perchè essendo la velocità della terra (per le cose dette) minore di quella del pianeta inferiore, è forza, che l' arco Tt descritto da quella in un tempo minimo sia minore dell' arco Pp descritto dal pianeta in tempo eguale, e noi fra poco mostremo, come dato il punto P, si possa sempre trovare il punto T, che abbia la proprietà suddetta. Ciò posto, egli è ma-

manifesto, che essendo la terra in T, e il pianeta in P, questo si riferirà dalla terra al punto della sfera E, e di nuovo posta dopo un minimo tempo la terra in t, e il pianeta in p, egli si riferirà al punto della sfera e, il quale fisicamente è lo stesso col punto E, onde il pianeta non si sarà punto avanzato, ne ritirato a vederlo dalla terra, e apparirà stazionario. Il medesimo dee succedere (stando sempre il pianeta in P) se la terra si troverà nel punto N per modo, che tirando SPK, sia l'arco KN eguale al TK, cioè l'angolo KST eguale all'angolo KSN, ma non potrà già succedere in altri punti, fuorchè nei due N, T. E perchè l'istesso discorso si applica in qualunque punto diverso da P si trovi il pianeta sulla sua orbita, e l'angolo KST, o KSN (il qual angolo generalmente dicesi ***anomalia dell' orbe***, o ***argomento dell' orbe***, e nel caso speciale, di cui si parla, vien detto ***angolo di commutazione***) dee sempre trovarsi della stessa determinata misura, quindi è, che per ciascun pianeta inferiore si dà necessariamente una determinata misura d'anomalia dell'orbe, posta la quale, dee il pianeta apparire stazionario dalla terra in qualunque sito delle orbite ciò succeda.

IV. Se ora si considererà, che quando il pianeta P pare stazionario dalla terra T, anco la terra dee parere stazionaria del pianeta P, riferendosi ai punti della sfera F, f, che sono fisicamente un solo punto; facilmente s'intenderà, che le medesime cose debbano verificarsi anco ne' pianeti superiori, bastando per questi supporre, che la terra camini per l'orbita Pp, e il pianeta per l'orbita Tt, e replicar poscia tutto il contesto della dimostrazione ora addotta.

V. Per determinare quanto sia in ciascuno pianeta l'angolo della commutazione, figuriamo prima il caso in un pianeta inferiore, la cui orbita [*Fig.94*] sia POD, quella della terra QTV, e il Sole nel loro centro S. Prendasi in POD qualsivoglia punto P, e tirisi la tangente QPV, che tagli l'orbita terrestre in Q, V, e fatto sopra QV il semicircolo QOV, e alla medesima QV tirata la perpendicolare BP, facciasi, come la velocità della terra a quella

del pianeta, così PV a PB. Tirisi poscia BK, che tocchi il semicircolo QOV in K, il che sempre potrà farsi per essere PB maggiore del semidiametro di questo PV (stante, che la velocità del pianeta inferiore è maggiore di quella della terra,) e dal punto G, ove BK taglierà QV, tirisi GT tangente l' orbita terrestre in T dalla parte del segmento minore QTV di quest' orbita, e si congiungano TS, TP. Dico, che TSP è l' angolo della commutazione del pianeta, cioè a dire, che se, trovandosi il pianeta in P, la terra sarà in T, il pianeta si vedrà stazionario, e lo stesso seguirà in ogni altra parte delle dette orbite quando le linee, che dal Sole vanno al pianeta, e alla terra, faranno un' angolo eguale al TSP. Imperocchè congiunta PK i triangoli simili BPG, PKG daranno GP: PB:: GK: PK. Ma GK = GT (perchè il medesimo rettangolo QGV tanto è eguale al quadrato della tangente GK, quanto a quello della GT,) e in oltre PK = PV; dunque GP: PB:: GT: PV, e alternando GP: GT:: PB: PV. Ma per la costruzione come PB a PV, così la velocità del pianeta a quella della terra; dunque come GP a GT, così la velocità del pianeta a quella della terra. Presi dunque i due minimi archi descritti ad un tempo stesso Pp, Tt, che coincidono colle loro tangenti, dovendo questi archi essere anch' essi come le dette velocità, saranno, come le tangenti GP, GT; dunque congiunta pt sarà parallela a PT; e per conseguenza posto il pianeta in P, e la terra in T il pianeta apparirà stazionario, e l' angolo PST sarà quello della commutazione. E' da notare, che la medesima costruzione potrebbe farsi all' altra estremità Q della tangente VQ, e si avrebbe un' altro punto N corrispondente al punto T, ma l' angolo della commutazione si troverebbe della stessa misura. E' ancora da avvertire, che se dal punto G si tirasse la tangente all' orbita terrestre non dalla parte di sotto in GT, ma di sopra in GH, il punto H non soddisferebbe alla quistione ne' supposti di questa, cioè, che tanto la terra, quanto il pianeta si movono sempre secondo l' ordine de' segni, ma nel supposto contrario, cioè, che avanzandosi il pianeta da P in p secondo l' ordine suddet-

to

to la terra si ritirasse per l'arco minimo hH contro l' ordine medesimo, onde è, che l' angolo fatto nel pianeta inferiore P al tempo della stazione, cioè l' angolo TPS sempre dee essere ottuso.

VI. L' istessa costruzione servirà per li pianeti superiori, purchè in tal caso si faccia PV a PB, come la velocità del pianeta à quella della terra, al contrario di quel, che si è fatto per gli inferiori, dovendo quì servire POD per l' orbita terrestre, e QTV per quella del pianeta. Nell' uno, e nell' altro caso però questa costruzione non può servire in pratica, atteso, che ne le orbite sono circolari, ne concentriche, ne le velocità equabili, e solamente ponno le cose dette aver uso per intendere a un di presso, come si diano necessariamente de' limiti, ne' quali in virtù della seconda inegualità, nata dalla traslazione della terra, i pianeti debbono parere stazionari.

VII. Tutto ciò premesso, è facile il distinguere, in quali positure rispetto al Sole, e alla terra debbano vedersi i pianeti retrogradi, o diretti stando sempre nell' ipotesi de' moti circolari, ed equabili, e prima quanto agli inferiori, sia l' orbita d' uno di essi abc, (*Fig.* 95) quella della terra ABC, il Sole in S, e suppongasi, che posto il pianeta in a, e la terra in A, l' anomalia dell' orbe aSA sia quella, che conviene al detto pianeta, onde egli debba apparire allora stazionario in E. Proseguendo poscia tanto la terra, quanto il pianeta il loro moto secondo l' ordine de' segni, essendo che la linea aS cammina più velocemente della AS, dovrà l' angolo aSA andarsi ristringendo, e ridursi finalmente a nulla, coincidendo le dette rette in una sola. Poniamo, che ciò succeda nella positura SB, trovandosi la terra in B, e il pianeta in b, cioè nella congiunzione inferiore, e apparendo allora il pianeta nel punto medesimo H col Sole S. Prendendo dunque l' arco bc eguale all' ab, e parimente il BC eguale all' AB, si troveranno di nuovo il pianeta, e la terra ad un tempo stesso ne' punti c, C, e l' angolo CSc sarà di nuovo della misura dovuta all' angolo di commutazione, onde il pianeta apparirà nuovamente stazionario nel punto G determinato dalla retta Cc. Se ora con-

considereremo il moto del pianeta veduto dalla terra fra le due stazioni, lo troveremo retrogrado; mentre nella prima stazione il pianeta apparve in E, poscia nella congiunzione inferiore in H, e nella seconda stazione in G, de' quali punti E, H, G l'ordine è contrario a quello de' punti A, B, C, o pure a, b, c, cioè all' ordine de' segni. E se fra A, e C prenderemo qualsivoglia altro punto Q, e noteremo il suo punto corrispondente q nell' orbita del pianeta, è facile il vedere, che la linea Qq prolungata verso le parti superiori cada fra E, et G, ne potrà intersecare alcuna delle linee Aa, Bb, Cc, o delle altre similmente tirate per i luoghi corrispondenti del pianeta, e della terra, ma tutte saranno divergenti dalla parte suddetta, onde si conchiude, che il pianeta fra le due stazioni suddette apparirà perpetuamente retrogrado.

VIII. Dopo la stazione in Cc dovrà il pianeta cominciare a farsi diretto; perocchè le linee, che congiungono i punti corrispondenti, essendosi dalla divergenza, in cui erano nel tempo della retrogradazione, ridotte nella stazione al parallelismo, debbono passare alla convergenza, e intersecarsi da quella parte, da cui prima si scostavano. Così avanzatasi la terra in M, e il pianeta in m, la linea Mm taglierà in qualche punto la CG fra i due punti infinitamente distanti C, G, e segnerà nella sfera il luogo del pianeta R più avanzato secondo l'ordine de' segni del punto G ultimo termine della retrogradazione, e così di mano in mano andrà succedendo sempre, finchè ricongiuntosi il pianeta al Sole nella parte superiore dell' orbita, e poi di nuovo scostatosene, e rendutosi ottuso l'angolo, che si fa nel pianeta dalle linee tirate al Sole, e alla terra, l'altro, che fassi nel Sole, torni alla misura aSA, e con ciò segua una nuova stazione del pianeta.

IX. Da tutto ciò si raccoglie, che i pianeti inferiori nella loro congiunzione superiore col Sole sempre appariscono diretti, e seguono a comparir tali, fin dopo la loro massima digressione, nel qual tempo l'angolo al pianeta è retto; e divenuto poscia quest' angolo ottuso, cioè passata la detta digressione massima, vi è un limite, in cui si fanno

stazio-

ſtazionari, ed è allora, che l' angolo nel Sole giunge in quella miſura, che chiamaſi di commutazione per quel pianeta, e che di ſopra ſi è determinato; dopo di che veggonſi retrogradare, e con tal moto retrogrado paſſano alla congiunzione inferiore, e quindi all' altra ſtazione, dopo di che avanti di giungere alla maſſima digreſſione ſi rendono diretti, e così ritornano alla congiunzione ſuperiore rinovandoſi col medeſimo ordine le apparenze di prima.

X. Quanto ai pianeti ſuperiori, per conſiderarne le vicende, può ſervire la medeſima figura, dando l' orbita a b c alla terra, e la A B C al pianeta, e prolungando le linee A a, C c, e tutte le altre ſimili della parte oppoſta in K, F, I. Imperocchè per tutto il tempo, che la terra vede il pianeta inferiore retrogrado, è chiaro, che queſto pianeta vede anche egli la terra retrograda, e l' iſteſſo vale del tempo delle ſtazioni, e delle direzioni, onde ponendo la terra nell' orbita del pianeta inferiore, e il pianeta ſuperiore in quella della terra, può ciaſcuno determinare quali moti debbano in queſto pianeta apparire dalla terra, il che noi per brevità non faremo, e ſolo avvertiremo, che nel caſo preſente quando a S A è l' angolo di commutazione, l' angolo ottuſo di quel triangolo dee farſi nella terra, e non nel pianeta; e che la poſitura S B F, in cui le linee a S, A S ſi riducono ad una ſola B S, non è la congiunzione, ma l' oppoſizione col Sole del pianeta veduto dalla terra. Ciò avvertendo ſi troverà, che il pianeta ſuperiore, quando è congiunto al Sole dee apparire diretto, che poſcia ſcoſtatoſene, e paſſata quella miſura, in cui la terra veduta dal pianeta ſuperiore parerebbe nella ſua maſſima digreſſione (nel qual tempo l' angolo della terra è retto, e il pianeta appariſce da queſta in quadrato col Sole,) e con ciò fattoſi l' angolo nella terra ottuſo, vi è un limite, in cui il pianeta apparirà ſtazionario, e in tale ſtato giungerà alla oppoſizione, ed anco oltre di eſſa fino all' altra ſtazione, determinata da un ſimil angolo di commutazione, dopo di che il pianeta ritornerà a parer diretto, e paſſerà col medeſimo ordine alle primiere apparenze.

XI. Molte coſe potrebbero aggiungerſi in queſto particolare,

colare, ma che sono di maggior curiosità, che utilità. Ciò che solamente noteremo, sarà, che, sebbene tutto il discorso fin ora fatto suppone le orbite circolari in un medesimo piano, e che abbiano per centro il Sole, e i moti equabili, si può tuttavia discretamente applicare alle vere ipotesi delle orbite ellittiche inclinate fra loro, e dei moti inequali, attesa la poca eccentricità, e la poca inclinazione, come pure la non molta inegualità dai moti di ciascun pianeta, ne altro divario vi sarà, che nelle misure degli angoli della commutazione, che riusciranno diverse in un medesimo pianeta, secondo i diversi punti delle orbite del pianeta, e della terra, ne' quali si faranno tali angoli, da che seguirà, che il tempo dell' opposizione ne' superiori, o quello della congiunzione inferiore negli inferiori, non caderà sempre precisamente in mezzo alle due stazioni, e che i luoghi di queste apparenze ridotti all' ecclittica saranno alquanto diversi da quelli, ne' quali succedono nelle orbite de' pianeti.

Sezione IV.

Del modo di determinare la positura, e il moto dei nodi de' pianeti primari, l' inclinazione delle loro orbite all' ecclittica, e la latitudine eliocentrica a qualsivoglia distanza del nodo.

I. SE si osserverà frequentemente la latitudine di qualsivoglia pianeta veduta dalla terra, allorchè essendo assai piccola va tuttavia diminuendo, si incontrerà finalmente nel tempo, in cui essa è nulla, o per lo meno si potrà questo tempo raccorre dalle osservazioni antecedenti, nelle quali sarà stata d' una specie, e delle susseguenti, nelle quali sarà stata dell' altra specie opposta. A quel tempo dunque, in cui la latitudine è stata nulla, è manifesto, che il pianeta si è trovato nel piano dell' ecclittica, e perchè non può trovarsi in tal piano, se non quando si trovi nella comune sezione della sua orbita coll' ecclittica, cioè nella linea dei nodi, chiaro è, che allora egli è passato per que-

sta

sta linea, e che veduto dal Sole egli si riferiva all' uno dei nodi. Sia dunque (*Fig. 96*) la linea N O, in cui si tagliano l' orbita della terra B A, e quella del pianeta M Q, la quale retta passa per lo Sole S. Sia stato osservato il pianeta senza alcuna latitudine dalla terra in A, e per conseguenza sia allora stato il pianeta nell' uno de' punti M, Q della sua orbita, che cadono nella retta N O, come in M, e per l' osservazione siasi misurata la distanza del Sole dal pianeta veduta dalla terra S A M. Si aspetti di nuovo, che il pianeta torni ad apparire senza latitudine, e dalla medesima parte della sua orbita, cioè che di nuovo egli passi da quella medesima specie di latitudine, che aveva avanti la prima osservazione, a quella spezie, che aveva dopo di essa, [il che indicherà esser egli tornato al medesimo punto M, e non all' opposto Q,] e poniamo, che in questa seconda osservazione la terra sia in B, d' onde venga parimente osservata la distanza del pianeta dal Sole S B M. Si tirino le linee, che la figura mostra. Poichè è dato il tempo di ciascuna delle due osservazioni, sarà dato, per la teoria della terra, l' angolo A S B colle rette A S, B S, e tutto il triangolo A B S. Dai dati angoli B A S, S A M risulterà l' angolo B A M. Parimente dai dati S B A, M B S si avrà l' angolo M B A, e nel triangolo M B A si potrà calcolare M A. Finalmente nel triangolo M A S con questo dato M A, e cogli altri avuti di sopra S A, e S M A, si calcolerà l' angolo M S A. Poichè dunque è data la longitudine della terra veduta dal Sole nel punto K (opposto a quello, ove vedesi il Sole dalla terra,) e si è trovato l' angolo M S A, si saprà la longitudine del nodo N.

II. Con tal occasione potrà anco rilevarsi nel triangolo A S M la retta S M (distanza del pianeta dal Sole, quando egli è nel nodo M) nelle medesime parti, nelle quali sono note le due distanze del Sole dalla terra A S, B S.

III. La spiegazione presente si è addatta al caso d' un pianeta superiore, ma il metodo sarà l' istesso, anche trattandosi d' un inferiore due volte osservato nel nodo medesimo m della sua orbita m A B da due luoghi della terra a, b.

IV. Se dopo avere determinata la longitudine d' un nodo N, per mezzo di due passaggi osservati d' un pianeta per esso nodo, si determinerà col medesimo metodo la longitudine dell' altro nodo O, con due passaggi del medesimo pianeta per esso, si dovrà trovare il luogo di questo diametralmente opposto al luogo dell' altro, se sussiste la supposizione, che le orbite si taglino nel centro del Sole, e così in fatti si troverà, per quanto può dedursi dalle osservazioni, le quali a tal fine si richieggono assai dilicate.

V. Nel determinare il luogo de' nodi, si avrà ad un tempo stesso la longitudine eliocentrica del pianeta posto nella linea ON, che sarà la medesima, che quella del punto N, o del punto O.

VI. Benchè fra l' una, e l' altra delle osservazioni, che si impiegano in questo metodo, il nodo cangi qualche poco di longitudine, il che rende il metodo meno esatto, si può tuttavia trascurare tal piccola differenza, almeno ne' pianeti più veloci, ne' quali ponno aversi i ritorni al medesimo nodo in tempi poco distanti. Negli altri più pigri, come in saturno, e giove, per isfuggire l' errore al possibile, si ponno le longitudini della terra, e del Sole, che vi si impiegano, contare non dal principio d' ariete razionale, ma dalla prima stella dell' ariete sidereo, rispetto al qual punto i nodi, o sono immobili, o si movono quasi insensibilmente nello spazio d' un' intera rivoluzione del pianeta.

VII. Si potrebbe eziandio avere con una sola osservazione la positura de' nodi, se si dasse caso in mercurio, o in venere, che essi si vedessero precisamente nel centro del Sole nella congiunzione inferiore, e nei superiori, se, nell' istante dell' opposizione col Sole, fossero affatto senza latitudine. Ancorchè però in questi casi abbiano tanto i superiori, quanto gli inferiori qualche latitudine, se ne può ricavare assai sicuramente il luogo del nodo, impiegandovi un metodo, che suppone prima determinata la distanza del pianeta dal Sole, le quali distanze, benchè esattamente non si possono avere, se non con altri metodi da riferirsi più abbasso, pure, se la latitudine del pianeta nel tempo della congiunzione, non sarà che molto poca,

si può

si può far uso delle medie distanze de' pianeti dal Sole di sopra riferite in questa maniera. Si osservi la latitudine del pianeta per alcun tempo, avanti, e dopo la congiunzione, o l' opposizione suddetta. Dal progresso di essa, si calcoli l' ora, in cui la latitudine fu nulla, e il pianeta trovavasi nel nodo. Parimente dal progresso delle longitudini osservate del pianeta, e del Sole si deduca la longitudine dell' uno, e dell' altro, vista dalla terra, all' ora, a cui si è trovato, che il pianeta fu nel nodo. Il paragon di queste longitudini darà l' angolo della distanza vista dalla terra, del pianeta dal Sole all' ora suddetta. Sia quest' angolo A B C, nella (Fig. 97), nella quale la terra è in B, il Sole in A, il pianeta in C, nella linea de' nodi A N, nel triangolo A B C, il quale è nel piano dell' ecclittica, date le distanze della terra, e del pianeta dal Sole, cioè le rette A B, A C, e l' angolo A B C distanza veduta dalla terra del Sole dal pianeta, si avrà l' angolo B A C. Onde essendo nota la longitudine della terra B, veduta dal Sole, sarà anche nota la longitudine del pianeta C, o sia del nodo N, a cui il pianeta corrisponde, veduto parimente dal Sole. Questa figura si è adattata al caso d' un pianeta superiore presso all' opposizione, ma con poco divario si può applicare a un' inferiore presso la congiunzione inferiore.

VIII. In qualunque maniera si determini il luogo del nodo d' un pianeta, se due di queste determinazioni si faranno in tempi lontani fra loro di qualche gran numero d' anni, o di secoli si avrà il moto dei nodi, e potrà vedersi, se sia precisamente eguale alla precessione degli equinozi, o diverso da questa, dal che abbiamo detto dubitarsi dagli astronomi. Potranno ancora farsene le epoche per calcolarne a qualsivoglia tempo dato la longitudine.

IX. Trovati i luoghi dei nodi per rinvenire l' inclinazione dell' orbita del pianeta superiore, o inferiore al piano dell' ecclittica, si aspetti quel tempo, in cui il Sole si vedrà dalla terra nell' uno dei nodi del pianeta, il che due volte l' anno dee accadere, e dalla teoria nota della terra può sapersi quando accada. A quel tempo dunque osservisi dalla terra la latitudine del pianeta, e l' apparente distan-

za di esso dal Sole in longitudine. Sia (*Fig.* 98) la terra in T, il Sole in S, amendue nella linea dei nodi N O, il pianeta nei punto P della sua orbita. Tirando P E perpendicolare al piano dell' orbita terrestre T Q, o sia dell' ecclittica N M O congiungendo P T, E T, sarà P T E la latitudine veduta dalla terra, nota per l' osservazione. Tirando dunque per lo punto S nel piano dell' ecclittica la retta S R parallela a T E, e nel piano dell' orbita del pianeta la retta S X parallela a T P, e prolungandola fino alla sfera dell' universo in R, X sarà l' angolo R S X eguale all' angolo osservato P T E. Intendendo dunque tirato nella detta sfera l' arco di circolo massimo R X, il quale sarà perpendicolare all' ecclittica N R O, e misurerà il detto angolo R S X, nel triangolo sferico N R X rettangolo in R sarà noto, oltre il detto lato R X, anche il lato N R, che misura l' angolo N S R eguale per costruzione alla distanza apparente S T E del pianeta dal Sole, e però si potrà calcolare l' angolo R N X, che è l' inclinazione dell' orbita coll' ecclittica.

X. Il punto I distante dai nodi gradi 90 sarà il limite della latitudine del pianeta, la cui misura è l' arco di circolo massimo M I, perpendicolare tanto all' ecclittica terrestre N M O, quanto a quella del pianeta N I O, o pure l' angolo sferico M N I eguale all' angolo piano I S M, o P F E, cioè all' inclinazione trovata del piano dell' orbita a quello dell' ecclittica. Onde posto il pianeta in qualsivoglia punto dell' orbita K, tirando S K X, se sarà nota la sua distanza del nodo N, cioè l' angolo N S K, o sia l' arco N X, (che chiamasi *argomento della latitudine*) nel triangolo sferico N X R, in cui l' arco X R è perpendicolare all' ecclittica, col detto arco N X, coll' angolo poc' anzi determinato X N R, e il retto R si calcolerà l' arco R X misura dell' angolo piano R S X, che sarà per allora la latitudine eliocentrica del pianeta. L' istessa latitudine si potrà avere, se in luogo dell' arco N X sarà dato N R distanza del pianeta dal nodo ridotta all' ecclittica.

Sezione V.

Come da luoghi de' pianeti osservati dalla terra, si possano ricavare i loro luoghi veduti dal Sole, e le distanze da esso.

I. Quando un pianeta inferiore veduto dalla terra è congiunto al Sole, senza alcuna latitudine, (il che non è osservabile, se non nel caso della congiunzione inferiore,) è manifesto, che il luogo del pianeta, veduto dal Sole nell' ecclittica, è diametralmente opposto al veduto dalla terra, e l' uno, e l' altro luogo cade precisamente nel nodo, onde dalla longitudine veduta allora dalla terra subito si ricava la veduta dal Sole. L' istesso succederebbe, quando un pianeta superiore si vedesse dalla terra in opposizione col Sole, e senza latitudine; ma allora la longitudine veduta dal Sole, e dalla terra non cadrebbero in parti opposte nell' ecclittica, ma nel medesimo punto, come pure seguirebbe, se un pianeta superiore si potesse vedere senza latitudine in congiunzione, o un' inferiore nella congiunzione superiore col Sole. In tutti questi casi però non può determinarsi la distanza del pianeta dal Sole.

II. Quando poscia si darà caso, che possa osservarsi un pianeta, o congiunto, o opposto al Sole, ma con qualche latitudine, allora la longitudine eliocentrica sarà, come poc' anzi, o la medesima, o diametralmente opposta alla geocentrica, secondo le distinzioni date nel precedente articolo; intendendo però tal longitudine eliocentrica ridotta all' ecclittica, e non considerata nell' orbita del pianeta, perocchè allora propriamente si chiamano i pianeti congiunti, o opposti al Sole, quando la loro longitudine geocentrica così ridotta, e riguardata nell' ecclittica, è la medesima, o pure, è opposta. In tali casi purchè si sappia il luogo dei nodi, e l' inclinazione dell' orbita, si può dall' osservazione della latitudine del pianeta ricavare la distanza di esso dal Sole nel seguente modo, per cui abbiamo addatato la figura 99 al caso della opposizione d' un pianeta su-

ſuperiore, ma con poca mutazione può ridurſi ai caſi della congiunzione. Nel triangolo P T S, in cui P è il pianeta, T la terra, S il Sole, e il piano del triangolo è perpendicolare all' ecclittica (perciocchè è il medeſimo col piano del circolo C L E retto all' ecclittica celeſte N E, al cui punto E ſi riferiſce in longitudine dalla terra il pianeta, e dal Sole tanto il pianeta, quanto la terra), eſſendo dato l' angolo P T E, che è la latitudine geocentrica oſſervata, e l' angolo P S T, miſurato dall' arco L E, latitudine eliocentrica (queſta è data, perciocchè ſupputandoſi il luogo del nodo N, e per conſeguenza l' arco N E diſtanza del pianeta dal nodo ridotta all' ecclittica coll' inclinazione L N E, ſi potrà per l' art. 10 della Sezione precedente calcolare L E) ſi avrà la proporzione dei lati S T, S P, onde eſſendo noto S T per la teoria della terra, ſi ſaprà ancora S P diſtanza del pianeta dal Sole. Se vorrà in oltre ſaperſi, a qual punto preciſo dell' orbita del pianeta convenga tal diſtanza, ſi dovrà nel triangolo sferico L N E coi dati di ſopra calcolare N L, che miſura l' angolo L S N, con che verrà a ſaperſi qual' angolo faccia colla linea dei nodi la diſtanza trovata S P, e qual longitudine abbia il punto P, ovvero L nell' orbita, contando dal principio d' ariete I ſull' ecclittica del pianeta.

III. Più difficile è il ricavare il luogo eliocentrico del pianeta, e la loro diſtanza dal Sole, da una ſola oſſervazione, che ſia fatta fuori della congiunzione, e della oppoſizione. Sia pertanto, (nel caſo d' un pianeta ſuperiore, dacchè con poca differenza può vederſi quello, che ſi debba fare in un' inferiore) il Sole in S, la (*Fig.* 100) terra ſulla ſua orbita in T, il pianeta nella ſua in P, la linea dei nodi S N O, uno di eſſi nodi O, l' ecclittica nella sfera del mondo V O M K, e l' ecclittica del pianeta I O E L. Sia ſtata oſſervata la latitudine del pianeta viſta dalla terra, la quale ſia l' angolo P T B, nel qual triangolo P B è perpendicolare al piano dell' ecclittica, e per conſeguenza il piano del triangolo retto al piano di queſta, ſi prolunghi B T fino all' incontro della linea dei nodi in N, e congiungaſi N P, che ſarà nel medeſimo piano retto all' ecclittica, onde alzando

zando dal punto T la retta TD perpendicolare anch' essa al piano di questa, essa sarà nel medesimo piano, ed incontrerà NP in un punto, che sia D, si tiri ancora TC perpendicolare alla linea dei nodi, e congiungansi CD, SP, SB. Suppongasi finalmente, che oltre la latitudine, sia stata osservata la longitudine del pianeta, e però si abbia noto l' angolo STB differenza delle longitudini del Sole, e del pianeta vedute dalla terra. Ciò posto, ordinerassi il calcolo in tal guisa.

Nel triangolo STC rettangolo in C, il qual triangolo è nel piano dell' ecclittica, si ha per la teoria della terra il lato ST, distanza di questa dal Sole al tempo dell' osservazione, e si ha in oltre l' angolo TSC, o sia TSO, differenza tra la longitudine della terra, e quella del nodo O vedute dal Sole. Si avrà dunque la retta CT, e l' angolo STC. Nel triangolo CTN rettangolo in C, posto anch' esso nel piano dell' ecclittica, in cui si è trovata CT, e si ha l' angolo CTN, che risulta dal sottrare l' angolo poc' anzi trovato STC da tutto l' angolo STN, il quale è noto per esser supplemento dell' angolo dato STB, si troverà NT.

Nel triangolo CDT, posto in un piano retto all' ecclittica, e rettangolo in T, avendosi già CT, ed essendo l' angolo DCT noto come quello, che è l' inclinazione del piano dell' orbita al piano dell' ecclittica, si avrà DT. Nel triangolo NDT, posto in un piano retto all' ecclittica, e rettangolo in T, avendosi già NT, DT si avrà l' angolo DNT, o sia PNT.

Nel triangolo PNT, posto nel detto piano retto all' ecclittica, si ha PNT, trovato poc' anzi, si ha ancora PTN supplemento della latitudine osservata PTB, e si ha la retta NT, onde si avrà TP.

Nel triangolo PBT, che anch' esso è nel medesimo piano retto all' ecclittica, ed è rettangolo in B, dato per l' osservazione l' angolo della latitudine osservata PTB, e la retta TP trovata or ora, avrassi TB, e PB.

Nel triangolo BTS, che è posto nel piano dell' ecclittica, dato per l' osservazione l' angolo BTS, dato il lato

ST

S T, come ſopra, e il T B trovato poc' anzi, ſi avrà la retta S B, e l'angolo B S T, o ſia K S M, onde eſſendo data V M longitudine eliocentrica della terra, ſi ſaprà ancora V M K longitudine eliocentrica del pianeta ridotta all' ecclittica. Nel triangolo S B P, retto al piano dell' ecclittica, e rettangolo in B, avendoſi le rette S B, P B già trovate, ſi avrà S P diſtanza del pianeta dal Sole.

Se ſi vorrà in oltre ſapere la longitudine del pianeta eliocentrica non nell' ecclittica, ma nell' orbita, queſta ſi troverà nel triangolo sferico L K O, come nell'art. precedente.

Può darſi caſo, che ſecondo le diverſe poſiture della terra, del Sole, e del pianeta ſi debbano in queſto calcolo prendere le ſomme di alcuni angoli in luogo delle differenze, o pure i ſupplementi degli angoli in luogo degli angoli ſteſſi, e al contrario, ma ciò facilmente ſi conoſcerà dai dati medeſimi, onde ſi rimette, a chi ne' caſi particolari vorrà fare ſimili calcolazioni.

IV. Se nella oſſervazione della longitudine geocentrica anche fuori della congiunzione, o della oppoſizione ſi daſſe caſo, che il pianeta appariſſe ſenza latitudine, e per conſeguenza foſſe nel nodo, allora ſenza alcun calcolo ſi ſaprebbe la ſua longitudine eliocentrica, purchè ſi ſupponga ſempre nota quella del nodo, mentre queſta ſarebbe appunto la longitudine del pianeta. E quanto alla diſtanza del pianeta dal Sole (ſe queſta non foſſe già nota per mezzo della determinazione di quella del nodo, fatta come nel precedente articolo) facilmente eſſo ſi avrebbe nel triangolo fatto nel piano dell' ecclittica dalle linee, che congiungerebbero il Sole, il pianeta, e la terra, nel qual triangolo ſarebbero dati gli angoli al Sole, ed alla terra, e le diſtanze della terra dal Sole.

V. Nel pianeta di giove, vi è un metodo particolare per rinvenirne il luogo eliocentrico, e la diſtanza dal Sole per mezzo delle eccliſſi de' ſuoi ſatelliti, che potrebbe anco praticarſi per ſaturno. Noi lo accenneremo dopo, che avremo parlato de' pianeti ſecondari.

Sezione VI.

Della prima ricerca de' moti medii de' pianeti primari.

I. PEr ricavare il tempo a un di preſſo, in cui un pianeta compie il periodo della ſua orbita può baſtare l' oſſervarlo due volte nel medeſimo nodo; perocchè il tempo corſo fra le due oſſervazioni ſarà a un di preſſo il periodo cercato, e da eſſo ſi potranno ricavare i moti medii del pianeta diſtribuendoli per giorni, anni, &c. ne in queſta prima, e rozza determinazione è neceſſario tener conto del moto dei nodi, ſe pure ne hanno, per eſſer coſa non molto ſenſibile.

II. Si può eziandio rinvenire il periodo d' un pianeta, e determinare le quantità de' ſuoi moti medii, ſe dopo averne una volta trovato un luogo eliocentrico con alcuno dei metodi detti di ſopra, ſi oſſerverà di bel nuovo un' altra volta eſſer tornato alla medeſima longitudine eliocentrica dopo uno, o più periodi, il che può ottenerſi col fare frequenti oſſervazioni in quel tempo, in cui a un di preſſo ſi va vedendo per le oſſervazioni, che la ſua longitudine eliocentrica ſi accoſta a quella prima, a cui ſe ne aſpetta il ritorno.

Sezione VII.

Della determinazione degli afelii, delle eccentricità, e delle longitudini medie dei pianeti primari, del moto degli apſidi, e della correzione ultima de' moti medii.

I. STabilita la quantità de' moti medii di qualſivoglia pianeta a un di preſſo, per determinarne la ſpecie, e la poſitura della ſua orbita, cioè l' afelio, e l' eccentricità, come pure per ſaperne a qualche tempo le longitudini medie ad effetto di coſtituirne delle epoche, ſi ponno metter in opera ſecondo le diverſe ipoteſi, che ſi eleggono, o che ſi vogliono eſaminare, tutti quei metodi, che ſono ſtati eſpoſti trattandoſi della teoria del Sole, o ſia della terra; o

s' impieghino in questi metodi le sole longitudini osservate, cioè le eliocentriche, trovate per qualcheduna delle maniere dette di sopra, e ridotte all' orbita del pianeta (non servendo a tal uso le geocentriche,) o pure ancora le distanze del pianeta dal Sole, rinvenute anch' esse nelle maniere, che si sono spiegate. Sono a tal uso più atte delle altre le osservazioni fatte nella congiunzione, o nella opposizione de' pianeti col Sole, nelle quali si hanno le longitudini eliocentriche immediatamente, e senza calcolo alcuno, fuorchè quello delle reduzioni all' orbita, e se si vuol procedere col metodo, che si è dato nell' eccentrico, e che è ancora applicabile alla teorica ellittica del Wardo di valersi di tre di queste longitudini, due delle quali sieno osservate in due punti diametralmente opposti, [come del Sole ne' due equinozi] ponno servire quelle, che si fanno nell' uno, e nell' altro nodo, supponendo ben accertata la longitudine di questi punti.

II. Per maggior sicurezza dopo aver determinato tutto ciò, che si cerca, si potrà esaminare, se il calcolo fondato su gli elementi così stabiliti corrisponda ad altre distanze, e ad altre longitudini eliocentriche, che si siano osservate, o che dopoi si osservino, e quando vi si trovi del divario, potranno ricercarsi le medesime cose con altri dati per elegger poscia in ciascuna di queste determinazioni una misura di mezzo, o pure valersi del metodo del Maraldi, che fu accennato parlando della teorica del Sole.

III. Si potrebbe ancora nell' ipotesi ellittica (cioè tanto in quella del Wardo, quanto in quella di Keplero) sciorre il problema con un metodo, che non supponesse il Sole dover esser posto nel foco dell' ellissi, ma solo, che la figura dell' orbita fosse ellittica, e ciò con cinque distanze osservate del pianeta dal Sole, colle longitudini eliocentriche ridotte sempre all' orbita del pianeta; mentre con ciò si avrebbero cinque punti dati di posizione, per li quali si dovrà far passare un' ellissi nel modo, che hanno mostrato il Newton, l' Ospital, ed altri, ma il calcolo trigonometrico ne sarebbe troppo imbarazzato.

IV. Ne' pianeti inferiori, se da cinque diversi luoghi della

della terra nella ſua orbita ſaranno ſtate oſſervate, e miſurate cinque maſſime digreſſioni del pianeta dal Sole, ſi avranno cinque tangenti dell' orbita del pianeta, date di poſizione; onde il problema ſi ridurrà a deſcriver un' elliſſi, che tocchi cinque rette date, la cui ſoluzione veggaſi preſſo il Newton. Con tal metodo non ſolo ſi avrà la ſpecie, e la poſizione dell' orbita, ma la grandezza di eſſa, o ſia del ſuo aſſe maggiore in proporzione delle diſtanze del Sole dalla terra; ſi potrebbe ancora combinare due, o più maſſime digreſſioni con alcune diſtanze oſſervate, ma tutti queſti metodi ſono difficili da ridurre a calcolo. Più facile è trovare in queſti pianeti l' eccentricità, oſſervando due maſſime digreſſioni, una delle quali ſucceda quando ſi ſa, che il pianeta trovaſi preſſo a poco nel ſuo afelio, e un' altra, quando nel perielio, purchè allora gli angoli, che ſi fanno nel pianeta dalle linee tirate dalla terra, e dal Sole, ſi ponno prendere per retti, (eſſendo le linee per le quali vediamo il pianeta in maſſima digreſſione tangenti l' orbita, e perciò perpendicolari agli eſtremi delle linee degli apſidi), onde dall' angolo retto, e dalla quantità oſſervata della maſſima digreſſione ſi avrà la proporzione della diſtanza nota della terra dal Sole alla diſtanza afelia in un' oſſervazione, e alla perielia nell' altra, da che ſi dedurrà l' eccentricità, ma il preciſo luogo dell' afelio converrà cavarlo con altro metodo.

V. Trovato per un tempo il luogo dell' afelio d' un pianeta, ſe lo ſteſſo ſi cercherà ad un' altro tempo aſſai lontano, ſi troverà il moto degli apſidi, e ſe ne potranno ſtabilire le epoche.

VI. Accertate che ſiano le longitudini medie in due tempi aſſai diſtanti, ſi potranno col mezzo di eſſe corregger i tempi de' periodi del pianeta, cioè determinar i periodi medii in luogo de' veri, che ſono alquanto ineguali, come fu detto degli anni tropici, che ſono i periodi ſolari, o terreſtri, e con ciò determinare più eſattamente i moti medii, co' quali ſi porrà di nuovo, ſe farà di biſogno, ripeter i calcoli degli afelii, e degli altri elementi per correggerli ulteriormente, e coſtituir finalmente le epoche, e le ta-

Nn 2 vole

vole de' suddetti moti con tutta esattezza, non tralasciando di valersi in tutte queste operazioni del tempo medio, e non dell' apparente, e accomodando le epoche in modo, che tutte le longitudini si riferiscano alla prima stella dell' ariete, che così sogliono praticare i seguaci di questa ipotesi.

VII. Dalle esatte determinazioni de' moti medii apparirà ancora, se i periodi medii sieno costanti, o no, del che particolarmente in saturno, e in giove ha sospettato il Maraldi, e l' istesso si chiarirà intorno all' eccentricità, e ne' moti degli apsidi. Chiarito tutto questo, si potrà esaminare, se il dissenso, che tal ora è stato osservato de' calcoli da fenomeni, e che da alcuni viene attribuito al disturbarsi, che scambievolmente fanno i pianeti ne' loro moti, proceda da tal cagione, o dalla mutazione de' suddetti elementi delle teoriche.

Sezione VIII.

Come dalle osservazioni d'un pianeta, fatte in certe circostanze, si possa determinare di specie, e di posizione tanto l' orbita della terra, quanto quella del pianeta senza supporre altro, che il tempo periodico di questo, e la figura delle orbite in genere.

I. Si osservi primieramente un' opposizione del Sole col pianeta, se egli è un de' superiori, o una sua congiunzione visibile, se degli inferiori. Sia il pianeta nel punto P della sua orbita, (*Fig.* 101) e la terra in T nella sua; poichè dunque si suppone noto il tempo periodico del pianeta, al compiere di questo tempo saremo certi, che egli sarà ritornato al medesimo punto P. Sia allora la terra in K, se a quel tempo si osserverà di nuovo la longitudine del Sole, la differenza delle longitudini osservate, quando la terra fu in T, ed ora, che ella è in K, darà l' angolo KSP, e parimente se quando la terra è in K, si osserverà la longitudine geocentrica del pianeta, la differenza tra questa, e quella del Sole darà l' angolo PKS. Nel triangolo dunque PKS da i due angoli si avrà la proporzione dei lati

PS,

PS, KS. Di nuovo torni il pianeta al punto P, e sia la terra in M, con simil modo si determinerà la proporzione delle linee PS, MS; e però ne risulterà la proporzione di KS ad MS, coll' angolo KSM. Così pure facendo una quarta osservazione del ritorno del pianeta in P, posta la terra in O, si conchiuderà la proporzione delle tre KS, MS, OS, e si avranno gli angoli KSM, MSO. Con questi dati si determinerà dunque l' orbita della terra KMO, supponendola, o circolare, o ellittica, col Sole S in uno de' suoi fochi; e se ne pure questo si volesse supporre, si potrebbe nulladimeno trovare l' ellisse impiegando cinque osservazioni in vece di tre, come di sopra fu detto, e determinar sempre, oltre l' afelio, e l' eccentricità, le longitudini medie della terra, e del Sole al tempo delle osservazioni, come si spiegò nella teorica solare.

II. Per trovar poscia l' orbita del pianeta, si dee supporre già determinata nel modo, che si è detto, quella della terra. Si faccia dunque un' osservazione del pianeta in qualunque punto della sua orbita R, essendo la terra in V, e di nuovo ritornato il pianeta in R, se ne faccia osservazione trovandosi la terra in G. Per la teoria della terra si avranno le distanze SV, SG, e l' angolo VSG, onde si calcolerà la retta VG cogli angoli SVG, SGV, che sottratti dagli angoli osservati SVR, SGR daranno gli angoli RVG, RGV, co' quali, e col lato VG si calcolerà RG; e allora nel triangolo SGR, coi lati SG, RG, e l' angolo osservato SGR, troverassi SR, e l' angolo RSG, che è la differenza tra la longitudine eliocentrica del pianeta in R, e della terra in G. Tutto ciò, che si è fatto posto il pianeta in R, facciasi posto il medesimo in qualsivoglia altro punto F, e di nuovo si replichi in un' altro terzo punto, anzi per terzo può bastare l' istesso punto P, che ha servito per la teoria della terra, giacchè dalle osservazioni allora fatte viene ad aversi la retta SP nelle medesime parti, nelle quali si hanno le due RS, SF, e dalle longitudini eliocentriche calcolate risulterà l' angolo PSR. Date dunque le tre rette PS, RS, FS, cogli angoli PSR, RSF si determinerà, come prima, l' orbita del pianeta, o

nell'

nell' ipotesi circolare, o nell' ellittica, con tutto ciò, che di più si cerca.

III. Nel far uso di questo metodo, che è del Haley, si dee avvertire primieramente, che sebbene egli è generale, non può egualmente bene riuscire [almeno per ciò, che riguarda l' orbita della terra] con tutti i pianeti per non essere così certi i tempi dei ritorni di tutti, e specialmente di saturno, e di giove, come lo sono di marte, e di venere, e per la difficoltà di praticarlo con mercurio, che rare volte lascia vedersi; onde è meglio elegger marte, o pure venere, niente vietando per altro, che l' orbita della terra, si determini per mezzo d' uno di questi due, e che poi se ne faccia uso per determinar quella di qualsivoglia altro pianeta con osservarlo in tre luoghi di essa, come all' artic. 2.

IV. In oltre, che i tempi dei ritorni, o periodi, de' quali abbiamo parlato, si debbono intendere non già alla medesima longitudine, ma alla medesima positura fissa, e perciò tutte le longitudini in questo metodo debbono contarsi dalla prima stella dell' ariete, non dal punto equinoziale.

V. Di più, che se gli afelii, o pure i nodi, o gli uni, e gli altri hanno qualche moto proprio, (oltre l' apparente, nato dalla precessione degli equinozi,) non è sì certo il metodo, massimamente nel trovar le orbite di saturno, e di giove, nel primo de' quali si richiederebbe un' intervallo almeno di 59 anni, e nel secondo di 24 per praticarlo.

VI. Nel cercare con questo metodo l' orbita della terra, il punto P non dee prendersi precisamente per lo centro del pianeta, ma per quel punto nel piano dell' ecclittica, in cui cade dal centro del pianeta la perpendicolare ad esso piano, onde SP non è la distanza vera del pianeta dal Sole, ma la curtata. Lo stesso s' intende de' punti R, F, a' quali corrisponde il pianeta nelle osservazioni, per le quali se ne vuol determinare l' orbita, onde per procedere con tutta esattezza in questa ultima determinazione, trovate le tre distanze SP, SR, SF, debbono esse ridursi prima alla loro vera misura nell' orbita, il che necessariamente suppone

ne dato il luogo dei nodi, e l'inclinazione dell' orbita all' ecclittica. Tal riduzione può farsi facilmente, perocchè sono dati col calcolo i punti corrispondenti nell' ecclittica a' punti P, R, F, onde da questi, e dalle longitudini de' nodi si ha la distanza del pianeta dal nodo presa sull' ecclittica in ciascuna di queste positure, d' onde si può calcolar la latitudine eliocentrica del pianeta, e far poscia come il sino del compimento di questa al raggio, così le distanze curtate SP, SR, SF alle vere distanze, colle quali si indagherà poscia l' orbita del pianeta.

VII. Per la medesima ragione le longitudini eliocentriche del pianeta ne' punti P, R, F debbono anch' esse ridursi dall' ecclittica terrestre, in cui sono state osservate, all' ecclittica del pianeta, il che parimente dipende dal luogo del nodo, e dell' inclinazione dell' orbita, e si fa nella maniera, che a suo luogo si è spiegata. Se il tutto si farà con queste avvertenze si potranno aver assai esattamente le vere specie, e posizioni delle orbite in qualsisia delle due ipotesi, anzi si potranno esaminare le ipotesi stesse in ogni loro parte, e circostanza.

Sezione IX.

A un dato tempo trovare la longitudine, e la latitudine eliocentrica, e geocentrica di qualsivoglia pianeta primario.

I. Il calcolo della longitudine eliocentrica de' pianeti non è diverso da quello del Sole, spiegato nella teorica di questo. Imperocchè ridotto prima il tempo apparente a tempo medio, e al meridiano, a cui sono state calcolate le epoche, e fatto il calcolo a questo tempo, oltre la vera longitudine del Sole presa dal principio dell' ariete razionale, anco della sua distanza dalla terra, si raccorranno i moti medii di longitudine del pianeta, che convengono al tempo medio così ridotto, che è scorso dopo l' epoca, e aggiungendoli a questa, si avrà la longitudine media del pianeta, non già dal primo punto d' ariete, ma dalla prima stella di quella costellazione, giacchè di questo punto fisso si

so-

sogliono valere gli astronomi, che seguono questa ipotesi. Nello stesso modo si avrà la longitudine dell'afelio del pianeta, e quella del nodo, se pure questi punti non si suppongono immobili, e però noti senza alcun calcolo. Sottratta la longitudine dell'afelio da quella del pianeta, si avrà l'anomalia media, con cui si calcolerà l'equazione, o prostaferesi da sottrarsi dalla longitudine media nel primo semicircolo dell'anomalia, o da aggiungersi nel secondo, per avere la longitudine eliocentrica contata nell'orbita del pianeta dalla stella suddetta, e nella medesima operazione se ne calcolerà la distanza dal Sole.

II. Sottraendo poscia la longitudine del nodo dalla longitudine eliocentrica, si avrà l'argomento di latitudine del pianeta, con cui si calcolerà, per le cose dette, la latitudine eliocentrica, e la riduzione del pianeta all'ecclittica; mediante la quale si ridurrà la longitudine eliocentrica trovata dall'orbita nell'ecclittica, a cui dovrà aggiungersi la precessione degli equinozii, cioè a dire la distanza della prima stella d'ariete dal principio dell'ariete razionale (della qual distanza conviene aver nota un'epoca, e saperne l'aumento per ciascun tempo dopo l'epoca, che è in ragione di 51" l'anno,) e così si farà la vera longitudine eliocentrica del pianeta nell'ecclittica presa dal principio dell'ariete razionale alla maniera ordinaria.

III. Passando ora al calcolo del luogo geocentrico, si farà, come il raggio al sino del compimento della latitudine eliocentrica, così la distanza del pianeta dal Sole poc'anzi trovata alla distanza curtata. Allora dee cercarsi l'angolo, che si fa nel Sole dalle due rette poste nel piano dell'ecclittica, una delle quali va dal Sole alla terra, e l'altra è la detta distanza curtata, cioè la distanza del Sole da quel punto del piano dell'ecclittica, in cui cade la perpendicolare tirata dal pianeta a questo piano, che è quell'angolo, che propriamente chiamasi *anomalia dell'orbe*, ed è sempre eguale alla differenza della longitudine eliocentrica della terra, e della longitudine eliocentrica del pianeta ridotta all'ecclittica. Sia dunque (*Fig.* 102) il Sole S, la terra in T, il pianeta, se è uno de' superiori, in P, se degli inferiori in

p, i

p, i quali punti corrispondano perpendicolarmente ai punti B, b del piano dell' ecclittica; onde sia SB, ovvero Sb la distanza curtata. Nel triangolo SBT, o pure SbT, data la detta distanza SB, ovvero Sb con quella della terra dal Sole ST, e l' angolo nel Sole BST, o bST, si calcoli ne' pianeti superiori l' angolo alla terra STB, (che dee servire al calcolo della latitudine geocentrica,) e l' angolo nel pianeta SBT, il quale chiamasi in questi pianeti *equazione dell' orbe*, *o della seconda inegualità*. Immaginando poscia SL parallela a TB, sarà l' angolo LSB eguale all' angolo nel pianeta SBT, e il punto L dell' ecclittica della sfera sarà sensibilmente lo stesso, che il punto K, ove termina la retta TB prolungata, onde il detto angolo al pianeta SBT, o sia LSB determinerà nella detta sfera la longitudine geocentrica del pianeta, che dovrà aggiungersi, o sottrarsi dalla eliocentrica determinata dalla retta SB, secondo le diversità de' casi, che ciascuno può da se stesso ritrovare. Ma ne' pianeti inferiori, basta calcolare l' angolo alla terra STb, che parimente si determina in quest' *equazione dell' orbe*, *o della seconda inegualità*, il qual' angolo aggiunto, o sottratto, secondo i casi, che ognuno potrà da se distinguere, alla longitudine del Sole veduta dalla terra, darà la longitudine geocentrica del pianeta inferiore.

IV. Finalmente per rinvenire la latitudine geocentrica, si consideri, che ne' due triangoli rettangoli SPB, TPB, che appartengono al pianeta superiore, (e l' istesso vale ne' due Spb, Tpb dell' inferiore) essendo comune il perpendicolo PB, le tangenti degli angoli PSB, PTB, cioè della latitudine eliocentrica, e della geocentrica, sono fra loro in ragione reciproca dalle distanze dei detti angoli dal punto B, cioè a dire la tangente di PSB, latitudine eliocentrica, alla tangente di PTB, latitudine geocentrica, è, come la distanza TB alla distanza SB, (come or ora dimostreremo,) ma TB a SB sta, come il sino dell' angolo alla terra STB, al sino dell' angolo al Sole TSB; dunque come il sino dell' angolo alla terra al sino dell' angolo al Sole, così la tangente della latitudine eliocentrica alla tangente della latitudine geocentrica; ma di questi quattro ter-

 mini,

mini i tre primi sono dati, e perciò avrassi facilmente il quarto, cioè la tangente della latitudine geocentrica, per cui si farà nota questa latitudine, e il metodo sarà l' istesso senza alcun divario ne' pianeti inferiori.

V. La proporzione poc' anzi accennata si dimostra nella Fig. 103. in cui i due triangoli SPB, TPB sono rettangoli in B, ed hanno comune il perpendicolo PB; ed è manifesto, che tirando KT parallela ad SP, e PK parallela ad SB, i lati PK, ST saranno eguali, onde tirando KC parallela a PB, e prolungando SB fino, che l' incontri in C, saranno anco eguali ST, BC, e per conseguenza eguali SB, TC. Prolungando dunque TP in O, finchè incontri in questo punto la retta KC, se si prenderà TC per raggio, sarà KC la tangente dell' angolo KTC, eguale a PSB; ed OC sarà tangente dell' angolo OTC, o sia dell' angolo PTB. Ora è manifesto, che KC, (cioè PB) sta ad OC, come TB a TC, cioè ad SB; dunque le tangenti dei detti angoli sono in ragione reciproca della distanza dal punto B, il che &c.

VI. Le tavole astronomiche facilitano tutte queste operazioni, col darsi oltre le epoche, e i moti medii anco le equazioni delle prime ineguaglità, le distanze dei pianeti dal Sole, o pure i logaritmi di esse, le latitudini vedute dal Sole, le reduzioni all' ecclittica, e le *curtazioni*, cioè le differenze fra le distanze vere, e le curtate, il tutto calcolato a grado per grado di quegli archi di circolo, dai quali dipendono queste misure. Alcuni ancora hanno aggiunto a tutto ciò delle tavole generali, per calcolare l' equazioni dell' orbe, senza esser obbligati ad alcuna soluzione trigonometrica, ma la pratica ha fatto conoscere, che tali tavole non sono ben sicure, se si vogliono i calcoli esatti.

VII. I calcoli de' luoghi geocentrici fatti in questa ipotesi co' metodi accennati, e specialmente nella teorica dell' ellisse di Keplero, corrispondono a' fenomeni celesti con tutta la esquisitezza, che ragionevolmente si può pretendere, e che può bastare per render accettabile l' ipotesi, restando al più da perfezionarne le misure.

CA-

CAPO TERZO

De' pianeti, che in questa ipotesi si chiamano secondarii.

Sezione I.

Enumerazione de' pianeti secondarii, e loro proprietà comuni.

I. Già si è detto, pianeti secondarii, nell' ipotesi della terra mobile, esser quelli, che colle loro orbite non circondano il Sole, ma bensì uno de' pianeti primarii, intorno al quale si aggirano, seguendolo ovunque egli vada; perlochè diconsi ancora *satelliti*, o *compagni* del loro primario. Copernico non conobbe altro secondario, che la luna, il cui pianeta primario è la terra. Il Galileo trovò quattro satelliti intorno a Giove, che chiamò stelle medicee; L' Ugenio uno ne scoperse intorno a saturno, e quattro altri intorno al medesimo pianeta ne vide il Cassini, i quali non sono visibili, che con lunghissimi, ed esquisiti cannocchiali.

II. Intorno a questa sorta di pianeti si concorda da tutti gli astronomi ciò, che si contiene nella seguente supposizione.

Supposizione VIII.

Che ciascuno de' pianeti secondarii si aggiri intorno al suo primario, descrivendo secondo l' ordine de' segni intorno di esso, riguardato come immobile, un' orbita, il cui piano passa per lo centro di questo, ne molto è inclinato alla di lui orbita, e la cui figura non molto è lontana dalla circolare, ne molto eccentrica, avendo ciascuno de' secondarii un determinato spazio di tempo, in cui compie il periodo della sua rivoluzione.

ANNOTAZIONI.

I. PEr far idea del moto del pianeta secondario intorno al primario si dee fingere, (*Fig.* 104) che il primario P nel moversi per la sua orbita PA, che egli descrive intorno al Sole D (di qualunque figura ella sia) da P verso R, I, M, A, porti seco un piano fisico, come una sottil lastra di talco, o d'osso tagliata della figura dell'orbita del secondario S, o, c, e, sulla periferia della quale il secondario si vada movendo da S verso e, c, o nel mentre, che il primario passa da P in R, I, M, A, onde il secondario, riferendolo al suo primario, riguardato come immobile giri intorno ad esso, sempre sulla detta orbita per S, e, c, o, ma realmente però col moto composto del suo proprio, e di quello del primario, venga seguendo nel piano dell'orbita di questo la linea curva SECON, che è del genere delle cicloidi,

II. La linea ZPV, in cui l'orbita del secondario taglia quella del primario, dicesi quì ancora linea dei nodi, e si distinguono i nodi in ascendente, e discendente, come ne' pianeti primarj fu detto. Quando si dirà, che la linea dei nodi sia immobile, (come pare, che lo sia fin'ora ne' satelliti di giove,) dee intendersi, che questa linea, al moversi dell' orbita del secondario, non cangia direzione, ma si mantiene parallela a se stessa, passando da ZV, a zu &c. che per tal modo i punti Y, y dell' ecclittica celeste, a cui corrisponderà il nodo Z veduto di mano, in mano dal centro del primario, sarà sempre sensibilmente lo stesso, e così pure quello del nodo opposto. Se poi si dirà, che tal linea si mova, dovrà intendersi, che ella si vada rotando intorno al primario P per modo, che nel passare, che farà questo da P, verbi grazia, ad R, la detta linea dalla positura zu, parallela a ZV, sia passata all'altro GRF, talchè il suo moto fatto in questo tempo sia l'angolo zRK, o pure yRF. Il medesimo dee intendersi della linea degli apsidi del secondario (quando questo abbia un'apogeo, e un perigeo) rispetto al moversi, o non moversi di essa.

III. Poichè il piano dell'orbita di qualsivoglia secondario

dario poco è inclinato all' orbita del suo primario, e tutte le orbite di questi sono anch' esse poco inclinate all' ecclittica, che è il piano dell' orbita della terra, ne segue, che le dette orbite non possano essere molto inclinate all' ecclittica, onde nasce, che dalla terra le dette orbite de' secondarii, (come pure quelle de' primarii) non veggonsi mai direttamente, ma per taglio, o quasi per taglio, e rispetto a quella della luna, poichè ella passa per lo centro della terra, che è il suo primario, dee apparire vedendola dal centro di questa, come un circolo massimo, che tagli l' ecclittica.

Sezione II.

De' satelliti di saturno, e di giove in particolare.

I. Non è ben certo, se le orbite di tutti i secondarii, che appartengono al sistema d' un medesimo primario, sieno in diversi piani, o in un medesimo. I satelliti di giove, pare, che per le osservazioni si trovino sensibilmente in uno stesso piano, ancorchè forse non lo siano in tutto rigore. Quanto a quelli di saturno, quattro di essi si suppongono parimente in un piano comune, che è quello dell' anello; ma del quinto, che è più lontano, non si ponno salvare i fenomeni, senza supporlo in un piano notabilmente diverso da quello, come il Cassini figlio ha dimostrato. Per le osservazioni fin' ora fatte, i nodi de' satelliti di giove, e di saturno si suppongono immobili, e la inclinazione delle orbite di ciascuno immobile. E' da avvertire, che nel sistema di un medesimo primario costumano gli astronomi, di chiamare col nome di primo satellite quello, il cui giro è l' intimo, cioè il più vicino al primario, e così di mano, in mano gli altri, secondo, terzo &c. coll' ordine delle loro orbite.

II. I semidiametri delle orbite de' satelliti di giove, e di saturno, considerate come circolari, sogliono esprimersi dagli astronomi in numeri di semidiametri del loro primario, e si trovano da essi, come quì sotto si è notato insie-me

me col tempo del periodo di ciascuno nella sua orbita, affinchè si vegga quì ancora, come di sopra fu accennato, serbarsi la legge dei quadrati di questi tempi proporzionali a cubi de' suddetti semidiametri. Se poi questi tempi, e questi semidiametri ancora sieno di misura costante, è cosa, che richiede, per deciderla, più lunga serie d' osservazioni di quella, che si è potuta avere in poco più di 100 anni, da che si sono cominciati a scoprire de' satelliti in cielo. Avvertiamo, che i tempi quì notati sono quelli, ne' quali il satellite torna al medesimo punto dell' orbita, cioè ne' quali, veduto dal centro del suo primario, torna a riferirsi (per linee parallele) al medesimo punto della sfera dell' universo, la quale dee supporsi di grandezza indefinita, e non quelli, ne' quali il satellite torni a riferirsi al Sole, o ad altro punto posto in distanza finita; mentre questi ultimi tempi dovrebbero essere alquanto maggiori dei quì notati a riguardo del moto proprio del primario nella sua orbita.

Per li satelliti di Giove.

Distanze dal centro di giove in semidiametri di questo pianeta.		*Tempi periodici.*			
		Gior.	Or.	'	''
Primo satellite	$5\frac{2}{3}$	1	18	27	34
Secondo	9	3	13	13	42
Terzo	$14\frac{23}{60}$	7	3	42	36
Quarto	$25\frac{3}{10}$	16	16	32	9

Per

Per li ſatelliti di Saturno.

Diſtanze dal centro di ſaturno in ſemidiametri di queſto pianeta compreſo l' anello.		Tempi periodici.		
		Gior.	Or.	'
Primo ſatellite	1 $\frac{10}{20}$	1	21	19
Secondo	2 $\frac{1}{2}$	2	17	41
Terzo	3 $\frac{1}{2}$	4	13	47
Quarto	8	15	22	41
Quinto	24	79	22	4

III. I ſatelliti di ſaturno, e di giove, deſcrivendo le loro orbite aſſai velocemente ſecondo l' ordine de' ſegni, mentre i loro pianeti non ſi movono che lentamente, forza è, che nella parte di queſte orbite, che è fra il primario, e la terra, (che chiamaſi la parte *inferiore*) appariſcano a noi retrogradi, e diretti nell' altra detta *ſuperiore*, ed anco ſtazionari nelle loro maſſime digreſſioni dal loro primario, o in circa, e ciò per cagioni non diſſimili a quelle, che abbiamo eſpoſte, parlando de' due pianeti inferiori primarii. Debbono parimente oſſervarſi da noi ora congiunti al loro primario nella parte inferiore, ora da eſſo diſgiunti, ed ora congiunti di nuovo nella ſuperiore. E quando l' occhio ſi trovaſſe nel piano dell' orbita del ſatellite queſte congiunzioni ſarebbero centrali. Nella congiunzione inferiore il ſatellite ſi vede nella parte inferiore, come toccare il ſuo primario, ma poi ſi perde di viſta confondendoſi nel lume di queſto, e di nuovo ſi oſſerva, dopo varcato tanto ſpazio, quanto corriſponde al diametro di quello, come ſtaccarſi da lui. Nella ſuperiore ſi vede parimente naſconderſi dietro al primario, e poſcia uſcirne. Succede ancora, che due, o più di loro ſi congiungono apparen-

parentemente insieme, o sia, che amendue si trovino nella parte inferiore, o amendue nella superiore delle loro orbite, o uno nell' una, ed un'altro nell' altra, e queste congiunzioni anche esse ponno essere centrali quando amendue le orbite si veggono da noi precisamente per taglio, o pure con qualche distanza, quando si veggano alquanto obbliquamente; per l' istessa ragione debbono apparire, ed apparisc ono in fatti i satelliti d' un medesimo pianeta, ora precisamente, ed ora solo a un di presso in linea retta fra loro, e col primario.

IV. Quello, che vi ha di più maraviglioso, e di più utile da considerarsi ne' satelliti, e particolarmente in quelli di giove, è lo sparire, che fanno nell' entrare col loro moto proprio nell' ombra, che getta il loro primario dalla parte opposta al Sole, e l' apparire di nuovo all' uscir, che fanno dalla medesima; le quali fasi chiamansi *immersioni*, ed *emersioni*, e generalmente *ecclissi de' satelliti*, e mostrano non aver questi (non più, che i pianeti primarii) alcun lume proprio, ma prenderlo dal Sole. Sia nella Fig. 105 il Sole in S la terra in T, ovvero in t fuori della retta SC, che congiunge il centro del Sole con quello di giove C. Questo pianeta getterà l' ombra, il di cui asse CD sarà nella retta SC prodotta, e la figura di tal' ombra sarà cilindrica a un di presso; perciocchè il semidiametro del Sole veduto da giove può riguardarsi come insensibile, onde la detta ombra traverserà le orbite de' satelliti nella loro parte superiore, e supposto, che le orbite fossero nel piano dell' orbita di giove, in cui è la retta SC, l' asse suddetto incontrerebbe ciascuna delle dette orbite, ma a cagione dell' inclinazione di queste si darà talvolta caso, che incontri, e talora no, ma sempre tuttavia ciascuna delle orbite taglierà l' ombra, se non nell' asse, almeno fuori di questo per essere la detta inclinazione assai piccola. Giungendo dunque un satellite, a cagion d' esempio il quarto, al punto della sua orbita E, in cui è l' orlo dell' ombra CD, è necessario, che perda il lume, e che poscia lo ricuperi giunto, che sia all' altro orlo dell' ombra F, onde è, che dalla terra T si vedrà il pianetino, come smorzarsi in E, e poscia quasi riaccendersi

cenderſi in F, purchè i punti dell' ombra F, E non foſſero naſcoſti alla terra dal corpo ſteſſo di giove C, come può tal' ora ſuccedere, e più facilmente ne' ſatelliti più intimi, e come ſempre dee ſuccedere nel tempo dell' oppoſizione di giove col Sole, quando le due rette S C, T C non ſono, che una ſola. Non potranno però mai fuori di queſto caſo amendue i punti F, E eſſere naſcoſti da Giove; ma quando la terra ſia dalla parte T, cioè dopo l' oppoſizione di giove al Sole, e avanti la congiunzione, ſi vedrà per lo meno il punto dell' emerſione F, e quando ſia dalla parte t, cioè dalla congiunzione all' oppoſizione vedraſſi almeno quello dell' immerſione E. Nel quarto ſatellite, come pure nel terzo, e talora nel ſecondo ponno, quando l' angolo T C S, o pure t C S, è aſſai grande, vederſi la ſteſſa notte l' immerſione, e l' emerſione, ma non mai nel primo, non ſoffrendolo la vicinanza della ſua orbita a giove, e la quantità dell' angolo ſuddetto, che al più può eſſere di 11 gradi incirca come dalla proporzione delle diſtanze S C, S T di giove, e della terra dal Sole può renderſi manifeſto.

V. Sono queſte oſſervazioni delle immerſioni, e delle emerſioni de' ſatelliti dall' ombra di giove molto proprie, e forſe le più proprie, che ſi abbiano per determinare le differenze de' meridiani de' luoghi terreſtri, e per conſeguenza le loro longitudini, e particolarmente a ciò ſono adattate quelle dell' intimo ſatellite, il cui moto è più veloce, e minor tempo richiede a far, che tutto il piccolo corpo del ſatellite entri nell' ombra, o pure ne eſca, onde l' ultima ſua diſparizione, e la prima apparizione ſi determina aſſai preciſamente ſenza errore nel tempo di eſſa, che al più è di poche ſeconde. Se dunque nel luogo, di cui ſi cerca la longitudine, ſi oſſerverà il tempo preciſo dopo mezzo giorno, d' una di queſte eccliſſi, e la medeſima ſi oſſerverà in altro luogo, di cui ſia nota, o ſi prenda per nota la longitudine, il confronto dei tempi, che ſi ſono trovati numerarſi dopo il mezzo giorno nell' uno, e nell' altro luogo all' iſtante di quell' eccliſſi, moſtrerà di quanto il mezzo giorno nell' uno di eſſi abbia preceduto, o ſeguito il mezzo giorno nell' altro, e ſe ne dedurrà la differenza

de' loro meridiani, riducendo la differenza dei detti tempi in parti di circolo, e il medesimo si otterrà anche senza osservazione corrispondente in alcun luogo di nota longitudine; purchè per qualcheduno di tali luoghi sia stato fatto il calcolo del tempo di tali ecclissi, e si sieno per lunga esperienza verificati tutti gli elementi di questi calcoli, il che veramente ancora non è stato fatto; ma le osservazioni del Cassini Padre, e Figlio, quelle del Maraldi, e degli altri dell' Accademia delle scienze di Parigi, e le tavole da essi già date di queste ecclissi, ci mettono in istato di sperare, che non sieno molto lontani dal conseguire tale esattezza. Se l' agitazione delle navi in alto mare non impedisse il drizzare lunghi cannocchiali alle stelle per far tali osservazioni, (che con tubi più corti non ponno farsi con sufficiente esattezza) si potrebbe sapere dai naviganti con un tal mezzo, quasi ogni notte, la longitudine del luogo di mare, in cui si trovano, cosa fin ora in vano cercata con diversi metodi, e famosa per li gran premii promessi a chi sciorrà tal problema, che è di tanto uso nella navigazione.

VI. E' anco stata osservata con lunghissimi cannocchiali un' altra specie d' ecclissi, che si fa nel disco apparente di giove dalle ombre gettatevi sopra da alcuno de' suoi satelliti, quando egli si trova nella parte inferiore della sua orbita fra il Sole, e giove. Queste ombre, che appajono allora quasi piccole macchie, veggonsi scorrere il disco suddetto con velocità corrispondente a quella del satellite, che getta tal' ombra, e per tal riscontro ponno distinguersi dalle macchie, che abbiamo detto apparire talvolta sulla faccia di giove.

VII. I movimenti dei satelliti hanno qualche inegualità, che può far credere non essere le loro orbite veramente circolari, ne concentriche al primario, ma forse ellittiche, come quelle degli altri pianeti. Queste inegualità tuttavia sono assai piccole, ne le loro misure sono per anco assai accertate, per poterne far uso ne' calcoli.

VIII. Fra le dette inegualità una assai sensibile se ne scorge nel primo satellite di giove, in virtù della quale

pare,

pare, che egli ritardi il ſuo moto, quando la terra và dal punto della oppoſizione del Sole con giove verſo quello della congiunzione, e lo acceleri al contrario quando ſi trova fra la congiunzione, e l'oppoſizione. Come ſe la terra eſſendo nel punto V della ſua orbita, dopo l'oppoſizione ſeguita in O, vedrà un'emerſione del primo ſatellite, e poſcia avanzandoſi fino al punto T, ne vedrà un'altra, che ſia, a cagion d'eſempio, la decima dopo tutte quelle, che ha vedute fra V, e T, e di nuovo dopo la congiunzione del pianeta col Sole ſeguita in N, giunta che ella ſia al punto u per modo, che le diſtanze C T, C u ſieno eguali, vedrà una immerſione del medeſimo ſatellite, non ſi troverà, che per vedere la decima immerſione, dopo quella notata in u, vi voglia altrettanto tempo, quanto ne corſe fra le dieci emerſioni notate in V, e in T, ma vi vorrà minor tempo, come ſe il pianetino compiſce ora i ſuoi ritorni all'ombra più velocemente di quello, che li compiva poſta la terra in V, e in T.

IX. Il Roemer aſtronomo daneſe trovò una ipoteſi, per cui ſi ſpiega queſto fenomeno ſenza ſupporre alcuna real ineguaiità di moto nel ſatellite, ed è, che il lume non ſi propaghi in un'iſtante, ma ſucceſſivamente, onde naſca, che dovendo il lume, che viene dal ſatellite fare ogni volta più viaggio per giungere alla terra, e far accorgere il noſtro occhio del momento dell'immerſione, e dell'emerſione, allorchè la terra ſi ſcoſta da giove paſſando da V a T, e dovendo farne ogni volta meno, quando ella ſi accoſta a giove paſſando da t verſo u, non ſia meraviglia, ſe le eccliſſi pajano ritardarſi nel primo caſo, e anticipare nel ſecondo. E queſta dottrina è ſtata ſeguitata da molti celebri aſtronomi, i quali dalle oſſervazioni ſuddette hanno anco dedotto, quanto ſia il tempo, che ſi richiede al lume per traverſare tutta l'orbita della terra O N, e qualſivoglia altro ſpazio dato. Ma il Caſſini ſi oppoſe a tal teorica col fondamento, che primieramente, ſe ciò foſſe, dovrebbe oſſervarſi qualche coſa di ſimile negli altri ſatelliti di giove, il che non ſuccede, e in ſecondo luogo, che ſi dovrebbero più preſto vedere l'eccliſſi, quando giove è preſſo l'oppoſizione, ed inſie-

Pp 2 me

me nel perielio della ſua orbita di quel, che ſi veggono, quando, eſſendo a diſtanze eguali dall' oppoſizione, ſi trova verſo l' afelio, il che parimente non ſi oſſerva.

X. Le oſſervazioni de' ſatelliti hanno anco uſo nell' aſtronomia, come più ſopra fu accennato per trovare le diſtanze del Sole da giove. Sia la terra in T, e da eſſa veggaſi il terzo, o il quarto ſatellite, quando è nella parte ſuperiore dell' orbita, naſconderſi dietro il corpo di giove, e poſcia uſcirne, dal paragone de' tempi di queſte due faſi ſi raccorrà il tempo, in cui egli ſi è trovato nel punto K della ſua orbita, che cade nella retta TC prolungata. Si oſſervi poi il tempo, in cui poco dopo il ſatellite medeſimo entrerà nell' ombra in E, e quello, in cui ne uſcirà, in F, e parimente dal confronto di queſti tempi ſi dedurrà, in qual momento egli ſia ſtato nel mezzo dell' ombra in D, cioè nella retta SC prolungata (preſcindendo quì dai movimenti, che intanto ſuccedono della terra, e di giove, che tutti inſieme non ponno fare divario molto grande, e quando ſi voleſſe tenerne conto, ciò ſi potrebbe); l' intervallo dunque fra i tempi dedotti, da che il ſatellite è ſtato in K, et in D, ſarà il tempo, in cui egli ha deſcritto l' arco KD; e perchè è noto il tempo periodico del pianeta, il cui moto può prenderſi, come equabile, dal detto intervallo ſi raccorrà di quanti gradi ſia l' arco KD, o l' angolo KCD, o pure l' angolo SCT. Se dunque ſi farà intanto oſſervato dalla terra l' angolo CTS, ſi ſapranno tutti gli angoli, e per conſeguenza ſi avrà la proporzione cercata della diſtanza ST del Sole dalla terra alla diſtanza SC del Sole da giove. Queſto metodo ſarà più eſatto, quando accaderà, che la retta SC giaccia preciſamente nel piano delle orbite del ſatellite, cioè a dire, quando queſto piano paſſerà per lo centro del Sole, il che allora ſuccede, quando il Sole veduto da giove ſi incontra nel nodo, o taglio dell' orbita del ſatellite col piano dell' orbita del ſuo primario, il che ſecondo il Caſſini avviene, quando la longitudine eliocentrica di giove è verſo il mezzo dell' aquario, o del leone; ai quali punti (almeno in queſto ſecolo) è indirizzata la detta ſezione.

SEZIONE III.

Del moto della luna, e de ſuoi diverſi periodi.

SUPPOSIZIONE IX.

Che la luna compiſca il ſuo periodo nella propria orbita, il cui ſemidiametro ſia di 60 ſemidiametri terreſtri incirca, nello ſpazio di 27 giorni incirca, avanzandoſi intanto la linea degli apſidi di queſt' orbita ſecondo l' ordine de' ſegni in ragione di gradi 40 per ciaſcun' anno a un di preſſo, e ritirandoſi quella de' nodi a contrario dell' ordine de' ſegni in ragione di gradi 19 per ciaſcun' anno parimente a un di preſſo.

ANNOTAZIONI.

I. QUando diceſi, che la luna compie il ſuo periodo nella propria orbita in 27 giorni, ciò dee intenderſi in queſto ſenſo, che ella nel detto ſpazio di tempo torni a quella longitudine, o diſtanza, che ebbe da principio dal primo punto d' ariete preſo in quel circolo maſſimo della sfera, in cui la taglia il piano della ſua orbita, e che, al moverſi di queſto piano, va mutando poſizione. Imperocchè ſebbene il piano dell' orbita della luna, per le coſe dette, paſſando per lo centro della terra, taglia la sfera dell' univerſo in un circolo maſſimo, tuttavolta perchè al moverſi della linea de' nodi il detto piano dell' orbita ſi muta, forza è, che mutiſi ancora di poſizione il detto maſſimo circolo, e che il moto della luna veduto anche dal centro della terra non appariſca in un circolo maſſimo. Sia dunque (*Fig.* 106) il centro della sfera dell' univerſo in C, (il qual centro può intenderſi indifferentemente, o nel Sole, che è meramente il centro della sfera in queſta ipoteſi, o pure nella terra, e riguardarſi come immobile, non oſtante il moto di queſta a cagione dell' indefinito ſemidiametro della detta sfera) nella quale sfera ſia l' ecclittica VFD, eſſendo V il primo punto dell' ariete razionale,

et

et F il punto di longitudine della prima fiſſa dell' ariete. Sia per un tempo la linea de' nodi della luna NCO, e in eſſa il nodo aſcendente O, e il circolo maſſimo nel piano dell' orbita lunare NMOI. Prendaſi in queſto il punto I per modo, che l' arco IO ſia eguale all' arco VO, e ſarà I il principio dell' ariete razionale nel circolo IOMN, e nello ſteſſo modo potrà determinarſi il primo punto G delle longitudini contate nel detto circolo dalla prima fiſſa dell' ariete. Cominci la luna un ſuo periodo da quel punto della ſua orbita, che veduto dal centro della terra riſponde al punto M. Nello ſpazio di tal periodo ſiaſi traſportata la linea de' nodi in BCD, e il piano IOMN ſia paſſato in BKDR. Sia l' arco di eſſo RD eguale all' arco VD, e l' arco HD all' arco FD; e ſaranno RH i punti del principio dell' ariete razionale, e del fiſſo, in queſta nuova poſitura dell' orbita, e del ſuo circolo. Allora dunque intenderaſſi aver la luna compito un ſuo periodo, quando ſarà giunta a tal punto della ſua orbita, che corriſponda al punto K, talchè l' arco RK ſia eguale all' arco IM, o pure l' arco HK all' arco GM, ſe ſi vuol contare più toſto dall' ariete fiſſo, che dal razionale, il quale ſi va ritirando per la preceſſione degli equinozi.

II. Lo ſpazio in cui la luna compie queſto periodo diceſi *meſe lunare*, a diſtinzione *del meſe civile*, che ſi fa di 30, o 31 giorni, ed anco talvolta meno ſecondo gli uſi delle nazioni, e il regolamento de' calendari; egli diceſi anco *meſe periodico*, e ſuol prenderſi, nel ſenſo ſpiegato, dal principio dell' ariete razionale, ma prendendolo dal punto fiſſo della prima ſtella d' ariete, o d' altra direbbeſi *meſe ſidereo*, onde il ſidereo è minore del periodico, di quanto è la preceſſione degli equinozi nello ſpazio di 27 giorni incirca, che è coſa inſenſibile in una rivoluzione, ma in molte può renderſi ſenſibile. Vi è anco il *meſe anomaliſtico*, che è il ritorno della luna al ſuo apogeo, o perigeo, o pure ad una determinata diſtanza dalla linea degli apſidi, cioè a dire in ſomma allo ſteſſo punto della ſua orbita, e queſto è di tanto più lungo del meſe periodico, quanto è il tempo, che conviene alla luna per raggiunger la linea degli apſidi, che in-

intanto si è mossa secondo l'ordine de' segni. Finalmente vi ha il *mese draconitico*, che è il ritorno della luna ad un medesimo suo nodo, o ad una determinata distanza da esso; perciocchè il nodo ascendente della luna chiamasi comunemente dagli astronomi, o più tosto dagli astrologi il *capo* ☊, e il discendente la ☋ *la coda del drago*. Siccome i due *limiti*, cioè i punti lontani 90 gradi da nodi, si dicono i *ventri del drago*, e un tal mese è più corto del periodico (per essere il moto de' nodi retrogrado, come si è detto nella Supposizione) di tanto, quanto è il tempo, che la luna ha impiegato, da che raggiunse il nodo, che le è venuto incontro col detto suo moto, finchè compisca il suo periodo nel modo spiegato.

III. A queste denominazioni corrispondono quelle, che si danno al moto della luna, preso dai medesimi termini. *Moto della luna* semplicemente, o *moto in longitudine*, è il suo scostamento dal principio dell'ariete razionale, ed è la somma del vero moto della luna preso da un punto fisso nel circolo, che corrisponde nella sfera alla sua orbita, come dal punto H, ovvero G, e dalla precessione degli equinozi; e questo moto trovasi di gradi $13\frac{1}{2}$ incirca il giorno in ragguaglio di gradi 360 in giorni 27. *Moto d'anomalia* è il suo allontanamento dalla linea degli apsidi, e viene ad essere la differenza tra il moto di essa in longitudine, e il moto della linea degli apsidi, e fatto nello stesso tempo; e finalmente *moto di latitudine* è il suo allontanamento dal nodo ascendente, e per ciò è la somma del moto in longitudine, e del moto fatto nel tempo stesso della linea dei nodi contro l'ordine dei segni.

IV. Giacendo l'orbita della luna quasi sul piano dell' ecclittica, cioè con poca inclinazione ad essa, e circondando, come fa la terra, con passare fra essa, ed il Sole, (giacchè la distanza della terra da questo è assai maggiore di 60 semidiametri terrestri, che è il semidiametro dell'orbita lunare, come dalla insensibil parallasse del Sole si può raccorre) aggirandosi intorno a quella in 27 giorni incirca, è necessario, che la luna veduta dal centro della terra abbia ora uno, or un'altro aspetto di congiunzione, opposizio-

ne

ne &c. con tutti i corpi celesti, e fra questi ancora col Sole, i quali aspetti molto si debbono considerare nella teorica dei moti di essa. La sua congiunzione col Sole, cioè a dire il tempo, in cui essa veduta dal centro dellá terra si riferisce al medesimo punto dell' ecclittica, a cui il Sole corrisponde, dicesi *novilunio*, o *sinodo de' luminari*; l' opposizione *plenilunio*, e l' una, e l' altra con nome comune preso da' Greci *sizigia*. Amendue questi nomi di novilunio, e plenilunio sono dedotti dalle fasi d' illuminazione della luna, che allora si osserveranno, e che sono note anche al volgo, delle quali appresso ragioneremo. Il tempo del ritorno della luna da un' aspetto col Sole al medesimo aspetto, e specialmente da un novilunio all' altro, o da un plenilunio all' altro, che immediatamente lo segua, dicesi *mese sinodico*, o pure *lunazione*.

V. Dee per necessità questo mese essere più lungo del periodico; imperocchè se un mese periodico si intenderà cominciare dal novilunio, al compiersi in 27 giorni il periodico, tornando la luna alla medesima longitudine di prima, cioè tornando a riferirsi dalla terra al medesimo punto dell' ecclittica a un di presso, non potrà per anche vedersi ricongiunta col Sole, che intanto si sarà avanzato apparentemente in longitudine 27 gradi incirca, quanto è il moto della terra seguito in questo tempo; onde converrà, che passino ancora prima, che essa raggiunga il Sole, e torni al novilunio due giorni incirca, e poco più, che appunto in tanto tempo incirca ella compie i detti gradi 27, con quel di più, che di nuovo il Sole si sarà avanzato; onde tal ritorno, cioè il mese sinodico sarà di 29 in 30 giorni. A questo mese corrisponde il moto, che chiamasi di *elongazione della luna dal Sole*, o semplicemente il *moto della luna dal Sole*, ed è la differenza del moto in longitudine della luna dal moto in longitudine, che avrà fatto il Sole, (o dicasi la terra) in altrettanto tempo.

VI. Il moto della luna, è soggetto non solo a quelle inegualità, alle quali soggiacciono tutti i pianeti, che si movano per un' orbita eccentrica, o circolare, o ellittica con alcuna delle leggi di sopra spiegate nell' enumerazione

delle

delle diverſe teoriche del Sole, le quali ſi ponno adattare tutte alla luna con tutte le definizioni, e le dottrine date di ſopra in ciaſcuna di queſte ipoteſi (ma meglio di tutte ſi trova adattarviſi l' elliſſe, e la legge del Keplero,) ma in oltre a molte altre, che ſi ſpiegano da diverſi aſtronomi in diverſe maniere, e fra queſti la maggior parte conviene, che ſi debba ſupporre il moto della linea degli apſidi ineguale, anzi qualche volta retrogrado, così pure ineguale quello della linea dei nodi, mutabile l' eccentricità dell' orbita, e per conſeguenza la ſpecie, e figura di eſſa, (che nella teorica degli epicicli è lo ſteſſo, che dire variabile il ſemidiametro dell' epiciclo) mutabile l' inclinazione del piano di queſta all' ecclittica, e ſecondo i più moderni mutabile ancora qualche poco il moto medio in diverſe poſiture della terra nel ſuo orbe annuo, le quali coſe tutte rendono i periodi, e i moti mentovati di ſopra molto ineguali; anzi fanno, che la luna non deſcriva intorno alla terra rigoroſamente quell' orbita di figura regolare, e coſtante, che gli altri pianeti deſcrivono, ma ſolamente a un di preſſo, non molto ſcoſtandoſi dalla periferia di quell' orbita, che ſi è detto nella ſuppoſizione; e dopo tutto ciò pare, che reſtino ancora altre inegualità da ſpiegarſi, che eſercitano tuttavia l' induſtria degli aſtronomi. Di tutte queſte irregolarità non ſi è fatto parola nella Suppoſizione generale, che ſi è eſpoſta nella preſente Sezione, per non comprendere in eſſa ſe non quello, che da tutti gli aſtronomi, che ſuppongono la terra mobile, viene concordemente ammeſſo, riſerbandoſi di eſporre il rimanente nelle altre ſuſſeguenti.

VII. La diſtanza della luna dalla terra è ſtata dedotta dalla ſua parallaſſe, che ſi è ritrovata di un grado di circolo incirca, e ciò coi metodi accennati a ſuo luogo. Gli ſteſſi metodi fanno vedere, che tal diſtanza è diverſa in diverſi tempi, e lo conferma il ſemidiametro apparente della luna, che è variabile dai 29 ai 33 minuti di circolo, come pure ne ſono variabili le velocità. Tal vicinanza alla terra di ſoli 60 ſemidiametri fa, che evidentemente ſi conoſca coi micrometri, variar la diſtanza di eſſa dall' occhio poſto nella ſuperficie, trovandoſene il ſemidiametro apparente mino-

re d' alcune seconde, quando ella è presso l' orizzonte, che presso al vertice in pari distanza dal centro della terra.

Sezione IV.

Delle fasi dell' illuminazione della luna, delle apparenze della sua superficie, e della sua librazione.

I. Supponendosi comunemente dagli astronomi, essere la luna, come tutti gli altri pianeti, un corpo globoso, ed opaco, e vedendosi dalla terra, per le cose dette, ora in uno, ora in un' altro aspetto col Sole, è necessario, che in essa si osservino diverse fasi d' illuminazione, secondo che quell' emisferio di essa, o quasi emisferio, che riceve il lume del Sole coincide in tutto, o in parte con quell' emisferio, o quasi emisferio, che è rivolto verso la terra. La semplice ispezione della Fig. 107 dimostra l' ordine di tutte queste fasi, mentre posto il Sole in S, e la terra in qualsivoglia punto della sua orbita T, trovandosi la luna in congiunzione col Sole in K, è manifesto, che l' emisferio di essa rivolto al Sole non può vedersi dalla terra, se non quanto se ella si troverà fuori della linea de' nodi N O, e per conseguenza fuori del piano dell' ecclittica, potrebbe apparire sottilissimamente falcata, se pure in tanta vicinanza al Sole si potesse discernere; anzi se ella sarà nella linea dei nodi, o presso a quella, potrà coprire alla terra il Sole, ed ecclissarlo, come nella seguente Sezione dirassi. Trovandosi poscia in F alquanto lontana dalla congiunzione, facilmente si vede, che comincierà a scorgersi cornuta, o falcata, e che verso le quadrature in G apparirà dicotoma, o tagliata per mezzo, dopo di che, comincierà a vedersi in P gibba, finchè nell' opposizione in R apparisca rotonda, e piena di lume, [se pure per trovarsi allora presso la linea dei nodi non rimanesse ecclissata per l' interposizione della terra, e immersa nell' ombra di questa, come si dirà tra poco,] e dopo ciò torneranno da capo le medesime fasi coll' ordine opposto.

II. E' da avvertire, che parlando in tutto il rigore, il tem-

tempo, in cui la luna ſi dee veder dicotoma, o per metà illuminata dal Sole, non è nel punto della quadratura, cioè quando l' angolo GTS è retto, ma quando è retto l' angolo nella luna; cioè quando la retta del Sole alla luna tocca l' orbita della luna conſiderata come circolare, il che ſuccede un poco avanti la prima quadratura G, e un poco dopo la ſeconda Q, e allora ſolo ſarebbe dicotoma la luna nel punto della quadratura, quando il raggio GS foſſe paralello al raggio ST, come GM, cioè quando il Sole foſſe in diſtanza infinita. Gli aſtronomi dopo Ariſtarco hanno preteſo d' inveſtigar la diſtanza della terra dal Sole col notare la differenza del tempo della preciſa quadratura, o dell' angolo retto GTS, dal tempo, in cui la luna ſi vede dicotoma; perciocchè queſta differenza di tempo per la notizia, che ſi può avere dalle oſſervazioni della quantità del moto lunare nella ſua orbita, darebbe l' arco intercetto fra il punto del contatto del raggio ſolare coll' orbita, e il punto della quadratura G, il qual arco (come facilmente ſi vede) ſottende nel centro della terra un' angolo eguale all' angolo TSG, onde nel triangolo rettangolo GST ſi avrebbero tutti gli angoli, e per conſeguenza la ragione del lato TG, diſtanza della luna dalla terra, [che può notificarſi oſſervando allora le parallaſſi della luna] al lato TS diſtanza della terra dal Sole. Ma egli è così difficile accertare il tempo preciſo, in cui la luna vedeſi dicotoma, che tal metodo quantunque ingegnoſiſſimo non ha in pratica la neceſſaria ſottigliezza.

III. Pochi giorni dopo, e pochi avanti il novilunio oſſervaſi in quella parte della luna, che non è illuminata dal Sole, un candore, che chiamaſi luce ſecondaria di eſſa, e che è così ſenſibile, che ne fa diſtinguere tutto il diſco rotondo. Spiegaſi tal fenomeno col ſupporre, che il lume del Sole rifleſſo dalla terra alla luna venga da eſſa rimandato al noſtro occhio ſotto ſpecie del candore ſuddetto. Favoriſce tal' ipoteſi l' oſſervarſi, che appunto nel tempo, che il candore appariſce, la terra è ſituata a luogo atto a ribattere il lume dal Sole ſulla luna, e che il candore non ſi oſſerva, quando il detto lume rifleſſo non può per le leggi

della cattotrica giungere ad essa, come non lo può, quando la luna è alquanto più lontana dalla congiunzione.

IV. Scorgesi dalla terra la superficie lunare assai ineguale di colore, e le parti più oscure di essa, le quali anco all' occhio nudo appariscono, diconsi macchie, ma molte più se ne veggono col cannocchiale, col quale si distinguono ancora altre parti più lucide del rimanente, che ciò non ostante diconsi anch' esse macchie, e tutte sono permanenti, avvegnachè cangino qualche poco figura in apparenza, secondo la varia positura del Sole rispetto alla luna. Le ombre, che alcune di queste parti gettano dalla parte opposta al Sole, e che si vanno accorciando, o allungando a misura, che il Sole le illustra più, o meno obbliquamente, fanno intendere, che esse sono parti più rilevate della superficie regolare della luna, e da simili indizi se ne riconoscono altre per incavate. Le prime chiamansi monti, e queste valli. Quando la luna è presso alle quadrature si vede un gran numero di questi monti spuntare colle sue cime illuminate fuori della parte ancor oscura in distanza assai grande dal confine della luce, e dell' ombra, il che fa intendere la grande altezza. Alcuni hanno creduto, che certi tratti di luna più oscuri del rimanente sieno pieni di fluido, e perciò meno ribattere il lume del Sole, e gli hanno denominati mari, ma a tal supposizione ripugna l' osservarsi dentro questi mari delle altre parti manifestamente concave, come dalle ombre, che gettano si riconosce, il che non dovrebbe poter apparire, se tutto quel tratto fosse coperto d' un fluido. Tutte le dette macchie sono state descritte, e denominate con nomi particolari dall' Evelio, e in altra maniera dai PP. Grimaldi, e Riccioli.

V. La luna rivolge verso la terra sempre a un di presso la medesima faccia, come dalle dette macchie si scorge, non così però, che non iscopra talora qualche parte di se stessa verso gli orli, che prima era coperta, e non ne copra qualche altra parte, che prima si vedeva, e tal moto chiamasi *librazione della luna*. Tal librazione succede non solo da settentrione verso mezzo giorno, che dicesi *librazione in latitudine*, ma anco da levante a ponente, che è *librazione*

zione

zione in longitudine. La prima ſpecie di librazione par, che dipenda unicamente dalla varia latitudine della luna. Per iſpiegare la ſeconda, ſi ſuppone, che la luna ſi giri con moto equabile intorno ad un aſſe alquanto inclinato a queſt' orbita, e ſempre parallelo a ſe ſteſſo, compiendo queſto giro preciſamente nel tempo medeſimo, che ella compie con moto ineguale il periodo della ſua orbita. Il riferirne la teoria troppo ci condurrebbe in lungo. Veggaſi queſta ſpiegata dal Caſſini Figlio nelle memorie dell' Accademia di Parigi del 1721.

Sezione V.

Degli eccliſſi della luna.

I. Già ſi è detto, che quando la luna opponendoſi al Sole ſi trova preſſo la linea de' nodi, dee reſtar priva di lume immergendoſi nell' ombra della terra, come i ſatelliti in quella di giove, e queſto è ciò, che chiamaſi eccliſſe della luna. Il diametro ſolare è maggiore del terreſtre di uno a 90 incirca, giacchè il Sole vedeſi dalla terra ſotto un' angolo di mezzo grado, la dove la terra non ſi vede dal Sole, che ſotto un' angolo di 20″ (doppio della parallaſſe orizzontale del Sole) dal qual' angolo ſi ha la diſtanza del Sole dalla terra di $\frac{m}{20}$ ſemidiametri terreſtri incirca. Sia dunque [*Fig.* 108] il Sole in S, la terra in T, e la retta GH tocchi il Sole, e la terra. Eſſendo minore TH di SG dovranno ST, GH concorrere oltre la terra in un punto K, e l' ombra della terra dovrà eſſer conica; e facendo, come la differenza dei ſemidiametri SG, TH [89] alla diſtanza TS (20000), così TH (1) al quarto, ſi avrà KT di 225 ſemidiametri terreſtri incirca, che ſarà il termine dell' ombra della terra, e perciò eſſendo, che la diſtanza della luna dalla terra non è, che 60 ſemidiametri incirca, è neceſſario, che la luna, quando è in oppoſizione col Sole preſſo i nodi, cioè poco lontana dal piano dell' ecclittica, incontri l' ombra della terra. Queſte miſure ſi danno ſolamente

all'

all' ingrosso, ma dagli astronomi si calcolano più precisamente (avendo anco riguardo alla atmosfera, che circonda la terra, e ne accresce alquanto la larghezza dell' ombra), e si variano in diverse distanze della luna, e del Sole dalla terra.

II. Se si tirerà TL tangente il Sole in L, ed SC, che tocchi la terra in C, sarà l' angolo STL il semidiametro apparente del Sole visto dal centro della terra, (che è insensibilmente diverso dal veduto dalla superficie, come dal calcolo si dimostra), e l' angolo TSC sarà la parallasse orizzontale del Sole, e fingendo, che la retta TL tagli HG nel punto G, (che poco ne è il divario) sarà parimente l' angolo TGH la parallasse orizzontale del punto solare S. Supposto ora, che la luna traversi l' ombra in PN (che è una porzione dell' orbita lunare, e può prendersi per una retta perpendicolare ad SK), congiunta TN, sarà PTN il semidiametro apparente dal centro della terra della sezione dell' ombra nel luogo, ove s' immerge la luna; e tirando PQ, che tocchi la terra, sarà TPQ la parallasse orizzontale della luna, a cui sensibilmente si troverà eguale TNH. Poichè dunque nel triangolo KGT l' angolo interno K è eguale all' esterno STL, o sia STG meno l' altro interno TGH, è manifesto, che l' angolo del cono ombroso è eguale alla differenza fra il semidiametro apparente del Sole, e la parallasse orizzontale del medesimo. Parimente poiche nel triangolo KTN l' interno PTN è eguale all' esterno TNH meno l' altro interno K, sarà il semidiametro dell' ombra apparente dal centro della terra eguale alla parallasse orizzontale della luna meno l'angolo del cono ombroso, cioè meno la differenza del semidiametro apparente del Sole, e la sua parallasse orizzontale. Onde per aver il semidiametro dell' ombra, si dovrà sottrare dalla parallasse della luna orizzontale il semidiametro apparente del Sole, e poi aggiungervi la parallasse orizzontale di questo; o quel, che è lo stesso, far la somma della parallasse orizzontale della luna, e del Sole, e levarne il semidiametro del Sole. Il semidiametro apparente dell' ombra nel luogo del passaggio della luna, così determinato, cioè l' angolo PTN, è tal, quale si vedrebbe dal cen-

centro della terra, onde chi ne voleſſe la vera miſura apparente dal punto della ſuperficie terreſtre, o da altro punto, dovrebbe dargli qualche correzione, che tuttavia ſarebbe aſſai piccola.

III. Se ſi poteſſe eſattamente determinare coll'oſſervazione negli eccliſſi lunari la quantità del ſemidiametro apparente dell' ombra, è manifeſto, che aggiuntovi il ſemidiametro apparente del Sole, e poi detrattane la parallaſſe orizzontale della luua [amendue queſti elementi ponno ſaperſi aſſai eſattamente per le oſſervazioni] il reſto ſarebbe la parallaſſe orizzontale del Sole, e con queſto metodo ſuggerì Iparco poterſi cercare tal parallaſſe; ma il termine confuſo, e sfumato dell' ombra negli eccliſſi non laſcia, che ſe ne poſſa far uſo in pratica.

IV. Può la luna incontrar l' ombra terreſtre così direttamente, che tutta vi reſti immerſa, perocchè eſſendo la parallaſſe orizzontale della luna di un grado incirca detrattone il ſemidiametro del Sole, che è un quarto di grado, reſtano per lo ſemidiametro dell' ombra ¾ di grado (traſcurando la parallaſſe ſolare quaſi inſenſibile), onde il diametro dell' ombra è di un grado, e mezzo incirca, e non apparendo la luna, che ſotto l' angolo d' un mezzo grado, ſi vede che tre diametri lunari ponno capire nel diametro dell' ombra, e più ancora prendendo le miſure più preciſe. Queſte *eccliſſi* diconſi *totali*, che ponno anco eſſer *centrali*, quando il centro della luna ſi trovi preciſamente nel nodo, e vada a congiungerſi nel momento della oppoſizione col centro dell' ombra. Può tuttavia darſi caſo, che eſſa vi reſti immerſa ſolo per un momento, e finalmente, che non tutta, ma ſolo parte di eſſa entri nell' ombra, che diceſi *ecliſſe parziale*. La quantità di eſſa ſi eſtima, e ſi enuncia dagli aſtronomi in parti dodiceſime del diametro lunare, che diconſi *digiti*. L' eccliſſi lunare dee ſempre cominciare nella parte orientale della luna, e finire nell' occidentale, atteſo, che ella ſi immerge nell' ombra in virtù del moto proprio, che la porta da occidente verſo oriente ſecondo l' ordine de' ſegni.

V. Il mezzo dell' ecliſſe lunare non ſuccede nel momento

mento dell' opposizione della luna col Sole, se non quando questa opposizione accada precisamente nel nodo, ma bensì nel momento, in cui la luna giunge col suo centro al mezzo di quella corda, o sottesa, che essa descrive traversando l' ombra terrestre, la qual corda non può esser parallela all' ecclittica a cagione dell' inclinazione dell' orbita lunare al piano di questa. La durata degli ecclissi è diversa secondo la diversa lunghezza di queste corde, la diversa velocità della luna, e del centro dell'ombra (la qual' ultima è l' istessa, che la velocità della terra nella sua orbita, o sia la velocità apparente del Sole) il diverso diametro apparente della luna, e dell' ombra &c., e perciò dipende, parte dalla distanza della luna dal nodo, parte dalla distanza dell' apogeo, parte da quella della terra dall' afelio &c., ma all' ingrosso un' ecclisse lunare centrale dura ore 4 incirca, contando dal momento, che la luna tocca l' ombra al di fuori nel principio dell' immersione, a quello, in cui là tocca di nuovo al di fuori nel fine dell' emersione; e la total dimora della luna nell' ombra, cioè dal momento, in cui là tocca al di dentro nell' immersione, all' altro istante, in cui pur là tocca al di dentro nell' emersione, e in tal caso di ore 2 incirca. In tutti gli altri casi le durazioni sono proporzionalmente minori. Tutto ciò può mostrarsi col calcolo, posta la elongazione della luna dal Sole in ragione di 30 minuti incirca per ciascuna ora, prendendo un mezzo fra le diverse misure di essa.

VI. Le osservazioni degli ecclissi lunari hanno uso anch' esse per le determinazioni della longitudine dei luoghi terrestri, come quelle dei satelliti di giove, ne gli antichi avevano a ciò altro mezzo, che questo. I moderni, oltre il principio, e il fine dell' ecclisse, e oltre il momento della total' oscurazione, e del principio dell' emersione negli ecclissi totali, notano eziandio il nascondimento, e lo scoprimento, che di mano, in mano si va osservando delle macchie nell' ombra, onde in una medesima occasione d' un ecclisse si fa un gran numero d' osservazioni, ciascuna delle quali serve all' uso suddetto delle differenze dei meridiani. Egli è vero, che la dubbietà, in cui si è, del vero orlo dell' om-

ombra, la quale apparisce mal terminata, e non tagliente, non lascia, che queste osservazioni abbiano tutto quell'uso, che si desidera nella precisa determinazione delle dette differenze.

VII. Nasce la detta confusione del termine dell'ombra da diverse cagioni, ma specialmente dalla penombra. Sia (*Fig.* 109) A il centro del Sole, B della terra, OPN la porzione dell'orbita, per cui passa la luna. Si tirino le rette MO, GN, che alternamente tocchino il Sole, e la terra, e sarà NO lo spazio ingombrato dalla penombra nell'orbita NO; imperocchè tirando le altre rette GI, ML, che tocchino il Sole, e la terra non alternamente, ma dalla medesima parte [queste tangenti si fanno partire dai medesimi punti G, M, d'onde partono GN, MO, perchè non vi è sensibil differenza come di sopra fu accennato], e con ciò determinino la vera ombra conica RKT, è chiaro, che in tutti i punti fra O, ed I si può vedere qualche parte del Sole, ma sempre tanto meno, quanto il punto, che si prende, è più vicino ad I, dove tutto si perde di vista, onde il chiarore va digradando da O verso I, (e così da N verso L) ne lascia ben distinguere sulla faccia della luna il vero termine dell'ombra I, ovvero L. L'angolo PBO, che misura la larghezza della penombra vista dal centro B della terra è eguale alla somma dei due BOC, BCO, de' quali il primo BOC è la parallasse orizzontale del punto O, cioè della luna, e l'altro BCO, ovvero MCA eccede il semidiametro del Sole apparente dal centro della terra MBA di tutto l'angolo BMC, o sia BMT parallasse orizzontale del Sole. L'angolo dunque suddetto PBO, sotto cui apparisce la penombra, è eguale alla somma del semidiametro del Sole, della parallasse orizzontale della luna, e di quella del Sole. Perciò egli eccede l'angolo PBI (semidiametro apparente dell'ombra) del doppio del semidiametro del Sole, e in conseguenza si richiede un tempo notabile, (e può esser d'un ora, ed anco più) fra l'ingresso della luna nella penombra in O, e il suo ingresso nell'ombra in I, e l'istesso vale dell'esito. Non si comincia però a render sensibile alla vista l'oscurazione della luna, se non quando ella è assai vicina al punto I.

VIII. La refrazione de' raggi solari nell' atmosfera fa, che alcuni di questi penetrino dentro la vera ombra RKT, e poi ne escano fuori dalla parte opposta, e immergendosi la luna appunto in quella parte dell' ombra, ove questa è rischiarata dai detti raggi, ella non perde per lo più il lume affatto, anche nell' ecclissi totale, ma resta d' un colore come sanguigno, o di rame. Lungo sarebbe determinare i punti, ove ciò succeda, e tener dietro ai detti raggi, nè ciò conviene al presente compendio, come pure il parlare dei calcoli degli ecclissi, il che non può farsi, se non coll' aver alla mano le tavole astronomiche.

Sezione VI.

Degli ecclissi del Sole.

I. L' Interposizione della luna fra la terra, e il Sole, per cui succede, che questo rimanga in tutto, o in parte nascosto ad alcune parti della superficie terrestre, si chiama impropriamente ecclissi del Sole, perchè non è vera mancanza di lume nel Sole, e meglio dicesi ecclissi della terra, perocchè ella veramente si oscura, dove il lume solare per la detta interposizione lascia d' illustrarla. Ciò succede, come si è detto, ne' novilunii, quando la luna è assai presso alla linea de' nodi. Sia (*Fig.* 110) il centro del Sole S, della luna L, essendo che tanto il Sole, quanto la luna si veggono dalla terra sotto l' angolo d' un mezzo grado incirca, è manifesto, che due linee CK, EK, che tocchino il Sole, e che facciano tra loro l' angolo K d' un mezzo grado incirca, concorrono a un di presso nella terra, e che dentro l' angolo DKF può adattarsi la luna alla distanza, che essa ha dalla terra per modo, che le medesime linee tocchino anco la luna in D, F; onde l' ombra della luna fatta dal Sole ha il suo vertice K non lungi dalla terra. Se dunque accaderà, che il vertice di quest' ombra K, quando la luna è in congiunzione, cada alquanto dentro della terra TR, tutto il tratto della superficie terrestre SO, che sarà compreso fra le rette CK, EK, vedrà coperto tutto il Sole

le dalla luna, e diraffi allora effer *ecclissi totale del Sole* in quei luoghi, che ivi resteranno compresi, la quale rispetto ad alcuni potrà anco esser *centrale*, cioè quando s' incontrino nell' asse dell' ombra KS, e di mano, in mano, che altri, ed altri punti terrestri nel diurno rivolgimento della terra andranno traversando quel tratto, ove l' ombra mobile anch' essa al moversi della luna andrà incontrando la terra, ciascuno di quei punti terrestri vedrà tutto il Sole coperto per tutto quel tempo, che spenderà a traversare il detto tratto, il qual tempo sarà più, o meno, secondo che i detti punti saranno più, o meno vicini all' asse dell' ombra SK, come pure secondo la velocità maggiore, o minore del moto dell' ombra al moversi della luna, e di quelli de' medesimi punti terrestri, che incontreranno quest' ombra. Tirando poscia due altre rette, che alternamente tocchino il Sole, e la luna, cioè EDT, EFK (le quali avranno i punti de' contatti E, C, et F, D sensibilmente gli stessi, che quelli di prima) tutto lo spazio terrestre TSOR sarà nella penombra della luna, o che quei luoghi terrestri, che al rivolgersi della terra passeranno per lo detto spazio (mobile anch' esso, come sopra, al moversi della luna) senza entrare nello spazio SO vedranno di mano, in mano coperta ora una, ora un' altra parte del Sole, ma non mai tutto il suo disco, e avranno *ecclissi parziale*, e questa sarà tanto maggiore, quanto più presso allo spazio SO passeranno, e potrà durar più, o meno come sopra. Queste ecclissi ancora si esprimono per digiti, cioè per dodicesime parti del diametro solare.

II. Che se il punto K rimanesse fra la luna, e la terra, come se questa fosse in MN, prolungando le rette EK, CK fino alla terra in G, H, niuna parte della terra potrebbe vedere il Sole tutto coperto, come pure succederebbe nel primo caso, se a cagione della latitudine della luna il cono ombroso DKF non incontrasse in alcuna parte la terra, ma solo l' incontrasse la penombra accennata. Quando il cono suddetto prodotto incontra la terra, come in GH, allora nei punti terrestri, che vanno passando per lo tratto GH, [mobile anch' esso, come sopra] si vede quella specie d' *ec-*

clisse, che dicesi *annulare*; perciocchè tutta la luna dee apparire dentro al Sole, come una gran macchia, e intorno ad essa rimanere in forma d' anello luminoso una parte del disco del Sole. Gli altri luoghi, che restano dentro la penombra fuori del cerchietto GH hanno ecclisse parziale, come nel caso precedente.

III. Da ciò è manifesto, che non tutti i luoghi della terra veggono l' ecclisse del Sole della medesima grandezza, ne in quelli, che tale la veggono, ciò succede ad un medesimo istante di tempo, ma altri più, altri meno; altri prima, altri dopo ne veggono l' oscurazione; onde non pare, che tal fenomeno possa come gli ecclissi della luna, servire alla ricerca delle longitudini de' luoghi terrestri. Ciò non ostante il Cassini ha dato un metodo per farle servire a tal uso, che ottimamente riesce in pratica. Il medesimo autore ha parimente dati dei metodi organici per determinar gli ecclissi del Sole, quali saranno veduti in ciascun luogo della terra, e sfuggire con ciò l' imbarazzo, che è grandissimo del calcolo trigonometrico di questi fenomeni; con che si può anche agevolmente segnare in una carta geografica le diverse fasi dell' ecclisse, che si vedranno in diversi luoghi della terra, coi loro tempi, come si è fatto nelle efemeridi pubblicate ad uso di questo Instituto delle scienze; ma lo spiegare tali cose troppo ci tirerebbe in lungo, ne ciò ancora comodamente può farsi senza maneggiare le tavole astronomiche.

Sezione VII.

Della prima determinazione del moto medio, o sia del periodo della luna, e di quelli del suo apogeo, e de' suoi nodi.

I. Avanti di entrare in ricerche più sottili de' movimenti della luna, dobbiamo premettere, che tutte le osservazioni de' luoghi di essa, che occorrerà impiegare in tali ricerche, debbono supporsi purgate dalla parallasse (oltre la refrazione, che a queste ancora non meno, che a tutte le altre osservazioni celesti si dee applicare), e il tem-

po

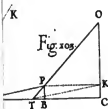
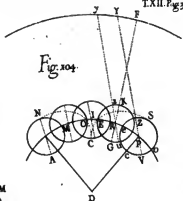
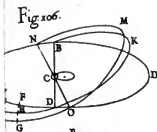
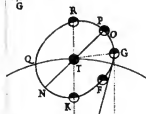
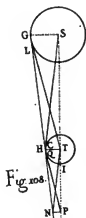
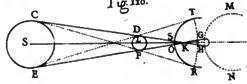



Fig. 103.
Fig. 104.
Fig. 106.
Fig. 107.
Fig. 108.
109.
Fig. 110.

po loro ridotto a tempo medio. Quest' ultima correzione, è assai facile, supponendosi nota l' equazione del tempo per li metodi già spiegati. La parallasse, o si dee supporre ritrovata (colle maniere già a suo luogo indicate) intorno a quel tempo, per cui si hanno le osservazioni, delle quali si vuol far uso, o pure si dee calcolare al detto tempo dalle tavole di qualche autore, che sieno state comprovate esatte per lunga esperienza.

II. In oltre è da avvertire, che sebbene la Supposizione comune data nella Sezione terza di questo Capo intorno ai moti della luna, e specialmente intorno al descriversi da essa un' orbita di figura costante, e alla misura del moto del suo apogeo secondo l' ordine de' segni, non è vera, che a un di presso, come ivi nelle Annotazioni si è spiegato, nulladimeno tutti gli astronomi antichi hanno supposto, che punto non si scosti dal vero, se si considerano solamente i luoghi della luna nelle sizigie, e poco ancora vi trovano d' errore i moderni al tempo di queste, per modo, che, se non si avessero altre osservazioni di essa, che quelle che se ne sono fatte all' istante de' novilunii, o de' plenilunii, o pure assai presso a quei tempi, non vi sarebbe quasi cagione di abbandonare, o di limitare tal supposizione, come vi è, quando si esaminano i moti lunari osservati fuori dei detti tempi. Quindi è, che essi costumano, (e noi così faremo, seguendo questa loro supposizione) di cercar prima la figura dell' orbita lunare, e tutto ciò, che agli elementi della sua teoria appartiene, [cioè gli apsidi, i nodi, l' eccentricità, le longitudini medie, e i moti medii di longitudine dell' apogeo, e del nodo] dipendentemente dalle sole osservazioni fatte nelle sizigie, per passar poscia a considerare le inegualità, che fuori delle sizigie ne turbano il moto, e la distornano dall' orbita regolare così determinata. Ma perchè secondo le teoriche d' alcuni altri astronomi, come dell' Horoccio, seguitato in ciò dal Newton, e da altri, si trova, che eziandio nelle sizigie la figura, e la posizione dell' orbita lunare dee restar soggetta a qualche piccola mutazione, non meno, che fuori di quelle, perciò noi parleremo a parte di queste ipotesi, dopo d' aver espo-

esposto prima tutto ciò, che ci occorre nella sentenza più comune.

III. Ciò premesso, la prima determinazione de' periodi lunari potrebbe farsi, osservando il tempo del ritorno della luna alla medesima longitudine, o alla congiunzione con una medesima fissa, ma per isfuggir al possibile le parallassi, e le inegualità, che la luna ha fuori delle sizigie, è meglio cercar prima la quantità del mese sinodico, valendosi delle osservazioni delle sizigie, e specialmente de' pleniluni, giacchè i noviluni non sono osservabili fuori del caso degli ecclissi del Sole. Il modo di determinar il tempo del plenilunio, se questo succede con ecclissi della luna, è assai facile, perchè se si osserverà il tempo del principio, e quello del fine dell' ecclisse, o pure quello del fine dell' immersione nell' ombra, e il principio dell' emersione negli ecclissi totali, si avrà dal paragone di tali tempi il mezzo dell' ecclisse. L' istesso può ottenersi dividendo per mezzo il tempo, che sarà corso fra l' osservazione d' una determinata parte della luna (verbi grazia, di 3 digiti) nell' immergersi, che essa fa nell' ombra, e l' osservazione d' un' egual parte nell' uscire dall' ombra. Le parallassi niente turbano questa sorta d' osservazioni, perchè esse ponno ben fare, che tanto la luna, quanto la sezione dell' ombra, in cui essa entra, si veggono fuori del loro luogo, ma non ponno fare, che l' ecclissi succeda prima, o dopo di quello, che succede la vera opposizione della luna col Sole, alterandosi da esse il luogo dell' ombra precisamente tanto, quanto quello della luna. Ne per altro in questa prima ricerca è necessario distinguere sottilmente il tempo del mezzo dell' ecclissi da quello dell' opposizione col Sole.

IV. Fuori del caso dell' ecclisse, se si osserverà per due, o tre giorni, quando la luna si accosta ad esser piena, il suo passaggio per lo meridiano, e insieme la sua altezza, si potrà dopo aver corrette queste altezze colla refrazione, e la parallasse, avere all' istante de' detti passaggi la sua longitudine, e la latitudine, e il paragone delle longitudini di due, o tre giorni fra loro, e colle longitudini del Sole, che si suppongono note, farà agevolmente vedere a qual'

ora,

ora, e di qual giorno ſia accaduta l' oppoſizione, cioè ſiaſi trovata la luna a 180 gradi di longitudine più, o meno del Sole.

V. Trovati in queſta guiſa il tempo di due plenilunii, il tempo corſo fra eſſi ſarà il meſe ſinodico, e benchè la ſua quantità così trovata non ſia per riuſcir coſtante a cagione delle inegualità del Sole, o della terra, e di quella, che anco nelle ſizigie ha la luna per la figura, e legge del ſuo moto nella propria orbita tuttavia queſta prima notizia ſervirà per ſapere a un di preſſo il tempo delle lunazioni ſenza errore d' un intero giorno; onde facendo poſcia il paragone di due plenilunii lontani fra loro d' un qualche maggior numero di meſi ſinodici, non ſi potrà errare nel numero de' meſi, che ſarà corſo fra queſti due plenilunii, e ſi avrà la quantità del meſe ſinodico alquanto più eſatta, per potere di nuovo far paſſaggio ad altre comparazioni di plenilunii più lontani, e ricavar di nuovo più ſottilmente le medeſime quantità.

VI. Il meſe ſinodico così determinato ſi può riguardare preſſo a poco come medio; perocchè eſſendo riſultato da un gran numero di meſi ſinodici di inegual durata, la miſura di eſſo ſarà mezzana fra la durata di tutti; onde ſi conchiuderà da eſſo preſſo a poco la quantità dell' elongazione media della luna dal Sole in qualſivoglia dato ſpazio di tempo, come in un giorno, in un' anno &c. facendo come il tempo trovato del meſe ſinodico al tempo dato, così gradi 360, che è tutta l' elongazione media della luna dal Sole in un meſe ſinodico, all' elongazione media cercata, che conviene al dato tempo.

VII. Quanto al meſe periodico medio, ſapendoſi già, quanto ſia il moto medio del Sole nel tempo, che ſi è trovato d' un meſe ſinodico, aggiungendo queſto moto a 360 gradi, la ſomma ſarà il moto medio della luna nel detto tempo. Facendo dunque, come il moto medio così trovato a gradi 360, così lo ſpazio d' un meſe ſinodico al quarto, ſi avrà a un di preſſo il tempo, in cui ella cammina nella ſua orbita gradi 360, nel ſenſo ſpiegato di ſopra al principio della Sezione terza di queſto Capo, cioè a dire il meſe periodico.

VIII.

VIII. Passando al moto dell' apogeo della luna, si potrà in primo luogo averne una tal qual notizia dall' osservare dentro lo spazio d' una medesima lunazione il tempo, in cui il moto della luna è il più veloce, o il più tardo, che sono i tempi, ne' quali la luna è a un di presso nel perigeo, o nell' apogeo, con che si vedrà evidentemente non corrispondere questi termini della massima velocità, o tardità sempre agli stessi punti del zodiaco, ma andarsi avanzando secondo l' ordine de' segni; e sebbene le inegualità, alle quali la luna è soggetta fuori delle sizigie, turbano alquanto questa determinazione; pure si potrà prendere all' ingrosso qualche lume dal moto suddetto, ed accorgersi, che, in capo a 9 anni in circa, i detti termini tornano a un di presso alle medesime longitudini; onde si inferirà, che il moto dell' apogeo sia di 40 gradi per ciascun anno incirca, e da questa prima notizia si passerà ad altre più sottili determinazioni, osservando dopo un qualche buon numero di periodi di 9 anni a qual longitudine corrispondano i detti termini, e deducendone la quantità del mese anomalistico.

IX. Il miglior modo però è quello, di valersi di due ecclissi della luna, ne' quali si abbia indicio, che essa sia ritornata almeno il più d' appresso, che sia possibile, alla medesima distanza dal suo apogeo; e tali indizi ponno essere, l' osservarsi nell' uno, e nell' altro plenilunio essere stato eguale l' apparente semidiametro, o quel, che è meglio, eguale la parallasse orizzontale, purchè però in amendue gli ecclissi il semidiametro andasse crescendo, o in amendue scemando, e così pure le velocità, e le parallassi, e ciò per isfuggir l' equivoco, che potrebbe senza tal limitazione nascere dal poter essere eguali le velocità, e i semidiametri, anche in diversi punti dell' orbita, purchè egualmente lontani dalla linea degli apsidi, uno nell' uno, e l' altro nell' altro semicircolo dell' anomalia. Se si trovassero due ecclissi parziali di quantità d' oscurazioni eguale, o di durata eguale, sarebbero ottimi a tal uso, purchè col riscontro suddetto si fosse certo, non esser queste accadute in diversi semicircoli d' anomalia, ma nello stesso. Quanto più

saran-

faranno lontani fra loro i plenilunii ecclittici, che avranno tali condizioni, tanto meno si potrà errare nella determinazione, che si cerca. Dividendo il numero de' giorni, ed ore scorse fra essi per lo numero de' periodi anomalistici, che si sa per le antecedenti ricerche essersi frattanto compiti, si avrà la lunghezza d'un mese anomalistico, al quale convengono gradi 360 di moto d'anomalia; onde questa spezie di moto si potrà determinare per ogni altro dato tempo, e prendendo il moto medio in longitudine della luna, che conviene al mese anomalistico ritrovato, l'eccesso di questo moto sopra gradi 360 sarà il moto dell'apogeo nel detto tempo; onde si potrà trovarne il moto per ogni altro spazio di tempo.

X. Gli ecclissi lunari, che hanno la condizione suddetta di essere accaduti amendue nella medesima distanza della luna dal suo apogeo, sono anche i più sicuri per cercar il mese sinodico, e per conseguenza anche il periodico, e i moti medii di longitudine, e di elongazione dal Sole; che se poi in altro vi concorresse la circostanza, che anco il Sole si fosse in amendue i casi trovato a distanza eguale del suo apogeo, (o la terra dal suo afelio) il che può sapersi facendo i calcoli del Sole per quei tempi, e che l'intervallo fra tali ecclissi fosse di molti secoli, tal combinazione sarebbe la più desiderabile, che potesse trovarsi almeno per queste prime ricerche, e si avrebbe ad un tempo stesso una misura alquanto più giusta del mese sinodico, da cui ricavasi poi anco il periodico. Imperocchè essendo tutti i ritorni del Sole al medesimo punto della sua orbita, cioè tutti gli anni anomalistici eguali, e tali ancora supponendosi tutti i mesi anomalistici, (almeno considerata nella luna la sola ineguaglità, che ha nelle sigizie) a niuno scrupulo è soggetto tal metodo per conto dell'ineguaglità de' moti della luna, o del Sole, e i mesi così dedotti si ponno riguardare come medii, ma una tal combinazione è assai rara. Iparco in una simil combinazione (almeno rispetto alla distanza della luna dal suo apogeo) trovò, che in giorni 126009 ed un'ora si erano compiti 4267 mesi sinodici, e 4573 mesi anomalistici, d'onde dedusse le misure di essi,

 che

che si sono trovate dentro una seconda di tempo le medesime anco da' moderni, cioè il mese sinodico $29^d\ 12^h\ 44'\ 3''$, il periodico $27^d\ 7^h\ 43'\ 4''$, e l'anomalistico $27^d\ 13^h\ 18'\ 19''$, da' quali si ponno ricavare i moti medii di longitudine, d'anomalia, d'elongazione media dal Sole, e dell'apogeo, per ogni spazio di tempo, tanto sottilmente, quanto era possibile in questa prima ricerca.

SEZIONE VIII.

Dell' artificio, con cui si determina l' eccentricità, l' apogeo, e le longitudini medie della luna.

I. IL metodo, che comunemente si è praticato dagli astronomi per determinare questi elementi era fondato sulla teorica di Tolomeo, che per la luna supponeva la figura dell' orbita concentrica alla terra, sopra la cui periferia movevasi un' epiciclo, che portava nella sua circonferenza la luna, nella qual' ipotesi il moto dell' apogeo lunare, che è assai sensibile, turba la ricerca de' suddetti elementi. Il P. Tacquet ha mostrato, come gli artificii ordinari già da noi spiegati, che si adoperano a questo uso nel Sole, e negli altri pianeti nell' ipotesi dell' eccentrico, possono anco con poco cangiamento applicarsi alla luna in questa medesima ipotesi non ostante il moto suddetto degli apsidi della luna, e l' istesso può valere nell' ipotesi ellittica del Wardo, ma non avendo, per quanto a me sembra, spiegato abbastanza quello, che vi ha di particolare nella luna a riguardo del detto moto de' suoi apsidi, noi lo faremo ora colla chiarezza possibile.

II. Sia nella Fig. 111 per un tempo l' orbita lunare ALP, il cui centro C, l' eccentricità CT, essendo il centro della terra in T, e la linea degli apsidi AP, e trovisi a quel tempo la luna in L per modo, che la linea del moto vero sia TL, ma quella del medio TO, l' anomalia vera, o equata, o pure il suo supplemento al circolo ATL, la media, o suo supplemento ATO, e tirando la linea TV al principio dell' ariete V nella sfera dell' universo, sarà per quel

quel tempo la longitudine vera della luna VTL, e la media VTO, e la longitudine dell' apogeo, o suo supplemento VTA. Sia poscia in un' altro tempo la luna in un' altro luogo della sua orbita, e poichè il moto, che intanto avrà fatto la terra nella sua intorno al Sole, è insensibile rispetto alla sfera dell' universo, si potrà riguardare la terra, come se tuttavia fosse nel punto T, e considerar questo punto, come centro della detta sfera, ma ben si dovrà tener conto del moto, che avrà fatto l' orbita intorno al punto T. Sia dunque quest' orbita passata in amp, (posta per maggior facilità nel medesimo piano ALP) e la linea degli apsidi in acp, e trovisi la luna nel punto di quest' orbita m, essendo Tm la linea del suo moto vero, Ti quella del medio, la longitudine vera, o suo supplemento VTm, la media VTi, e la longitudine dell' apogeo, o suo supplemento VTa. E' manifesto, che le linee Tm, Ti non hanno rispetto alla linea degli apsidi PA della prima posizione dell' orbita, quella situazione, ne fanno con essa quegli angoli d' anomalia vera, e media, che fanno colla detta linea degli apsidi trasportata nella seconda posizione pa; onde se nella prima posizione dell' orbita ALP, in cui fu la luna in L, si vuol situare il luogo della luna m per rapporto alla linea degli apsidi AP nella medesima positura, che egli ebbe in m per rapporto alla medesima linea, che era in ap, converrà condurre la retta TM più ritirata verso il principio dell' ♈ di tutto l' angolo mTM eguale all' angolo ATa, che è il moto dell' apogeo fra questi due tempi; e così il punto M rappresenterà il luogo m nella positura dell' orbita ALP, e la distanza TM sarà eguale alla Tm. L' istesso dovrà farsi della linea del moto medio Ti ritirandola in TI di tutto l' angolo iTI sempre eguale all' angolo ATa, che è il moto dell' apogeo, con che tanto la longitudine, che sarà indicata dalla linea TM, quanto la indicata dalla linea TI, saranno minori delle longitudini delle linee Tm, Ti prese secondo l' ordine de' segni, quanto è l' angolo, o moto suddetto. Ciò fatto è evidente, che essendo l' angolo LTm la differenza delle due longitudini vere della luna nei detti tempi, o sia il moto vero della luna in

longitudine, l' angolo LTM, che è minore di esso, quanto è il moto dell' apogeo, verrà ad essere il moto d' anomalia vera nel medesimo tempo; e così pure l' angolo OTI verrà ad essere il moto d' anomalia media nel tempo stesso. Il medesimo succederà, se di nuovo si avrà un' altra positura della luna in un' altro punto della sua orbita in qualsivoglia altro tempo, e si vorrà situare nell' orbita ALP.

III. Da ciò s' intende, come debbano prepararsi i dati per rinvenire dalle osservazioni l' apogeo della luna, e gli altri elementi, che si cercano (servendosi per altro de' soliti artificii da noi esposti nella teorica del Sole) senza che il moto, che è assai sensibile degli apsidi lunari, turbi questa ricerca. Imperocchè se tal problema si prende a sciogliere senza le distanze, e col mezzo di tre longitudini della luna, (osservate però nelle sizigie, e specialmente negli ecclissi della luna, ne' quali la longitudine della luna è maggiore, o minore d' un semicircolo di quella del Sole, escludendosi per le ragioni addotte le osservazioni fatte fuori di questi tempi, e colla condizione, che le sizigie suddette sieno tra loro assai vicine, e se è possibile dentro lo spazio d' un medesimo anno) posto che la prima osservazione sia stata fatta trovandosi l' orbita lunare in ALP, e la luna in L, si debbano le altre due osservazioni posteriori ridurre all' orbita medesima ALP, diffalcando dal moto vero in longitudine fra la prima, e la seconda osservazione, (che sia in m) il moto ATa, che conviene all' apogeo in questo intervallo di tempo, e l' istesso facendo del moto della prima alla terza. Parimente dal moto medio in longitudine della prima alla seconda, cioè dell' angolo OTi si dovrà detrarre il medesimo angolo ATa, o, quel che è lo stesso, in cambio del moto medio in longitudine, che conviene all' intervallo suddetto, si dovrà prendere il moto d' anomalia media, che gli appartiene, e così pure della prima alla terza; e ciò tanto nell' ipotesi dell' eccentrico, quanto in quella dell' ellisse del Wardo.

IV. Se poi si vuole sciorre il problema per tre distanze [osservate anch' esse nelle sizigie] della luna dalla terra, come nell' ipotesi ellittica, sia del Keplero, o del Wardo, può

può farsi, essendo che quì ancora bisognino gli angoli, che fanno tra loro le tre linee delle dette distanze, e che sono le differenze delle longitudini vere della luna a' tempi delle tre osservazioni, questi angoli debbonsi anch' essi correggere colla detrazione suddetta. Tanto nell'uno, quanto nell' altro caso il luogo dell' apogeo, che risulterà sarà quello, che conviene al tempo della prima osservazione, e la longitudine media per lo stesso tempo non avrà bisogno di correzione, ma chi vorrà sapere la longitudine media della luna nell' altre due osservazioni, dovrà aggiungere a quella, che risulta dal calcolo, il moto dell' apogeo fra la prima, e la seconda, e così per la terza, come pure dovrà fare, chi cercherà il luogo dell' apogeo in queste due ultime, e quanto all' eccentricità, ne pur essa avrà bisogno di correzione, essendo giusta quanto può essere con questo metodo.

V. Egli è vero, che stimo difficile, quanto a quest' ultima maniera delle tre distanze, il praticarla nella luna, a cagione della difficoltà di rinvenire sottilmente le dette distanze, o sia per mezzo delle parallassi, o dei diametri, o delle velocità lunari osservate; onde è meglio, ancorchè si seguiti l' ipotesi del Keplero, cercare gli elementi in quella del Wardo col mezzo delle tre longitudini, e dei moti medii corrispondenti, e colla correzione poc' anzi detta; giacchè trasportando all' ipotesi delle aree proporzionali ai tempi gli elementi trovati nell' altra degli angoli eguali nel foco dell' ellisse, di poco si può errare, almeno nella luna, la cui ellisse non è molto eccentrica, e il seguito delle osservazioni sizigiali può anche dar lume per correggere gli errori, che si fossero fatti.

VI. Trovati tutti questi elementi si ponno coi metodi ordinari stabilire le epoche delle longitudini medie, e dell' apogeo della luna, e calcolare il luogo medio, e vero per qualsivoglia tempo; il che però non dovrà farsi, se non al tempo delle sizigie, giacchè fuori di queste la luna è soggetta ad altre inegualità, come si è detto.

Sezione IX.

Dell' emendazione de' moti medii della luna, e degli altri elementi trovati di sopra.

I. GLi elementi della teorica della luna finora determinati non ponno avere tutta la necessaria esattezza, perocchè essi dipendono da' moti medii dell' apogeo, e della longitudine, i quali, benchè si fossero rinvenuti con quella maggior sottigliezza, di cui era capace una prima ricerca, non giungevano però a tutta quella, che si può desiderare; e ciò per diverse cagioni, ma specialmente per quella del non esser ben certo, che nei due plenilunii ecclittici impiegati [come all' art. 9, e 10 della Sezione precedente] nell' investigazione de' detti moti, la luna fosse precisamente alla medesima distanza dal suo apogeo, non potendosi ne dai diametri, ne dalla parallasse, ne dalle velocità sensibilmente eguali di essa inferire il ritorno al medesimo punto dell' orbita precisamente, ma solo presso a poco, e col dubbio di qualche gradi, mentre per qualche gradi appunto di maggior, o minor distanza dall' apogeo non si varia ne la parallasse, ne il diametro, ne le velocità, se non al più di alcune seconde, che appena sono sensibili.

II. Conviene dunque emendare questi moti, cogli elementi, che ne dipendono, in questa maniera. Si prendano tre altre osservazioni di plenilunii assai fra loro vicini, e il più che si può lontani da quei primi, per mezzo de' quali si sono trovati i detti elementi, e da questi tre nuovi plenilunii si determinino gli elementi medesimi, cioè l' apogeo, l' eccentricità, e le longitudini medie della luna a' tempi di essi. Dal paragone delle longitudini medie trovate da' tre primi colle trovate da' tre nuovi, e da quello de' luoghi dell' apogeo dedotti da quelli, e da questi, si avrà il moto della luna in longitudine, e il moto del suo apogeo, e dell' anomalia media nell' intervallo di tempo, che sarà corso, onde si caveranno di bel nuovo le misure de' detti moti per ogni intervallo di tempo, il tutto più giusto, che non si aveva.

III.

III. Prendendo dunque, come per epoca, una delle anomalie medie trovate, o nelle tre prime, o nelle tre seconde osservazioni, si potrà col mezzo di questa epoca, e dai moti di anomalia media, sapere a qualsivoglia tempo dato avanti, o dopo, quanto sia l' anomalia media della luna, e per conseguenza si potrà sapere, se ne' tempi di due ecclissi osservate, la detta anomalia sia stata la medesima, e ciò molto più precisamente, che non si sapea per gli indicii della parallasse, e per gli altri detti di sopra. Si tenga conto di quelle paja d' ecclissi, ove essa anomalia si troverà eguale. Fra queste se ne scelgano due, nelle quali sia anco eguale l' anomalia del Sole, e che sieno lontani fra loro del maggior numero d' anni possibile ad aversi. Da queste due ecclissi nuovamente si ricerchi la quantità del mese sinodico, del periodico, e dell' anomalistico, e quelli de' moti medii di longitudine, dell' apogeo, e dell' anomalia. Per maggior certezza da questi ultimi moti si torni a calcolar gli elementi della teorica, tanto ne' tre primi, quanto ne' tre ultimi pleniluni adoprati di sopra, anzi si faccia prova in qualche altro ternario d' ecclissi, se gli elementi, che si ricavano, vadano d' accordo co' primi, e in caso di diversità eleggasi un mezzo. Con tutte queste diligenze replicate, quante volte si vorrà, dovranno finalmente uscir fuori le misure e dei moti, e degli altri elementi della teorica lunare nelle sizigie molto più esatte di prima.

IV. Se non riuscisce di rinvenire due ecclissi, che avessero le suddette condizioni, e specialmente quella della restituzione dell' anomalia lunare, o della solare a puntino, (che certo è combinazione troppo rara) potranno nulladimeno servire alla ricerca de' moti quelle paja d' ecclissi, nelle quali le anomalie tornano dentro il medesimo grado incirca, purchè l' intervallo fra esse sia ben grande. Si potrà ancora per maggior sicurezza in tal caso valersi delle *sizigie medie* in luogo delle vere. Chiamano gli astronomi *novilunio medio* quel tempo, in cui la longitudine media del Sole, e quella della luna è la medesima, e *plenilunio medio* quello, in cui le dette longitudini sono lontane di 180 gradi.

V. Per ritrovare i tempi de' pleniluni medii degli ecclissi,

clissi, che si vogliono esaminare, si può senza pericolo di grande errore supporre, che il plenilunio medio di tanto abbia anticipato, o seguito il vero, che è stato osservato negli ecclissi, di quanto si trova averlo anticipato, o susseguito secondo i numeri, che risulteranno dal calcolo, che se ne farà fondato su i moti, e gli altri elementi della teorica solare, o lunare, che già tanto, o quanto, si suppongono noti per le precedenti ricerche, il qual calcolo, come si faccia, s' insegna ne' precetti, che si danno dagli autori intorno all' uso delle tavole astronomiche, ma per lo presente bisogno basta farlo a tentone coll' andar cercando, per mezzo de' suddetti moti, ed altri elementi, quel tempo, in cui le longitudini medie del Sole, e della luna, (e così pure le vere) sono lontane di gradi 180. La differenza dunque de' tempi così ritrovati aggiunta, o sottratta a' tempi de' plenilunii veri, osservati in ciascuno degli ecclissi suddetti, darà i tempi de' plenilunii medii. L' intervallo di questi due tempi diviso per lo numero de' mesi sinodici, che intanto si saranno compiuti, darà la quantità del mese sinodico medio, e tutto quello di più, che si è detto potersene poscia dedurre. E quanto al mese anomalistico, vedrassi quanto manchi, o sovrabbondi alla luna d' anomalia media, per aver compito quel numero intero di circoli anomalistici, che già si sa aver da compire a un di presso dall' uno all' altro plenilunio, e poi si farà, come il numero de' gradi, e frazioni contenuto nella somma di questi circoli con quel di più, o di meno, che manca, o sovrabbonda, sta a gradi 360; così il tempo fra detti plenilunii medii al tempo d' un mese anomalistico, dal quale poi dedurrassi il moto d' anomalia della luna, quello del suo apogeo &c. E allora si potranno rivedere coi moti così corretti, gli apogei, le longitudini medie, e l' eccentricità per ulteriormente limarle. Questo metodo parmi il più certo di tutti, e per esso credo potersi rinvenire gli elementi della teorica lunare tanto sottilmente, quanto è possibile all' umana industria, e quanto soffrono le osservazioni degli ecclissi, che talvolta ponno non esser elle molto esatte, e specialmente le più antiche. Aggiungeremo nulla di meno fra non

mol-

molto qualche altra rifleſſione da farſi intorno ai moti, e agli elementi così ritrovati.

Sezione X.

Del moto de' nodi della luna.

I. PEr prendere qualche rozza notizia del movimento dei nodi lunari, baſta oſſervare i tempi, ne' quali la latitudine della luna dedotta dalle oſſervazioni purgate dalla parallaſſe, eſſendo meridionale, diviene nulla, e poi faſſi ſettentrionale, perocchè quello ſarà il tempo del paſſaggio per lo nodo aſcendente; e al contrario ſe di ſettentrionale diviene meridionale, per lo diſcendente. I termini di queſta latitudine ſi vedranno aſſai manifeſtamente andar cangiando, e ritirandoſi contro l'ordine de' ſegni, da che apparirà a un dipreſſo il moto dei nodi.

II. Meglio ancora ciò ſi raccorrà dagli eccliſſi, e particolarmente dai lunari; perocchè ſe intorno al tempo d'un plenilunio ecclittico, e maſſimamente totale, e vicino al centrale, ſi faranno frequenti oſſervazioni della luna, e da queſte, purgate prima dalla parallaſſe &c. ſi raccorranno le ſue latitudini, ſarà facile il diſcernere, in quale iſtante di tempo la latitudine ſarà ſtata nulla. La longitudine dunque, che per le dette oſſervazioni troveraſſi aver la luna a quell' iſtante, ſarà la longitudine del nodo aſcendente, o diſcendente (ſecondo la ſpecie delle latitudini oſſervate, e ſecondo il loro creſcere, o ſcemare,) e ſe foſſe lo ſteſſo ſi farà in un' altro plenilunio ecclittico ſimile, e che ſucceda preſſo il medeſimo nodo; dalla differenza delle longitudini trovate del nodo apparirà il ſuo movimento, e inſieme ſi vedrà, quanto ſia il tempo del ritorno della luna allo ſteſſo nodo, e ciò tanto più eſattamente, quanto i tempi degli eccliſſi ſaranno tra loro lontani d'un maggior numero d'anni.

III. Cercando poſcia due eccliſſi parziali della luna lontani fra loro di un grandiſſimo numero d'anni, in amendue i quali l'oſſervazione della luna ſia ſtata d'un eguale quantità di digiti dall' iſteſſa parte della luna ſettentrionale, o me-

meridionale, e colla condizione, che in amendue la latitudine fosse in crescere, o pure in amendue in scemare (ciò può conoscersi dal progresso delle sue latitudini determinate per alcuni giorni avanti, e dopo l' ecclisse, e tal condizione è necessaria per non iscambiare un nodo coll' altro, potendo, come è facile il vedere, darsi presso l' uno, e l' altro nodo egual' oscurazione della luna, ed egual latitudine della istessa spezie, ma non che amendue sieno in cresce.e, o amendue in calare) tal indicio mostrerà essersi la luna in quest' ecclisse trovata ad egual distanza dal medesimo nodo, e dalla medesima parte, cioè in amendue al medesimo numero di gradi avanti, o in amendue dopo lo stesso nodo; atteso che quantità eguale d' oscurazione nelle dette circostanze indica egual quantità di latitudine, e per conseguenza egual distanza dal nodo; giacchè l' inclinazione dell' orbita almeno nelle sizigie si suppone di una misura costante. Perciò l' intervallo fra queste due ecclissi, diviso per lo numero de' ritorni al nodo, o periodi di latitudine, frattanto compiti, il qual numero già è noto per le antecedenti ricerche dell' art. 1, e 2, darà la quantità del *mese draconitico* [come lo chiamano] o il periodico, in cui si restituisce la luna al nodo ascendente, o discendente, cioè quel tempo, in cui ella fa 360 gradi di moto in latitudine, dal che si dedurrà la quantità del suo moto in latitudine per ogni altro spazio di tempo, e ciò molto più esattamente, che non si è fatto nella prima ricerca, a cagione del grande intervallo di tempo fra le due osservazioni, che renderà insensibili le inegualità, che si osservano ne' tempi de' ritorni al nodo.

IV. Finalmente il moto del nodo ascendente per ciascun tempo si avrà, sottraendo il moto in longitudine già noto, che conviene a quel tempo, dal moto in latitudine per lo stesso tempo; giacchè questo si troverà sempre maggiore di quello, per esser il moto del nodo retrogrado.

V. Per assicurarsi però, che in amendue gli ecclissi, che si impiegano in questa ricerca, la luna abbia egual latitudine, e però si ritrovi ad egual distanza dal medesimo nodo, ricercasi rigorosamente parlando quest' altra condizio-

zio-

zione, che la diſtanza della luna dalla terra ſia la medeſima in amendue i caſi, il che riviene a dire, che ſia la ſteſſa la ſua diſtanza dall' apogeo (ſenza obbligo però, che tal diſtanza ſia dalla iſteſſa parte dell' apogeo baſtando, che ella ne ſia lontana egualmente, o di quà, o di là da eſſo,) e la ragione è, perchè ad egual quantita d' oſcurazione non riſponde egual quantità di diſtanza del centro della luna dal centro dell' ombra, ove il diametro dell' ombra ſia diverſo, come lo è, quando il taglio dell' ombra, per cui paſſa la luna, è in diverſa diſtanza della terra. Così, ſe il diametro dell' ombra una volta ſarà di 46 minuti, e l' oſcurazione di 6 digiti, eſſendo la luna in perigeo, il centro della luna ſarà lontano dal centro dell' ombra d' un ſemidiametro di queſta, cioè 46 minuti; ma ſe un' altra volta poſta la luna in apogeo ſarà eccliſſe di 6 digiti, il centro della luna di nuovo ſarà lontano dal centro dell' ombra d' un ſemidiametro di queſta, ma che in tal caſo ſarà meno di 46 minuti, come l' ha rimarcato il Padre Tacquet.

V. Oltre di ciò la condizione di eſſer la diſtanza della luna dalla terra eguale, e coll' obbligo di più, che ſia dalla ſteſſa parte dell' apogeo, cioè, che in ſomma l' anomalia della luna ſia la medeſima, è utile in queſta indagine per un' altra ragione, cioè per aver un numero di periodi di ritorno al nodo, (o ſia a una diſtanza data dal nodo,) che potranno prenderſi per medii, con maggior ſicurezza, che non ſi farebbe ſenza tal condizione, diſtruggendoſi nella ſomma di tutti queſti periodi quelle inegualità, che in ciaſcuna di eſſe ſaranno accadute, per la circoſtanza dell' eſſer nell' uno, e nell' altro caſo la luna egualmente lontana dall' apogeo, e perciò eguale di velocità; onde giudico neceſſario, per ottenere tutta l' eſattezza poſſibile, lo ſceglierе un tal pajo d' eccliſſi. Con tal metodo è ſtato trovato dagli aſtronomi il meſe draconitico, o ritorno della luna al nodo di giorni 27 $5^h 5' 36''$.

VI. Quanto al determinare alcun' epoca di longitudine del nodo aſcendente, affine di calcolare per mezzo di eſſe, e de' ſuoi moti già ritrovati, il luogo del nodo medeſimo a qualſivoglia tempo, almeno nelle ſizigie, già ſi è detto co-

me ciò possa farsi nel secondo articolo di questa Sezione; mentre le longitudini de' nodi ivi ritrovate ne' tempi degli ecclissi sono tante epoche, delle quali ponno ricavarsene tutte le altre.

Sezione XI.

Del metodo di trovare l' inclinazione dell' orbita lunare all' ecclittica, la latitudine della luna, e la sua reduzione all' ecclittica nelle sizigie.

I. PEr sapere l' inclinazione dell'orbita lunare all' ecclittica si cerchino le massime latitudini della luna per osservazioni corrette al solito dalle parallassi, le quali osservazioni dovranno farsi, quando la luna si accosta alla distanza di gradi 90 dall' uno de' nodi, il cui luogo si suppone già noto. La massima latitudine, che si troverà dunque aver la luna, e dopo la quale tornerà a scemare, sarà la misura di tal' inclinazione, come è manifesto. Si potrebbe ancora osservare la latitudine non massima in una data distanza dal nodo, e colla soluzione d' un triangolo rettangolo si avrebbe l' inclinazione cercata, come facilmente si intende. Essa è stata trovata dagli astronomi di gradi 5 incirca. Data questa inclinazione si farà il medesimo, che per gli altri pianeti, per trovare la vera latitudine della luna a qualsivoglia distanza dal nodo presa nella sua orbita, (che dicesi argomento di latitudine,) o pure a qualsivoglia distanza dal medesimo numerata nell' ecclittica, e parimente nell' uno, e nell' altro caso la sua reduzione dall' orbita all' ecclittica, e dall' ecclittica all' orbita.

II. Gli astronomi moderni dopo Ticcone hanno supposto l' inclinazione suddetta, non esser costante, ma variarsi con tal legge, che a misura, che il Sole è più presso alla linea dei nodi, si vada dilatando l' angolo dell' orbita coll' ecclittica, e a misura, che se ne allontana, si vada restringendo, onde la massima lunghezza dell' angolo sia, quando il Sole è nel nodo, la minima, quando è in quadratura col nodo. La detta massima lunghezza hanno determinata di gra-

gradi 5 17′, o come altri 5 17½, e la minima di gradi 5 1, o come altri di gradi 4 59′ incirca. Quindi è, che se succederà una sizigia nel nodo, o presso al nodo, come sempre accade negli ecclissi della luna, o del Sole, l'angolo suddetto, secondo tal' ipotesi, sarà il massimo per esser allora il Sole nella detta linea. Al contrario, se succedesse una sizigia nei limiti, l'angolo sarà il minimo, e si vedrà allora la luna aver la minima delle massime latitudini possibili, che sarà gradi 5, o incirca; e succedendo una quadratura della luna col Sole posto nel nodo, sarà di nuovo massimo l'angolo, e la luna avrà la massima delle massime latitudini, cioè gradi 5, 17 incirca, e in questa ipotesi, o espressamente, o equivalentemente tutti convengono, come può vedersi dalle tavole lunari del Riccioli, la Hire, Viston, Cassini, dalle newtoniane, ed altre. La determinazione di queste misure è stata fatta, e può farsi da chi che sia, osservando le latitudini della luna, quando essa è lontana dal nodo un quadrante, e insieme è in quadratura col Sole, che per conseguenza si trova allora nel nodo, e tal latitudine sarà la massima delle massime. Se poi si osserverà la latitudine della luna opposta al Sole, quando l'uno, e l'altro sono in quadratura coi nodi, si avrà la minima delle massime sue latitudini, o inclinazioni dell' orbita.

III. Poichè negli ecclissi della luna, e del Sole, questi è sempre, o nel nodo, o presso al nodo, perciò l'angolo d'inclinazione dell' orbita negli ecclissi sarà sempre d'una stessa misura, cioè della massima, che sono gradi 5 17; onde la mutazione di tal'angolo niente turba le determinazioni fatte di sopra del moto dei nodi.

IV. E' da avvertire, che nella ricerca degli elementi della teorica lunare, si è supposto, che la longitudine della luna nel mezzo dell' ecclisse sia 180 gradi maggiore, o minore di quella del Sole, il che non è vero in tutto rigore, come già si è accennato, se non negli ecclissi centrali, ed oltre ciò la longitudine della luna nell' ecclittica non è quella, che dee servire per trovare l'apogeo, l'eccentricità, e le longitudini medie, ma bensì dee impiegarsi a tal uso la longitudine nell' orbita. Per non omettere dunque

que alcuna diligenza, ſia nella Fig. 112 la ſezione dell' ombra nel luogo, ove paſsa la luna BEL, per lo cui centro C paſſa il piano dell' ecclittica ECL, e fuori del centro il piano dell' orbita NOB, eſſendo il nodo N. Il mezzo dell' eccliſſe ſuccede nel punto R, metà della corda OB, che vien compreſa dentro l' ombra, e allora tirando il perpendicolo RK, il punto K è la longitudine della luna nell' ecclittica, alquanto diverſa dalla longitudine del centro dell' ombra C, che veramente è lontana dal centro del Sole per un ſemicircolo. Tiriſi la perpendicolare CI, alla quale quando giungerà la luna nel punto I, ſuccederà la vera oppoſizione della luna col Sole. Il triangolo CKR ſarà ſimile al triangolo RCN, onde l' angolo CRK ſarà l' inclinazione dell' orbita coll' ecclittica, che negli ecclisſi abbiamo detto eſſere di gradi 5, 17. Per gli elementi dunque della teorica lunare, o della ſua latitudine, già determinati ſi calcoli RK latitudine della luna al momento dell' oſſervazione, del mezzo dell' eccliſſe, d' onde ſi dedurrà nel detto triangolo, (che è rettangolo in K) il lato CK, ſi dedurrà ancora dai ſuddetti elementi, quanto ſia il moto in longitudine della luna in quel plenilunio in un dato ſpazio di tempo, come in un' ora, (il che ſi farà calcolandone la longitudine ridotta all' ecclittica a due tempi vicini al plenilunio, e lontani fra loro d' un' ora,) e con tal ragguaglio potrà ſaperſi di quanto tempo la vera oppoſizione preceda, o ſiegua il mezzo dell' eccliſſe, cioè in quanto tempo la luna ſi avanzi in longitudine per l' arco CK dell' ecclittica corriſpondente all' arco IR dell' orbita, che frattanto avrà ſcorſo, da che finalmente ſi conchiuderà il tempo preciſo dell' oppoſizione, e allora la longitudine della luna nell' ecclittica in C ſarà maggiore di un ſemicircolo di quella del Sole. Finalmente nel triangolo ICN rettangolo in C colla differenza NC della longitudine del nodo dalla longitudine del punto C, e coll' angolo INC dato, ſi calcolerà NI, la cui differenza da NC darà la riduzione da aggiungerſi, o ſottrarſi alla longitudine del punto C oppoſto al Sole per aver la longitudine della luna nella ſua orbita, al tempo della vera oppoſizione. Negli ecclisſi dunque, che ſi impiegano

gano nella ricerca dell' apogeo, dell' eccentricità, e delle longitudini medie della luna in vece del tempo del mezzo dell' ecclisse prendasi il tempo trovato della vera opposizione, e in vece della longitudine opposta a quella del Sole per quel tempo prendasi la longitudine della luna nella sua orbita al medesimo tempo, e con questi dati si rifaccia il calcolo dei detti elementi per averli più esatti. Avvertasi, che il moto del Sole, o sia della terra, e del centro dell' ombra nel tempo, che la luna traversa la corda BO, turba alquanto la misura dell' angolo INC, ma l' effetto quanto alla presente ricerca non può essere, che affatto insensibile, come col calcolo può mostrarsi.

V. Qualche correzione non dissimile a questa dovrebbe a tutto rigore impiegarsi nel far uso degli ecclissi lunari, anco per la ricerca del mese sinodico, periodico, ed anomalistico, e de' moti medii, che ne dipendono, cioè col prendere, in vece de' tempi del mezzo dell' ecclisse, i tempi, ne' quali la luna è stata tanto lontana dal nodo nella sua orbita, quanto il centro dell' ombra è lontano dal medesimo nodo nell' ecclittica; ma gli errori, che ponno nascer trascurandola, sono così piccoli, quando gli ecclissi, che si adoperano sieno fra loro lontani d' un gran numero d' anni, e di secoli, che non è necessario tenerne conto.

Sezione XII.

Delle inegualità de' moti medii della luna, scoperte dagli astronomi moderni nelle sizigie.

I. Fin quì era giunta l' industria degli antichi astronomi intorno ai moti della luna nelle sizigie, e con questi soli elementi se ne calcolavano da essi i luoghi in longitudine, e latitudine, o nell' orbita, o nell' ecclittica a' tempi de' novilunii, o plenilunii coll' istessissimo metodo, con cui si calcolano le longitudini, o latitudini eliocentriche de' pianeti, e che perciò non ripeteremo in questo luogo, avvertendo solo, che quell' uficio, che ne' calcoli di questi fa il Sole, lo fa in quelli della luna la terra, e che nella luna

ogni

ogni altra ipotesi, che quella dell' ellissi, è stata quasi evidentemente rigettata dal consenso degli astronomi, preferendosi da' più esatti fra loro precisamente la legge del Keplero delle aree proporzionali ai tempi, ma nel passato secolo scorgendosi da' moderni, che tali calcoli delle longitudini, e latitudini della luna anco nelle sizigie fondati sopra i moti medii determinati colla possibile esattezza, e sopra gli elementi della sua teorica dedotti accuratamente anco nella detta ipotesi del Keplero dalle più scelte osservazioni, non soddisfacevano ne a tutte le antiche, ne alle nuove osservazioni sizigiali, e specialmente a quelle degli ecclissi, si sono dovute cercare le regole di tali divarii, e diligentemente considerando in quali tempi, e circostanze questi fossero massimi, e in quali insensibili, come pure quando fossero di difetto, o quando di eccesso, si sono intorno a ciò introdotte alcune riforme nell' ipotesi, o per dir meglio, si è conosciuta la necessità d' alcune correzioni dipendenti da diversi dati, e suggerite alcune da alcuni, altre da altri, secondo che a ciascuno è paruto di meglio salvar con esse i fenomeni; giacchè (toltone il Newton, che ha trovate, e pensate le cagioni fisiche di ciascuna) sono state queste correzioni introdotte dagli altri più tosto per così dire empiricamente colla sola esperienza, che geometricamente in virtù d' alcuna teorica. E perchè appunto la maggior parte di quelli, che le hanno considerate, si spiega in modo, come se supponesse non alterarsi da tali inegualità la figura dell' orbita lunare nelle sizigie, ma solo doversi correggere alquanto i moti della luna determinati in quest' orbita, perciò noi le riguarderemo come inegualità de' moti medii, e le correzioni suddette, che vi si applicano, chiameremo equazioni, o correzioni dei moti medii, e sebbene ciò sembra impropriamente detto, atteso che per moto medio s' intende un moto sempre equabile, e perciò non soggetto ad inegualità alcuna, pure non avendo vocabolo più proprio ci serviremo di tal' espressione. Le dette correzioni ponno anco chiamarsi equazioni annue; perocchè alcune di esse tornano le medesime in capo ad un' anno, e le altre in poco più, o meno d' un' anno, o più tosto ponno con nome af-

sai

ſai acconcio chiamanſi col Caſſini equazioni ſolari della luna. Noi enumereremo quì tutte quelle, che abbiamo trovate impiegarſi da diverſi aſtronomi (ſenza laſciar di comprender fra queſti l' Horoccio, e il Newton, benchè abbiamo promeſſo di eſporre le loro teoriche a parte, perchè ciò s' intende in quello, che riguarda il cangiamento della figura dell' orbita, che eſſi fanno variabile anco nelle ſizigie) differendo di parlar delle altre, che nella ſentenza più comune non hanno luogo, ſe non fuori delle ſizigie.

II. La prima di queſte inegualità conſiſte in ciò, che il moto medio della luna in longitudine ſi trova più, o meno veloce ſecondo i vari gradi di diſtanza della terra dall' afelio, o di anomalia del Sole, talchè quando la terra è nell' afelio la velocità del moto medio è maſſima, e va di mano, in mano ſcemando, finchè divenga minima, allorchè la terra giunge al perielio. Da queſte diverſe velocità naſce, che convenga andar applicando un' equazione al moto medio della luna, la quale equazione è additiva, e ſempre va creſcendo, da poichè la terra è nell' afelio, finchè eſſa giunga alle medie longitudini, dove tal' equazione è maſſima, e ſi trova da alcuni di minuti 9, o 10, da altri intorno a 12, o 13, di poi va ſcemando fino a tanto, che la terra giunga al perielio, ove diviene nulla, e poſcia ſi fa ſottrattiva, e ſempre di nuovo creſce fino all' altra media longitudine della terra, dove nuovamente è maſſima, e della miſura di prima; e quindi ſcema, finchè reſtituita la terra all' afelio divenga nulla. Il modo di diſtribuire queſta inegualità ne' luoghi intermedii, è diverſo ſecondo diverſi autori, e ſecondo, che a ciaſcuno è paruto, che meglio ſi rappreſentino in un modo, che in un' altro le oſſervazioni, come può vederſi nelle tavole Wiſtoniane, Hireane, Caſſiniane, e Newtoniane pubblicate in Ingolſtad. Il Sig. de la Hire non applica queſta equazione al moto medio della luna, ma alla longitudine vera di eſſa, ma ciò ne' calcoli riviene al medeſimo. Egli la fa variabile, e dipendente dalla diſtanza della luna dal Sole, e inſieme dalla diſtanza della luna dall' apogeo del Sole; ma nelle ſizigie, ove la diſtanza della luna dal Sole è nulla, o pure di ſe-

gni 6, e la distanza della luna dall' apogeo del Sole è lo stesso, che l'anomalia del Sole, o del suo punto opposto, viene a coincidere coll' equazione ora spiegata.

III. Con legge contraria a quella, con cui si varia la velocità del moto medio della luna, variasi quella del suo nodo, e la quantità della variazione da alcuni si fa eguale, da altri poco minore della prima; ma perchè il moto del nodo è retrogrado, ne nasce, che, sebbene questa mutazione è contraria alla prima, si debbono però applicar al nodo le equazioni della medesima specie di quella, che abbiamo detto applicarsi al moto medio in pari distanza della terra dal suo afelio; onde i primi, come il Cassini, e la Hire, applicano al nodo precisamente le stesse equazioni, che al moto medio agli stessi gradi d' anomalia della terra; e i secondi, come i newtoniani, glie le danno un poco minori.

IV. La terza inegualità, è nell' apogeo della luna, che suppongono alcuni col Sig. Newton aver anch' esso bisogno d' un' equazione anco nelle sizigie dipendentemente dalla distanza della terra dall' afelio, come si è detto del moto medio di longitudine, ma in modo contrario, cioè d' un' equazione sottrattiva nel primo semicircolo dell' anomalia del Sole, addittiva nel secondo, e che è massima nelle medie elongazioni, ove giunge a 19, o 20 minuti; e secondo lui tutte, e tre le equazioni suddette si aumentano, e si diminuiscono proporzionalmente all' equazione del Sole, o sia della terra; e la necessità di tal' equazione nasce per di lui avviso dall' essere l' apogeo lunare più veloce, quando la terra è nel perielio, che quando è nell' afelio.

V. La quarta inegualità, che è assai piccola, dipende dall' aspetto del Sole colla linea degli apsidi della luna. Questa cagione fuori delle sizigie fa un' effetto assai grande, e sensibile ne' moti lunari, e nelle distanze della luna dalla terra, come si dirà, ma di questo effetto ora non parliamo, ma solo di una piccola alterazione, che produce, secondo il Cassini, Newton, ed altri nel moto medio della luna anco nelle sizigie, mentre si osserva da essi, che, quando il Sole è nel primo, o nel quarto ottante di di-

stan-

ſtanza dall' apogeo lunare, (chiamaſi ottante dagli aſtronomi un' arco di 45 gradi, che è l' ottava parte del circolo) il moto medio della luna, oltre la correzione detta di ſopra, dee diminuirſi tre, o quattro minuti incirca per meglio corriſpondere alle oſſervazioni, e al contrario d' altrettanto accreſcerſi nel ſecondo, e nel terzo ottante della detta diſtanza. Queſto è il maſſimo effetto di tal' inegualità, che di mano, in mano ſi fa minore a miſura, che la linea degli apſidi ſi ſcoſta dalle dette poſiture, o aſpetti col Sole, ed è affatto nulla, quando il Sole ſi trova, o in congiunzione, o in quadrato colla linea degli apſidi. Il Sig. Newton varia queſta quarta equazione, (che da alcuni newtoniani diceſi la prima, perocchè le tre altre dette di ſopra ſi denominano da queſti più toſto correzioni, che equazioni) ſecondo la diverſa anomalia del Sole, ma la variazione, che ne riſulta, è quaſi inſenſibile.

VI. Il medeſimo Sig. Newton conſidera anco nelle ſizigie un' altra inegualità, da cui naſce la quinta equazione, (detta da altri la ſeconda) da applicare al moto della luna, oltre le altre, e dipende dall' aſpetto del Sole colla linea de' nodi, eſſendo maſſima negli ottanti, e ſeguendo per altro la legge dell' antecedente. Queſto ſi traſcura dagli altri, ne in ſentenza di eſſo eccede mai 47 ſeconde.

VII. Oltre di ciò il medeſimo Newton applica alla luna anco nelle ſizigie un' altra equazione, che dipende dalla diſtanza dell' apogeo della luna da quello del Sole, più la diſtanza della luna dal Sole, e queſta equazione è maſſima, quando la ſomma delle dette diſtanze è di ſegni 3, e allora è addittiva, e così pure quando la detta ſomma, è di ſegni 9, ma allora è ſottrattiva, e giunge nell' uno, e nell' altro caſo a' minuti 2 25". Queſta equazione però ſuppone le dette diſtanze già corrette colle equazioni precedenti, ed anco coll' equazione principale, che dipende dall' eccentricità, e figura dell' orbita, onde non è correzione de' moti medii, ma dei veri, il che non oſtante quì l' abbiamo riferita colle altre, che hanno luogo anche nelle ſizigie.

VIII. Finalmente alcuni applicano un' altra equazione

al nodo lunare, oltre quella, che si è detta di sopra; e questa dall' Horoccio, o dal Newton si fa dipendere dalla distanza del Sole dal nodo, e giunge a un grado, e mezzo secondo il Newton, e secondo l' Horoccio è anco un poco maggiore, come può vedersi nelle tavole del Wiston, e nelle Newtoniane. Il de la Hire col P. Riccioli applicano anch' essi al nodo una equazione, ma che dipende dalla distanza della luna dal Sole, e perciò svanisce nelle sizigie.

IX. Pare a prima vista, che queste inegualità della luna rendano fallaci tutti i metodi dati di sopra d' indagare i periodi lunari, o sia moti medii tanto della longitudine, che dell' apogeo, o del nodo; ma non è così. Imperocchè primieramente, quanto a' mesi sinodici, e anomalistici, e a' moti medii, che da essi dipendono, purchè nella loro ricerca si adoperino due ecclissi, ne' quali non solo l' anomalia della luna, ma eziandio quella del Sole sia stata la medesima (come fu detto alla Sezione settima art. 10,) e si pratichino poscia tutte quelle emendazioni, che appresso si sono spiegate nelle Sezioni *9*, et 11, non vi sarà pericolo d' errore, mentre la restituzione dell' anomalia solare ci assicura, che la prima, e la terza delle inegualità ora esposte ai numeri 2, e 4 sarà stata in amendue gli ecclissi la medesima, e la restituzione della anomalia lunare parimente, ci rende certi, che le altre equazioni esposte ai numeri 5, e 7 di questa Sezione saranno tornate anch' esse le medesime, come è facile vedere considerando i dati, da i quali esse dipendono. Per una simil ragione non può nascere sensibil divario per conto di quella inegualità della luna (per altro piccolissima) spiegata al numero *6*, che dipende dalla distanza del Sole dal nodo, mentre si tratta d' ecclissi, e per conseguenza nell' uno, e nell' altro caso il Sole è sempre nel nodo, o vicinissimo al nodo, e quanto alle altre inegualità spiegate ai numeri 3, ed 8, esse non alterano il luogo della luna, ne del suo apogeo, ma solo quello del nodo, onde niente turbano il mese sinodico, ne il periodico, o l' anomalistico; e se per maggior sicurezza, in vece de' plenilunii veri si vorranno prendere i medii, si potrà ne' calcoli della longitudine della luna, che si faranno

per

per ricavare la differenza del tempo fra gli uni, e gli altri, tener conto di tutte queste equazioni, con che la detta differenza si ricaverà tanto esattamente, quanto si può bramare,

X. Quanto poi ai moti del nodo, e a' periodi, ne' quali la luna ritorna a questo punto, veramente per fuggire ogni scrupulo, sarebbe di mestieri sciegliere per la ricerca di questi due ecclissi, che, oltre le condizioni spiegate alla Sezione 10 num. 3, e 5, avessero eziandio quella del ritorno del Sole alla medesima anomalia, che è combinazione rarissima. Ma ancorchè questa condizione manchi, o non si adempia esattamente, quando tuttavia vi concorrono le altre, e l' intervallo de' tempi sia assai grande, di poco si potrà errare. Bensì dovrà aversi riguardo, nel fissare le epoche della longitudine del nodo, di non valersi indifferentemente di qualsivoglia plenilunio ecclittico, come si era detto alla Sezione 10 art. 2, ma di scegliere quelli, ne' quali l' anomalia del Sole sia stata nulla, con che svanisce l' equazione del nodo, di cui all' art. 3 della presente sezione, e la distanza del Sole, o sia della luna dal nodo parimente nulla, che è lo stesso, che dire l' ecclisse centrale, affinchè svanisca anco l' altra equazione del nodo considerata dall' Horoccio, e dal Newton, e da noi esposta al num. 8, e con ciò abbiasi il luogo di esso nodo non soggetto alla necessità d' alcuna emendazione.

XI. Maggior imbarazzo nasce da queste tante equazioni per ciò, che riguarda l' esatta determinazione dell' apogeo, dell' eccentricità, e delle epoche de' moti medii. Per uscirne il meglio, che è possibile, si farà prima il calcolo di questi elementi senza aver alcun riguardo alle dette equazioni, e nel modo, che si spiegò alla Sezione 8; dopoi valendosi delle longitudini della luna, e de' luoghi dell' apogeo così determinati, come se fossero giusti, ed in oltre sapendosi le anomalie medie del Sole al tempo di ciascuna delle tre osservazioni ecclittiche impiegate in questo calcolo, si calcoleranno per ciascuna di esse le equazioni, o correzioni della longitudine media spiegate a' numeri 2, 5, 6, 7 della presente Sezione, o almeno quelle fra esse, che si vor-

ranno

ranno ammettere per ipotesi; queste equazioni si applicheranno a contrario de' titoli alle longitudini osservate in ciascuno de' tre ecclissi per aver le longitudini tali, quali si sarebbero osservate, se non vi fossero le inegualità, dalle quali dipendono le dette equazioni, ma la sola inegualità, che dipende dalla figura, ed eccentricità dell' orbita. Parimente si calcolerà tanto nella prima, quanto nella seconda osservazione l' equazione dell' apogeo considerata in questa Sezione al num. 3, se questa vuol ammettersi per ipotesi, da che si dedurrà, quanto sia stato il vero moto dell' apogeo nell' intervallo del tempo corso fra le due osservazioni. Il moto dell' apogeo così corretto si sottrerà dal moto medio di longitudine dovuto al tempo fra le due prime osservazioni; egli si sottrerà ancora dalla differenza delle longitudini vere delle medesime osservazioni corrette, come poc' anzi; e con ciò si avranno nella figura della Sezione 8 gli angoli OTI (differenza delle anomalie medie) ed LTM (differenza delle anomalie vere) corretti, e tali, quali dovranno impiegarsi nel calcolo di questi elementi, il qual calcolo [dopo fatto le medesime correzioni al moto dell' apogeo fra la prima, e la terza osservazione] dovrà rifarsi da capo co' detti angoli corretti. Il luogo dell' apogeo, che si troverà per questo calcolo al tempo della prima osservazione, si dovrà in fine correggere, sottraendone l' equazione di esso apogeo poc' anzi calcolato al tempo di quell' osservazione, se tal' equazione è addittiva, o aggiungendola, se sottrativa, e si avrà il luogo cercato dell' apogeo al detto tempo tal, quale si avrebbe, se non vi fossero state di mezzo le dette equazioni. L' eccentricità non avrà bisogno di correzione alcuna, ma la longitudine media per lo tempo della prima osservazione dovrà anch' essa ritirarsi, o avanzarsi della quantità dell' equazione dell' apogeo, come si è detto di questo; e il rimanente si farà, come alla Sezione 8 num. 4.

SEZIONE XIII.

Delle inegualità della luna in longitudine fuori de' tempi delle ſizigie.

I. L'Inegualità del moto lunare fuori de' tempi delle ſizigie è tanta, che in ogni età gli aſtronomi l'hanno evidentemente conoſciuta, e concordemente confeſſato non poterſi rappreſentare colle teoriche ordinarie di eccentrici, equanti, epicicli, o ellifſi ſtabili; ma doverſi neceſſariamente immaginare qualche altro ripiego. Ne queſta inegualità ſolamente ſi manifeſta nelle diverſe velocità della luna, ma eziandio ne' ſuoi diametri apparenti, e nelle parallaſſi orizzontali, che moſtrano, variarſi la ſua diſtanza dalla terra fuori delle ſizigie con regola, e miſura diverſa da quello, che anco nelle ipoteſi più conformi ai moti nelle ſizigie ſi richiederebbe.

II. Incredibile è il numero delle ipoteſi inventate per iſpiegare queſta inegualità, che chiamaſi comunemente la *ſeconda inegualità della luna*. Ticone, e dopo lui gli altri aſtronomi diſperando di rappreſentarla con eccentrici, o epicicli eziandio di centro mobile, e di eccentricità in qualſivoglia modo variabile, la ſeparò in due parti, una delle quali ritiene il nome di ſeconda inegualità, e l'altra chiamarono *variazione*, o *rifleſſione*, e la ſteſſa ſeparazione ſi è trovata non poterſi sfuggire anco dopo introdotta l' elliſſe in luogo dell' eccentrico. Qual ſia la legge, e la diſtribuzione di queſte due inegualità, apparirà nell' eſporre, che faremo una fra le molte teoriche degli autori, che dal P. Tacquet viene ſtimata la più ſemplice, ed è ſeguita dal P. Riccioli nella ſua aſtronomia riformata, e dal de la Hire nelle tavole, la quale abbiamo adattata all' eliſſe, benchè dai più foſſe ſtata applicata all' eccentrico.

III. Conſiſte dunque queſta teorica nel far movere il centro dell' orbita lunare variandone le diſtanze dalla terra, e nel dare inſieme come un moto d' oſcillazione alla linea degli apſidi nel ſeguente modo. Sia l' orbita lunare [*Fig.* 113] AOP, la cui eccentricità determinata per le oſ-

ſer-

ſervazioni delle ſizigie ſia T C, eſſendo la terra in T, e il centro dell'orbita C. Sia la linea degli apſidi A C P, l'apogeo A, il perigeo P. Se la luna ſi trova in una delle ſizigie (a cagion d'eſempio in O nell'oppoſizione col Sole S) l'eccentricità T C è la vera eccentricità dell'orbita per quel momento di tempo, e l'apogeo A guarda a quel punto della sfera dell'univerſo H, a cui ſi trova dover corriſpondere per le ricerche fattene colle oſſervazioni delle ſizigie, (ſalva la piccola equazione dell'apogeo della Sezione precedente num. 4) talchè allora la luna è ſpogliata d'ogni ſeconda inegualità, e ſe ne calcola il luogo nell'elliſſi A O P nella maniera ſolita a riſerva anche quì delle piccole correzioni, o equazioni trovate da' moderni, e ſpiegate di ſopra. Poniamo dunque, che ſia ſeguita una ſizigia in queſta ſituazione dell'orbita, cioè l'oppoſizione in O. Prendaſi da C verſo A la retta C D eguale alla differenza fra la maſſima, e la minima eccentricità (la qual miſura diremo fra poco, come ſi determini,) e col diametro C D deſcrivaſi il cerchietto C I D. Sia poi dopo qualche tempo paſſata la terra nel ſuo orbe annuo dal punto T al t. Intendaſi l'elliſſe punteggiata a K p, in tutto eguale, e ſimile alla A O P, deſcritta intorno al punto t come foco, cioè a dire ſia la medeſima elliſſe A O P traſportata in a K p colla linea degli apſidi a c p, ſol tanto allontanata dal paralleliſmo della A C P, quanto richiede il moto dell'apogeo fra queſti due tempi [il moto dico dell'apogeo, avuto anco riguardo alla ſua piccola inegualità accennata di ſopra, ſe queſta ſi ammette] con che il cerchietto C I D ſiaſi trasferito in c i d; la vera orbita della luna non ſarà per queſto ſecondo tempo l'elliſſe a K p, ma un'altra elliſſe k L q, la quale ſi determinerà in queſto modo. Si calcoli il luogo vero della luna, come ſe la ſua orbita foſſe a K p, e da queſto luogo ſottraggaſi il luogo vero del Sole, per avere la diſtanza vera, o quaſi vera della luna dal Sole. Prendaſi poi nel cerchietto c i d da c per i verſo d ſecondo l'ordine de' ſegni l'arco c i doppio della detta diſtanza, diminuendo queſta d'un ſemicircolo ove eccede tal miſura. Congiunta t i ſarà il centro della vera orbita lunare in i, e queſt'orbita ſarà l'el-

liſſe

lissi u L q, che avrà il suo apogeo nella retta t i prolungata in u, e il perigeo nel punto opposto q. L' asse maggiore dell' ellisse u L q sarà eguale all' asse A P, o a p, ma la specie, o figura dell' ellisse sarà cangiata, poichè essendo l' asse invariabile, e variata l' eccentricità, sarà per conseguenza variata la proporzione dell' asse alla distanza de' fochi.

IV. Da questa teorica è manifesto, che il centro dell' orbita lunare si move perpetuamente sulla periferia del cerchietto mobile C I D con moto doppio dell' allontanamento della luna dal Sole, e più propriamente parlando con moto doppio dell' allontanamento del luogo della luna equato colle sole equazioni fizigiali del luogo vero del Sole; onde nasce, che quando la luna (nel senso spiegato) è lontana 90 gradi dal Sole, o sia nelle quadrature, il centro dell' orbita è nel punto D, che può dirsi apogeo del cerchietto, e l' eccentricità è allora T D, che è la massima di tutte; quando di nuovo la luna è lontana 180 gradi dal Sole, o sia in opposizione, il centro dell' orbita è tornato in C, come nelle congiunzioni, e l' eccentricità è la minima, e nell' uno, e nell' altro caso la linea degli apsidi giace sulla retta A C P. Fuori di questi casi l' eccentricità è di misura mezzana, e la linea degli apsidi va librandosi di quà, e di là da questa retta. Dalla fizigia fin verso il primo ottante di distanza della luna dal Sole, o dalla opposizione con esso, il moto della linea degli apsidi, facendosi da C verso I, apparisce dalla terra retrogrado, quindi passato il contatto verso I andando fino alla quadratura, ed anco fino al primo ottante incirca dopo la quadratura, cioè fino all' altro contatto verso F, il detto moto si fa diretto, e di nuovo dopo questo contatto torna a farsi retrogrado.

V. Per calcolare a qualsivoglia tempo in questa ipotesi il vero luogo della luna, e la sua distanza dalla terra, si dee prima cercar questo luogo, come nelle fizigie si farebbe, e sottratto il vero luogo del Sole dal luogo della luna così trovato, duplicando questa distanza, (o il suo eccesso sopra il semicircolo) si ha l' arco c i, come poc' anzi si è detto, o sia l' angolo c g i fatto nel centro g del cerchietto.

 to.

to. Nel triangolo dunque g i t, in cui è noto quest' angolo, (che chiamano *anomalia del centro*,) è nota la retta g t, (che si compone dalla minima eccentricità t c, e dalla semidifferenza c g fra la massima, e la minima) ed è finalmente nota la retta g i, (che è la semidifferenza suddetta) si avrà l' angolo g t i, che dicesi *equazione dell' apogeo* eguale all' angolo m i u, che fa con u i la retta m i parallela ad a p; onde essendo nota la longitudine nell' orbita lunare dell' apogeo a, ovvero m, che per distinzione vien chiamato *apogeo medio*, sottraendone la detta equazione, se la luna va dalle sizigie verso la quadratura, o aggiungendola, se dalla quadratura verso le sizigie, si avrà il luogo nell' orbita lunare dell' apogeo u, che è il *vero apogeo*; e nello stesso triangolo si raccorrà la misura dell' eccentricità t i al tempo dato. Fingendo dunque, che la luna movasi sopra l' orbita u L q, a cui questo apogeo appartiene, con quella legge, che conviene all' ipotesi assunta, che nel nostro caso è quella delle aree ellittiche proporzionali ai tempi, [benchè quest' orbita veramente cangi ad ogni istante] per calcolarne il luogo, si dovrà sottrarre l' apogeo vero dalla longitudine media della luna, (o almeno dalla longitudine corretta solamente colle piccole equazioni della Sezione precedente,) e si avrà l' anomalia media, con cui, e coll' eccentricità trovata t i si calcolerà all' ordinario (oltre la distanza dalla terra L t) la sua equazione nell' orbita u L q, da aggiungere, o da sottrarre secondo il solito dal suo luogo medio, (nel senso spiegato) per avere il suo vero luogo L veduto dal centro della terra, o almeno per aver questo luogo corretto per la prima, e seconda ineguaglità, le quali si comprendono amendue in quest' ultima equazione così ritrovata, e da correggere poi solo per conto della variazione, come appresso si dirà. Sogliono tuttavia gli astronomi registrar nelle loro tavole per maggior facilità del calcolo solamente quello, che conviene aggiungere, o sottrarre al luogo della luna equato colla prima equazione (oltre le piccole correzioni della Sezione precedente,) e questo è ciò, che chiamano *equazione della seconda inegualità*, e ciò per risparmiar a chi calcola, di dover cercare l' equazione dell'

apo-

apogeo, e la misura dell' eccentricità. Anzi alcuni, come il P. Riccioli, e il de la Hire comprendono in una medesima tavola con questa seconda equazione anco la variazione.

VI. Da tutto ciò si raccoglie quali vicende alterino i moti lunari delle sizigie. Imperocchè mostra la presente teorica, che l' eccentricità sia massima nelle quadrature, e minima nelle sizigie, da che viene in conseguenza, che posta egual distanza della luna dall' apogeo, maggiore sarà la sua equazione, o sia la differenza del luogo vero dal medio in quelle, che in queste; e se la luna si troverà nell' apogeo al tempo della quadratura, sarà più lontana alla terra, e più lenta di moto, che trovandovisi al tempo di una sizigia, e al contrario se nel perigeo più vicina sarà alla terra, e più veloce nella quadratura, che nella sizigia. Tutto ciò corrisponde assai bene a' fenomeni, e questi appunto sono quelli, che hanno indotti gli astronomi ad immaginare queste, o simili teoriche. Negli altri aspetti della luna col Sole, è difficile il ridurre a regole generali, quali alterazioni debbono succedere in virtù della teorica, e più ancora il vedere, se veramente così succeda. Ma quello, che è certo, se i fenomeni corrispondono alle teoriche presso le sizigie, e le quadrature, non le corrispondono certamente verso gli ottanti, almeno quanto alle longitudini della luna, che che sia delle sue distanze dalla terra, e questa è stata la necessità, che hanno avuta gli astronomi d' introdurre l' altra equazione accennata, che chiamasi variazione, di cui fra poco parleremo.

VII. Finalmente è chiaro quello, che debba farsi per determinare colle osservazioni il diametro del cerchietto C D, da cui dipende il calcolo fuori delle sizigie. Imperocchè basterà aspettare una occasione, in cui la quadratura della luna accada in tempo, in cui essa si trovi intorno alle sue elongazioni medie dell' apogeo, ove l' equazioni debbono essere massime. Allora la differenza della longitudine vera della luna, che si osserverà, dalla media, che si calcolerà, (avuto riguardo a tutte le piccole equazioni dette di sopra) mostrerà, quanta sia l' equazione massima fondata sull' eccentricità massima T D. Data la massima equazione

Xx 2 do-

dovrà determinarsi da essa l' eccentricità TD, il che è facile in tutte le ipotesi, fuorchè in quella di Keplero, in cui non può farsi, che tentando. Ben è vero, che non molto si può errare cercando l' eccentricità suddetta nell' ipotesi del Wardo, e applicandola poscia a quella di Keplero; o pure prendendo un' eccentricità massima a discrezione, e calcolando in essa la massima equazione nell' ipotesi di Keplero, e facendo poscia, come la massima equazione calcolata nell' eccentricità supposta alla massima dedotta dall' osservazione della quadratura, così l' eccentricità supposta alla vera massima eccentricità. Determinata finalmente, che questa sia, sottraendone la minima TC, che si trova per le osservazioni delle sizigie, la differenza CD sarà il diametro del cerchietto CID, che cercavasi.

VIII. Passando all' altra parte della seconda ineguaglità della luna, che chiamasi *variazione*, o *riflessione*, è stato, come si disse, osservato dopo Ticone, (e ne aveva anco avuto sentore lo stesso Tolomeo,) che i luoghi della luna calcolati con tutte le precedenti equazioni soddisfacevano tanto, quanto a' fenomeni nelle quadrature della luna col Sole, o presso le quadrature, siccome i calcolati colla sola prima inegualità [o al più colle piccole equazioni dette di sopra] soddisfanno nelle sizigie; ma se ne scostavano ancora considerabilmente fuori di questi tempi, e particolarmente negli ottanti, che vengono ad essere i tempi di mezzo fra le sizigie, e le quadrature, ne' quali tempi si trova il massimo divario fra i calcoli, e le osservazioni, senza che si scorga per altro evidentemente divario nelle distanze della luna dalla terra calcolate dalle osservate; il che fa intendere non nascere tal' inegualità dell' eccentricità mutata. Ticcone trovò la massima variazione di 42 minuti, il Keplero di 52 incirca, ed il Newton di 33. Per tanto la maggior parte degli astronomi hanno stese le tavole di questa inegualità sulla sola esperienza, e senza alcuna teorica secondo, che le osservazioni hanno mostrato a ciascuno di essi, che meglio si rappresentino i luoghi della luna. Questa equazione si aggiunge al luogo della luna equato per tutte le precedenti equazioni, quando la luna va dalla sizigia verso la quadra-

tura,

tura, e se ne sottrae, quando passa dalla quadratura verso la sizigia, con che il moto vero della luna viene a rappresentarsi più veloce nelle sizigie, e più tardo nelle quadrature di quello, che sarebbe senza tale equazione, così appunto richiedendo i fenomeni. Il Newton fa questa variazione mutabile anco in pari distanza della luna dal Sole a misura della diversa anomalia del Sole, ed oltre ciò trova un' altra nuova inegualità, che chiama variazione seconda, che è massima nelle quadrature, e che nelle sue tavole stampate in Ingolstad chiamasi equazione quinta della luna, la quale giunge a 3 minuti, e dipende dalla distanza dell' apogeo della luna dal perigeo del Sole, congiuntamente colle distanze della luna dal Sole. A niuno però è mai riuscito anco dopo queste correzioni di rappresentare i luoghi della luna in ogni tempo, e specialmente verso gli ottanti, senza molti minuti di divario dalle osservazioni, se non forse al Newton sul fondamento però d' una nuova teorica della seconda inegualita, come fra poco vedremo.

Sezione XIV.

Della latitudine della luna fuori delle sizigie.

I. Si è detto alla Sezione decima prima, che l' inclinazione dell' orbita della luna all' ecclittica è mutabile, essendo la minima di gradi 5 incirca, allorchè il Sole è in quadratura coi nodi, e la massima di gradi 5 17 incirca, quando è in congiunzione con essi; si è ancora aggiunto alla Sezione decima seconda, che i nodi secondo le osservazioni dei moderni sono soggetti ad una piccola inegualità, che si corregge con una piccola equazione dipendente dall' anomalia del Sole. Questa equazione, che presso il de la Hire è comune tanto al nodo, quanto alla luna, si varia da esso fuori delle sizigie a misura della distanza della luna dal Sole, rendendosi nulla nelle quadrature, e di mano, in mano più grande, finchè sia massima nelle sizigie, come può vedersi nelle sue tavole. Perciò volendosi cercar la latitudine della luna, sempre si dee corrégger il nodo con questa

equa-

equazione, la quale però altri non fanno diverſa, fuori del tempo delle ſizigie, da quello, che ſia ne' tempi di eſſe.

II. Si dee in oltre ſecondo il P. Riccioli, e il de la Hire dare al nodo un' altra equazione, che dipende dalla diſtanza della luna dal Sole, ed è maſſima negli ottanti, ove giunge ſecondo il primo a' gradi 1 46, e ſecondo l' altro a' gradi 1 34, e rendeſi nulla, tanto nelle ſizigie, quanto nelle quadrature. Queſta equazione ſi ſottrae dal luogo del nodo corretto, come ſopra, quando la luna paſſa dalla ſizigia alla quadratura, e ſi aggiunge, quando va dalla quadratura alla ſizigia, come ſe il moto retrogrado del nodo ſi andaſſe rendendo più tardo dalle ſizigie alle quadrature, e più veloce da queſte alle ſizigie. Il fondamento, che hanno avuto queſti autori di dare tal' equazione al nodo, è ſtato, perchè così hanno trovato rappreſentarſi meglio le oſſervazioni delle latitudini fuori delle ſizigie. Gli antichi non impiegavano nel nodo tali correzioni, e gli altri fra più moderni, come il Caſſini, le tralaſciano anch' eſſi, non trovandole neceſſarie ſecondo le loro oſſervazioni. Ma il Newton in vece di queſt' ultima impiega nel nodo un' altra equazione, che dipende dalla diſtanza del Sole da eſſo ſenza diſtinzione alcuna da' tempi delle ſizigie agli altri, come ſi è detto alla Sezione decima ſeconda num. 8.

III. Il luogo del nodo così corretto ſottratto dalla vera longitudine della luna darà l' argomento della latitudine, col quale ſi potrà calcolare la longitudine, ed anco la reduzione della luna all' ecclittica nel modo ſolito, ſervendoſi però in queſti calcoli della inclinazione dell' orbita all' ecclittica, che conviene a quella diſtanza, che allora trovaſi avere il Sole dal nodo.

IV. Per trovare queſta inclinazione a qualſivoglia dato tempo, alcuni fanno, come il raggio al ſino della diſtanza del Sole dal nodo, così 17 minuti, o altra più vera miſura dell' eccеſſo della maſſima inclinazione dell' orbita ſopra la minima al quarto numero, che ſarà quello de' minuti da aggiungere alla minima inclinazione per avere quella, che conviene al dato tempo. Il fondamento di queſta regola è dedotto anch' eſſo dalle miſure delle maſſime latitudini

dini

dini della luna osservate in diverse distanze del Sole dal nodo, ma il Newton fa questa inclinazione dell' orbita soggetta ad un' altra variazione, che dipende dalla distanza della luna dal Sole. Le tavole, che si danno dagli astronomi, risparmiano la necessità della maggior parte di questi calcoli, con dare a ciascun grado di distanza del Sole dal nodo la quantità della massima latitudine, o sia della inclinazione dell' orbita, o pure in altre maniere, che in somma equivagliano a questa.

Sezione XV.

Della teorica lunare dell' Horoccio secondo le riforme del Newton.

I. IL Newton ha con nuovo metodo ricercate le inegualità de' pianeti, e specialmente quelle della luna per via di principii meccanici, supposte nel Sole, e nella terra alcune forze d' attragere a se i pianeti con certe leggi da lui esposte nella celebre sua opera de' principii matematici della fisica, delle quali diremo qualche cosa in capo separato. Da questi principii, che egli stabilisce, ha dedotte non solo tutte quelle piccole inegualità del moto della luna, e di quelli dell' apogeo, e del nodo, che si sono esposte nella Sezione decima seconda, ma anco le principali inegualità di essa da noi specificate co' nomi di prima, e seconda inegualità, e di variazione. Lasciando quì di parlare del metodo, con cui in virtù de' suoi principii è venuto in chiaro di tutte le proprietà di sì astrusi, e composti movimenti, esporremo solo, come si possa rappresentare, e si rappresenti da lui a un di presso l' inegualità principale della luna composta della prima, e della seconda, con una teorica geometrica all' uso degli astronomi. Questa teoria era già stata prima di lui, non per via di principii meccanici, ma col solo fondamento delle osservazioni ritrovata dall' Horoccio, ed anco illustrata dal Flamstedio, ma il Newton l' ha applicata all' ellissi Kepleriana, e alcune altre cose vi ha aggiunte.

II.

II. In questa ipotesi la luna si move per un' ellisse, che ha l' uno de' suoi fochi nella terra, e la legge del suo moto è quella dalle aree intorno al detto foco proporzionali ai tempi; ma la continua mutazione dell' eccentricità, e il perpetuo moto degli apsidi di quest' orbita non lascia, ne che essa sia rigorosamente un' ellisse di figura costante, ne che il moto serbi rigorosamente la detta legge. Fin quì l' ipotesi è la medesima con quella, che poc' anzi abbiamo esposta. Ecco ora in che ne è diversa. Vuol dunque egli, che quando la linea dagli apsidi PA [*Fig.* 114] prodotta s' incontra a passare per lo centro del Sole, come nella positura dell' orbita PFA, in cui P è il perigeo, A l' apogeo, T la terra, C il centro dell' orbita, e il Sole S nella retta PA prodotta. Allora (qualunque sia il punto dell' orbita, in cui trovasi la luna,) l' eccentricità TC sia la massima possibile, che egli fa di 66782 di quelle parti, delle quali il semiasse maggiore PC, o AC ne contiene 1000000, prendendo poscia da T verso C la retta TD per eccentricità minima di 43319 delle suddette parti, e descritto col diametro CD il cerchietto CID, al trasportarsi la terra per l' orbe annuo da T verso t, e allo scostarsi con ciò la linea degli apsidi dalla direzione suddetta verso il Sole, vuol egli, che il centro dell' orbita si vada movendo sulla periferia del cerchietto CID secondo l' ordine de' segni da C per I verso D con moto doppio dell' allontanamento apparente del Sole dalla detta linea; come se la terra sarà passata in t, e si fingerà trasportata l' orbita in pfa colla linea degli apsidi in pa, in sito sol tanto lontano al parallelismo di PA, quanto è il moto dell' apogeo lunare dovuto a questo tempo, (compresovi l' effetto della piccola inegualità di questo moto accennata alla Sezione decima seconda num. 4) il centro della vera orbita lunare non sarà più in C, ma in i per modo, che l' arco ci, o l' angolo cgi, che si farà nel centro del cerchietto, sia doppio dell' angolo atS distanza del Sole dall' apogeo della luna, (che dal Newton chiamasi *argomento annuo*) onde congiunta ti, e descritto l' ellisse qKu con asse trasverso eguale ad ap, e col foco t, e il centro i, questa sarà per quell' istan-

te

te di tempo la vera figura, e posizione dell' orbita della luna, in cui la linea degli apsidi q t i u, e il vero apogeo u diverso dal medio a di tutto l' angolo a t u. Il rimanente s' intende abbastanza per ciò, che si è detto, spiegando l' ipotesi precedente.

III. Nella presente teorica è manifesto, che l' apogeo vero si va librando di quà, e di là dal medio; che tal moto è diretto dal tempo, in cui la linea degli apsidi a p è congiunta col Sole, fino a che se ne scosti per 45 gradi, o un poco più, mentre allora la retta tirata dalla terra al centro dell' orbita toccherà il cerchietto, e il centro cadrà in questo contatto, e dopoi farassi retrogrado; che quando la linea degli apsidi farà angolo retto colla linea tirata dal Sole alla terra, l' apogeo vero, e il medio giaceranno di nuovo sulla medesima retta, e allora sarà la minima eccentricità t d, e proseguirà poscia l' apogeo vero sempre con moto retrogrado, finchè l' allontanamento della linea a p dal Sole sia poco meno di gradi 135, e allora succederà nuovamente il contatto della linea del vero apogeo col cerchietto, e l' apogeo tornerà a farsi diretto, finchè torni a coincidere col medio nel ritornare, che farà la linea degli apsidi alla congiunzione col Sole, e l' eccentricità torni ad esser massima, e tutto ciò succederà, come si è detto, in qualunque punto dell' orbita, e in qualunque aspetto col Sole vadasi intanto trovando la luna.

IV. Benchè si sia detto, che il centro dell' orbita descrive il cerchietto c i d, il Newton però considerando più esattamente le cause fisiche di questo moto, non vuole, che a tutto rigore la curva c i d sia un circolo, ma di curvità diversa, onde dopo aver fatto il calcolo del luogo della luna, come se c i d fosse veramente un circolo (il qual calcolo si fa con metodo simile a quello, che si è spiegato nella precedente Sezione, avendo riguardo alla diversità della legge del moto nell' ipotesi ivi esposta, e nella presente,) e dopo applicata a questo luogo la variazione, anzi le due variazioni da noi accennate di sopra (delle quali non da teoria alcuna geometrica, ma le deduce dalle cagioni fisiche delle forze della terra, e del Sole)

Y y vuole,

vuole, che se gli dia una piccola correzione dipendente dalla somma della distanza della luna dal Sole, e dalle distanze dell' apogeo della luna da quello del Sole, come si accennò nella Sezione passata. Questa correzione è massima, quando la detta somma è di segni 3, o di 9, e allora giunge a minuti 2' 25", ed è addittiva, quando la detta somma è minore del semicircolo, e sottrattiva, quando maggiore, e con ciò trova compensarsi l' errore fatto nel riguardare, come circolare, la curva c i d. Dopo tutte queste equazioni conviene confessare, che i luoghi della luna si trovano d' ordinario molto meglio accordare colle osservazioni, di quello che trovisi calcolandoli con altre tavole.

V. Pare a prima vista, che questa teorica debba rappresentar i luoghi della luna molto lontani dall' altre dette di sopra, la quale con tutto, che non li rappresentasse esattamente, non se ne scosterà tuttavia in modo intollerabile. Imperocchè facendosi quì dipendere il cangiamento dell' eccentricità non dall' aspetto della luna col Sole, ma da quello del Sole colla linea degli apsidi, l' eccentricità potrà esser massima nelle sizigie, e minima nelle quadrature, che è contro la detta ipotesi. Ma si dee quì avvertire, che sebbene può esser l' eccentricità massima, la linea degli apsidi sarà diretta al Sole, e per conseguenza essendo la luna nelle sizigie, essa cadrà, o nell' apogeo, o nel perigeo, dove l' equazione non è massima, anzi è nulla. Così se accaderà una quadratura in tempo della minima eccentricità, non potendo questa darsi, se non quando la linea degli apsidi fa angolo retto colla linea, che va dal Sole alla terra, in questa linea dovrà per necessità trovarsi la luna. Onde di nuovo l' equazione sarà nulla. E se attentamente si rifletterà a tutte le altre combinazioni, e si avrà anco riguardo alla librazione dell' apogeo, che può far alterar d' alcuni gradi l' anomalia della luna, vedrassi, che la presente teorica non può rappresentar i moti lunari gran fatto diversi dall' altre spiegate di sopra. Ben è vero, che qualche poco li diversifica, avendo io fatto prova col calcolo, e specialmente nelle sizigie, che l' equazione principale della luna, che abbraccia la prima, e seconda ineguali-

tà,

tà calcolata in questa teorica, non torna la medesima, ma talvolta è alquanto maggiore, talvolta anco un poco minore di quello, che si troverebbe supposta la minima eccentricità, e tralasciando di dar all' apogeo l' equazione, come se non vi fosse differenza tra il medio, e il vero nella maniera, che si tiene secondo l' antecedente ipotesi ne' calcoli delle sizigie.

V. L' incostanza dell' eccentricità, e della linea degli apsidi, che nasce da questa teorica, anco nelle sizigie, rende estremamente difficile il determinare in essa gli elementi soliti, cioè il luogo dell' apogeo medio, le misure dell' eccentricità massima, e minima, e le medie longitudini della luna, ne credo potersi procedere in tal ricerca, se non tentando; per altro i numeri di questi elementi, come pure quelli de' moti medii dell' apogeo, del nodo, e della longitudine della luna, che il Newton ha dati, poco, o nulla si scostano da quelli, che gli astronomi moderni hanno determinati nelle ipotesi ordinarie.

CAPO QUARTO

Dell' astronomia fisica del Newton.

Per compimento del presente trattato, e specialmente di questa seconda Parte, in cui abbiamo esposto il sistema della terra mobile, aggiungeremo qualche cosa intorno al metodo, con cui il Newton spiega in questo sistema i movimenti celesti per li principii meccanici, il qual metodo può chiamarsi astronomia fisica; perocchè in esso si deducono da' suddetti principii le cagioni fisiche delle figure delle orbite de' pianeti, e di tutte le vicende de' loro moti.

Sezione I.

Delle curve, che si descrivono da' corpi intorno a un centro delle forze.

I. SE intenderemo un corpo immobile collocato in qualsivoglia luogo S, (*Fig.* 115.) (che per maggior facilità riguarderemo, come un punto indivisibile) aver forza di tirar sempre verso di se un' altro corpo, (che parimente riguarderemo, come un punto) posto in qualsivoglia luogo p, e a qualsivoglia distanza da esso S, o sia poi tal forza eguale in tutte le distanze, o variabile secondo qualsivoglia legge, il punto S dirassi centro delle forze per rispetto al corpo p, e la detta forza centrale. Il medesimo sarebbe, se la forza s' intendesse esser nel corpo p per modo, che questa lo spingesse sempre verso il punto immobile S con qualsivoglia legge, ma egli è più comodo considerare la forza come attrattiva, e come collocata in S, che come impulsiva, e collocata nel corpo p.

II. Se al corpo p non sarà applicata alcuna altra forza, che quella, che lo tira, o lo spinge verso S (egli dee intendersi per ciò spogliato anche di quella, che chiamasi gravità, e spinge i corpi verso il centro della terra, se pure

il punto S non fosse questo centro, e non s' intendesse, che la forza, che lo spinge verso S fosse la gravità stessa) ne per altro vi sarà alcun' ostacolo, che lo trattenga, e lo determini a prender alcun' altra direzione. Egli in virtù di questa forza cadrà per la retta linea pS verso questo punto, e ciò con quelle velocità, e in quei tempi, che converranno a quella misura, e a quella legge delle forze, con cui vi sarà tirato, o spinto. Il Galileo ha mostrato, che se la forza sarà invariabile, cioè eguale in ogni distanza dal punto S, il corpo partendo dalla quiete acquisterà eguali parti di velocità in tempi eguali, e che i spazii descritti dopo il punto della quiete saranno fra loro, come i quadrati dei tempi; il che ha applicato a' corpi gravi, che ha supposto essere spinti dalla gravità verso il centro della terra con questa legge di forze, cioè a dire con forza sempre uniforme, e ciò risponde assai bene a quelle sperienze, che esso, e gli altri ne hanno fatte per quei piccoli spazii, ne' quali è a noi possibile il farle. L' Ugenio misurando la forza, con cui un corpo grave [il quale si dee sempre riguardare, come un punto] posto nella superficie, o presso la superficie della terra, è spinto, e tirato verso il centro di essa, ha trovato, che tal forza è atta a fare, che egli calando direttamente verso il centro, descriva nel suo moto accellerato secondo tal legge nello spazio di un minuto secondo quindici piedi, e un digito della misura di Parigi; il che (come il Galileo dimostra,) è lo stesso, che il dire, che il grado ultimo di velocità, che trovasi avere il detto corpo, dopo esser caduto per una seconda di tempo, partendo dalla quiete, è tanto, quanto vi vorrebbe a far, che un mobile movendosi di moto equabile scorresse in una seconda di tempo piedi 30, e digiti due di Parigi, che è il doppio dello spazio descritto per la detta caduta.

III. Ma se trovandosi il corpo in quiete [trattenutovi da qualche ostacolo] in qualsivoglia punto p, intenderemo, che tutto a un tratto si rimova l' ostacolo, e che insieme venga impresso al detto corpo un' impulso instantaneo per qualunque direzione pX, che faccia con pS qualunque

an-

angolo SpX (come ſuccede ad una palla d' artiglieria nell' iſtante dello ſcoppio, o a qualſivoglia altro grave projetto, che non ſia gettato, o in ſu, o in giù, per la linea a piombo) il corpo non andrà ne verſo S per la direzione pS, ne verſo X per la direzione pX, ma in virtù della compoſizione di tali forze prenderà un' altra direzione, come pa poſta nel piano pXS. Queſta direzione ſarà tale, che prendendo ſopra pX la porzione pc di quella grandezza, che in virtù della ſola forza impreſſa per pX ſi deſcriverebbe dal corpo p in un tempo infinitamente piccolo preſo a volontà, e parimente prendendo ſopra pS la porzione pb, che in virtù della forza attraente verſo S ſi deſcriverebbe dal medeſimo corpo nello ſteſſo tempo, e tirando le rette ca, ba parallele a pS, pX, il punto a del concorſo di queſte parallele dovrà trovarſi nella nuova direzione pa. E la velocità del corpo p riſultante dalla compoſizione delle dette forze ſarà tanta da condurre il corpo dal punto p al punto a preciſamente nello ſteſſo tempo, in cui le dette forze ſeparate lo condurrebbero una in c, e l' altra in b, come è manifeſto, per le regole meccaniche delle forze compoſte.

IV. Dico ora, proſeguendo il corpo il ſuo moto in virtù delle medeſime forze, una delle quali è l' impeto impreſſo al corpo nel punto p per un ſolo iſtante, e l' altra è la forza d' attrazione, che perpetuamente ſi ſuppone ritirarlo verſo il punto S, il corpo purchè non venga diſtornato da altra nuova forza, e non incontri alcuna reſiſtenza cangerà perpetuamente, e ad ogni iſtante direzione, e deſcriverà una linea curva poſta nel piano della direzione pX, e del centro delle forze S, con tal legge, che le aree compreſe da due archi di queſta curva deſcritti in due tempi, e terminata ciaſcuna da due rette tirate dagli eſtremi di ciaſcuno de' detti archi al centro delle forze S, ſaranno proporzionali a' tempi, ne' quali quegli archi della curva ſaranno ſtati deſcritti. Imperocchè giunto il corpo in a, ſe ſi prolungherà pa in d, talchè ad ſia eguale a pa, è manifeſto, che queſta forza riſultante dalla compoſizione delle dette due forze, la quale ha potuto ſpingere il corpo

nel

nel detto minimo tempo da p, in a, dovrebbe ancora spingerlo in altrettanto tempo per la medesima direzione, e per lo spazio a d eguale ad a p, se non fosse la forza centrale, che incessantemente ritira il detto corpo verso S. Poniamo dunque, che questa forza nella distanza S a sia tanta da attraere il corpo nel detto tempo per lo spazio a e, e tirando di nuovo le rette d f parallela ad a S, et e f parallela a p a d, è manifesto, che le due rette a d, a e esprimeranno le forze, dalle quali il corpo trovasi affetto nel punto a, ed insieme le direzioni di queste forze; onde per gli stessi principii meccanici dovrà il corpo prender nuova direzione per a f, diagonale del parallelogrammo e d. Si congiungano S d, S f. Il triangolo a p S è eguale al triangolo S d a a cagione delle basi eguali p a, d a, e dell' altezza comune in S, e di nuovo il triangolo S d a è eguale al triangolo S f a a cagione della base comune S a, e delle parallele S a, d f. Dunque i due triangoli a p S, a f S sono eguali. Di nuovo giunto il corpo in f prolungata a f in g, talchè f g sia eguale ad a f, presa f h per la quantità della forza centrale in f, cioè per lo spazio, per cui essa tirerebbe nel detto tempo il corpo verso S, condotte le parallele h i, g i, il corpo dovrà in altrettanto tempo descrivere per la stessa cagione la diagonale f i, onde tirando g S, i S, saranno i due triangoli a f S, f g S, e parimente i due f g S, i f S eguali. Dunque i due a f S, i f S, e perciò anco i f S, a p S sono eguali. Il medesimo si mostrerà, e nello stesso modo de' triangoli i K S, K l S, l m S, m n S, e di tutti gli altri, che nello stesso modo si descriveranno, ciascuno de' quali corrisponderà al moto del corpo p fatto sempre in un tempo minimo della stessa costante misura presa da principio; e perciò ciascuno de' detti triangoli sarà eguale al triangolo a p S. Ma le basi di questi triangoli p a, a f, f i &c. costituiscono la periferia, e i detti triangoli l' area di una curva p a n (come è chiaro per l' analisi delle quantità infinitamente piccole); dunque un corpo descrive una curva, e le aree di questa descritte in tempi eguali sono eguali, o quel che è lo stesso, le aree descritte in diversi tempi sono proporzionali ai tempi, ne' quali vengono descritte.

V. Tra-

V. Tralascieremo per brevità di dimostrare la conversa di questa proposizione, cioè se un corpo, che sia stato spinto dalla quiete in un mezzo non resistente per qualche direzione, descriverà una curva, e si troverà, che per tutto le aree fatte nel modo spiegato intorno ad una parte immobile posta in quel piano sieno proporzionali ai tempi, il detto corpo sarà spinto da una forza centrale, che tenderà al detto punto immobile. La dimostrazione non è difficile, seguendo un' ordine inverso di quello della proposizione diretta.

VI. Da ciò siegue, che tanto la direzione pX, quanto le altre pa, af, fi &c. toccano la curva, e che prolungate due di esse pa, fi per gli spazii minimi ad, io descritti nell' istesso, o egual minimo tempo, e condotte per li loro estremi d, o le rette df, ok parallele ai raggi, (che così li chiameremo) Sa, Si, e terminate alla curva in f, k, le dette rette df, ok, o sia le loro parallele ed eguali ae, iq prese su i raggi Sa, Si, esprimono le quantità, e le direzioni delle forze, che attraggono il corpo nelle distanze Sa, Si dal centro delle forze S. Queste forze sono eziandio la misura dell' allontanamento momentaneo, che sarebbe il corpo dal centro S, quando giungendo ai detti punti a, i non fosse tirato dalla forza, che si suppone risiedere nel detto centro; essendo manifesto, che senza tal forza il corpo giunto in a proseguirebbe il suo viaggio per la tangente ad, e nel tempo minimo, o momentaneo, in cui descriverebbe ad, si sarebbe allontanato dal centro della quantità df più di quello, che lo sia andando per la curva afi, e il medesimo vale di ok; e a misura, che tali linee sono, o maggiori, o minori, maggiore eziandio, e minore è la forza, che fa il corpo di allontanarsi dal detto centro. Quindi è, che ne' corpi, che descrivano delle curve nel modo spiegato, le dette forze centrali espresse per le accennate rette si ponno indifferentemente chiamare centripete, o centrifughe; cioè centripete, in quanto si suppongono spinger, o tirare il corpo verso il centro S; e centrifughe, in quanto queste forze misurano la forza, che senza esse sarebbe a ciascun' istante il

corpo

corpo in virtù dell' impeto impreſſogli di fuggirne per la tangente della curva, il quale sforzo reſta da eſſe preciſamente equilibrato. Così al girarſi d' un ſaſſo nella fionda la mano immobile viene tirata dal ſaſſo con forza, che può dirſi centrifuga, preciſamente eguale all' altra centripeta, con cui il ſaſſo vien tirato dalla mano, del che è chiaro indicio la tenſione della corda; perocchè ſe prevaleſſe la forza centrifuga del ſaſſo, la mano ſarebbe tirata verſo lui, e ſe quella della mano, verſo queſta ſi accoſterebbe il ſaſſo, e nell' uno, e nell' altro caſo ſi allenterebbe la corda.

VII. Dalle coſe dimoſtrate al num 4 ſi raccoglie, che le velocità aſſolute del corpo in due qualſiſiano punti della curva ſono fra loro in ragione reciproca de' perpendicoli tirati dal centro delle forze ſopra le rette, che toccano la curva in que' punti, cioè a dire, la velocità in A (*Fig.* 116) alla velocità in B ſta, come il perpendicolo SC, tirato dal centro S ſopra CB, che tocca la curva in B, al perpendicolo SD tirato dal detto centro ſopra AD, che tocca la curva in A. Imperocchè preſi nella curva AB, due archi deſcritti in tempi minimi eguali Aa, Bb, i quali ſi confondono colla tangente AD, BC, eſſendo per la ſuppoſizione i tempi detti minimi, e perciò ciaſcune delle velocità, colle quali vengono deſcritti, dovendoſi riguardare come equabili, ſaranno le velocità, come gli ſpazi deſcritti ne' detti tempi eguali, cioè la velocità in A alla velocità in B, come Aa, a Bb. In oltre ſaranno per l' articolo 4 i triangoli ASa, BSb eguali, e perciò avranno le baſi reciprocamente proporzionali alle loro altezze. Dunque la baſe Aa, alla baſe Bb, (cioè la velocità in A alla velocità in B,) come l' altezza, o il perpendicolo SC, all' altezza, o perpendicolo SD.

VIII. Le curve, che ſi deſcrivono da corpi intorno un centro delle forze, ponno eſſer diverſe, o di ſpezie, o almeno di poſizione, ſecondo la diverſa diſtanza dal centro, in cui ſi ſuppone aver ricevuto il corpo l' impulſo rettilineo, ſecondo la diverſa quantità di queſto impulſo, o la ſua diverſa proporzione alla forza centrale in quelle diſtanze, come pure ſecondo la diverſa direzione di tal' impul-

so, e in fine secondo la diversa legge, con cui scemano, o crescono le forze centrali in diverse positure, e distanze dal centro. Il Newton ha date regole generali per determinar la legge delle forze, data la natura della curva descritta, ed al contrario; ma perchè il seguire il suo metodo troppo ci condurrebbe in lungo, ed anco perchè a noi basta di toccare questa materia sol quanto è necessario per le leggi de' movimenti celesti, esporremo quanto ci bisogna con metodo diverso dal suo, e nella maniera, che ha tenuto il P. D. Celestino Rolli Monaco Celestino professore celebre nell' Università di Pisa, in un suo piccolo trattato non per anco dato alle stampe sopra tale argomento.

Sezione II.

Di alcuni teoremi intorno alle forze centrali, quando queste sono eguali a distanze eguali dal centro.

I. Qualunque sia la legge delle forze centrali, se saranno eguali a distanze eguali dal centro [le quali distanze chiameremo altezze,] e due corpi eguali cadranno uno direttamente, e liberamente verso il centro, e l' altro per la combinazione di qualche altra forza a lui impressa sopra una linea curva, qualunque ella sia, e si troveranno questi due corpi avere eguali velocità in due altezze eguali, dico, che per tutto le loro velocità in eguali altezze saranno eguali. Imperocchè sia (*Fig.* 117) BC la retta, BM la curva, per cui movonsi i due corpi, e sieno D, et M i due punti, ne' quali essi si trovano avere velocità eguali, essendo eguali le altezze CD, CM. Prendasi Dd infinitamente piccola, e descrivansi dal centro C delle forze due archi di circolo DM, dm, che taglino la curva in M, m, e l' arco dm tagli la retta MC in N, dal qual punto tirisi sopra l' elemento della curva Mm la perpendicolare NT. Poichè le forze centrali, che agiscono sopra i due corpi posti in D, M sono eguali per l' ipotesi, per esser eguali le altezze CD, CM, si potranno queste forze esprimere per le due linee eguali Dd, MN. Ora la forza

za M N, che dee movere il corpo per M m, benchè ſia eguale all' altra, che ſpinge l' altro corpo per D d, viene tuttavia raffrenata dall' obbliquità della direzione M m, per cui il corpo M è obbligato di moverſi in virtù dell' altra forza a lui impreſſa. Per trovare di quanto ella ſia ſcemata, ſi conſideri, che la forza M N equivale per la dottrina de' moti compoſti a due forze, che ſtieno ad eſſa, come le due rette M T, T N, e che agiſcono ſul corpo per le direzioni di queſte rette. Di queſte forze l' ultima T N niente può contribuire all' accellerazione del corpo per M m, mentre eſſa è perpendicolare alla direzione M m. Dunque la ſola forza M T è quella, che può farlo accellerare. Ciò poſto eſſendo noto per li principii meccanici, che le celerità prodotte in due corpi eguali da due forze ſtanno tra loro in ragione compoſta di queſte forze, e del tempo, in cui eſſe ſtanno applicate a que' corpi, la celerità prodotta dalla forza M T nel corpo M in quel tempo, che egli cade per M m, ſtarà alla celerità prodotta nel corpo eguale D dalla forza d D in quel tempo, che egli cade per D d in ragione compoſta di M T a D d, o ſia ad M N, e del tempo per M m al tempo per D d, o pure per M N; ma il tempo per M m ſta al tempo per M N, come M m ad M N, atteſo che le velocità ne' punti M, D ſi ſuppongono eguali, e il moto in sì piccolo tempo ſi dee riguardare, come equabile; dunque la velocità, che produraſſi nel corpo M ſta alla velocità, che produraſſi nel corpo D, in ragione compoſta di M T ad M N, e di M m ad M N. Ma queſte due ragioni compongono la ragione del rettangolo fatto da M T, et M m al quadrato di M N, e il detto rettangolo è eguale a queſto quadrato; (per eſſere gli angoli m N M, M T N retti) dunque, eſſendo che ne' punti M, D le celerità ſi ſuppongono eguali, e le velocità prodotte nelle cadute per M m, D d ſono anch' eſſe eguali, giungeranno i corpi a' punti m, d con celerità, che ſaranno ancora eguali, e col medeſimo argomento ſi troveranno le velocità di queſti corpi ſempre eguali in altezze eguali. Il che &c.

II. Se un corpo partendo dalla quiete in A (*Fig.*118) ſarà tirato per la retta A S verſo il centro delle forze S

con qualsivoglia legge di queste, e le velocità, che egli ha in qualsivoglia punto B della retta AS saranno rappresentate dalle ordinate BC di una curva AC, come pure le forze centrali ne' medesimi punti saranno rappresentate dalle applicate BG di un' altra curva NG; dico, che le velocità BC saranno fra loro in ragione sudduplicata delle aree ANBG della curva delle forze dal punto della quiete A fino al punto B, ove si trova il corpo. Imperocchè caduto, che sia il corpo per qualunque spazio AB $(=x)$ preso qualsivoglia tempo minimo, e posto, che Bb sia quello spazio, che il corpo può scorre in questo tempo colla velocità CB $(=y)$, che allora avrà acquistata in virtù delle forze centrali, sarà Bb $(=dx)$ maggiore, o minore in proporzione della velocità CB. Tirando poscia l' applicata bc, e sopra essa il perpendicolo Ce, è manifesto, che ce $(=dy)$ esprimerà l' accrescimento di velocità, che nel detto minimo tempo acquisterà il corpo, e che questo sarà maggiore, o minore in proporzione della forza BG (z) corrispondente al medesimo punto B. Dunque gli incrementi degli spazii Bb ponno esprimersi per le velocità, e gli incrementi delle velocità per le forze. E perciò sarà $dx : dy :: y : z$, e perciò $zdx = ydy$; onde $\int zdx = \frac{yy}{2}$. Ma $\int zdx$ è l' area ANBG, e $\frac{yy}{2}$ è la metà del quadrato CB; dunque la metà del quadrato CB è per tutto eguale (o almeno proporzionale) all' area ANBG, e perciò CB è sempre in sudduplicata ragione di quest' area, e il quadrato della velocità in ragione di essa area.

S z-

Sezione III.

Della regola della velocità nel supposto delle forze centrali reciprocamente proporzionali a' quadrati delle altezze.

I. Quando la legge delle forze centrali sia tale, che esse forze debbono esser per tutto proporzionali reciprocamente a' quadrati delle altezze, o distanze dal centro delle forze [la qual legge pare, che sia quella con cui si variano tutte le intensioni delle altre qualità diffuse all' intorno da qualche corpo, come il calore, la luce &c.] la curva di esse forze intesa nel senso spiegato all' art. 2 della Sezione antecedente, sarà un' iperbola del secondo grado. Sia nella figura 119 il centro delle forze S; e tirisi la retta indefinita SA, la cui porzione indeterminata SB esprimerà tutte le altezze. Preso in essa qualsivoglia punto A, e tirata la perpendicolare AD di qualunque lunghezza, se per qualsivoglia altro punto B tirerassi un' altra perpendicolare BE, e farassi, come il quadrato SB al quadrato SA, così AD a BE, è manifesto, che esprimendosi per AD la forza centrale nel punto A, BE esprimerà la forza centrale in B, onde la curva DE, che passerà per tutti i punti determinati con tal legge, sarà la curva delle forze centràli. Denominando dunque le date SA $= a$, AD $= c$, e le indeterminate SB $= x$, BE $= y$, sarà per la costruzione $xx : aa :: c : y$. Dunque $xxy = aac$; la qual' equazione è ad un' iperbola del secondo grado, in cui il solido fatto dall' ordinata nel quadrato dell' ascissa è d' una quantità costante. Giacerà quest' iperbola tra i due asintoti SM, SN, e tirandosi qualsisia ordinata BE, è noto appresso i geometri, che l' area asintotica verso il centro BENS è infinita, ma l' altra area asintotica dalla parte opposta BME è bensì infinitamente lunga, ma non già infinita, essendo eguale al rettangolo EBS dell' ordinata nell' ascissa: e similmente qualunque altra area asintotica AMD è uguale al rettangolo DAS.

II. Dico ora la regola delle velocità in questa legge di

di forze essere tale, che posto, che un mobile parta dalla quiete in qualsivoglia punto A, e, tratto da questa legge di forze, cada verso il centro delle medesime S, i quadrati delle velocità in due qual si sieno punti O, B sono tra loro in ragione composta della diretta de' viaggi fatti dopo la quiete AO, AB, e della reciproca de' viaggi, che restano a fare sino al centro delle forze SB, SO, cioè come $\frac{AO}{OS}$ ad $\frac{AB}{BS}$, o sia come il rettangolo $AO \times BS$ al rettangolo $AB \times OS$. Imperciocchè tirate da' punti A, O, B le ordinate all' iperbola AD, OC, BE il quadrato della velocità in O al quadrato della velocità in B (artic. 2 della Sezione precedente) sta, come l'area OADC all' area BADE; ma l'area OADC è la differenza delle due aree asintotiche OMC, AMD, cioè (per quel, che si è detto nell' artic. precedente) de' due rettangoli COS, DAS; se dunque tra i medesimi asintoti SM, SN si descriverà per il punto D un' iperbola apolloniana DR, la quale tagli in P l' ordinata OC, essendo i rettangoli DAS, POS uguali, sarà la differenza de' due rettangoli COS, DAS eguale alla differenza de' due rettangoli COS, DAS, cioè uguale al rettangolo $CP \times OS$; ma per essere OC ad AD, come il quadrato SA al quadrato SO, cioè come il quadrato OP al quadrato AD, sarà OC, OP :: OP, AD, cioè AS, OS; e dividendo CP, PO :: AO, OS; e però il rettangolo $PC \times OS$ [cui si è detto essere uguale l'area iperbolica OADC] è uguale al rettangolo $AO \times OP$, e nell' istessa maniera si dimostrerà l'area BADE uguale al rettangolo $AB \times BR$. Sarà dunque l'area OADC all' area BADE, (cioè il quadrato della velocità in O al quadrato della velocità in B) come il rettangolo $AO \times OP$ al rettangolo $AB \times BR$, cioè in ragione composta di AO ad AB, e di OP a BR, la qual' ultima ragione è l' istessa di BS ad OS; dunque sarà, come il rettangolo $AO \times BS$ al rettangolo $AB \times OS$, ovvero come $\frac{AO}{OS}$ ad $\frac{AB}{BS}$, quel che dovea dimostrarsi.

III.

III. L' addotta regola delle velocità è solamente nel caso, che il mobile si parta dalla quiete in un punto A, la cui distanza dal centro AS sia finita. Ma in questa legge di forze centripeta se il mobile cadesse da una distanza infinita, anzi se nella distanza infinita si supponesse cominciare a moversi non già dalla quiete, ma con qualche grado di velocità, non per questo acquisterebbe una infinita velocità sino a tanto, che non fosse arrivato al centro delle forze S.

IV. Ciò è chiaro dalla curva delle forze DCE, la quale è un' iperbola del secondo grado, in cui tirandosi qualsisia ordinata BE, l' area asintotica infinitamente lunga BME non è già infinita, come si è detto all' artic. 1, ma uguale al rettangolo EBS. Sicchè se un mobile si supponga partire dalla quiete in un punto M infinitamente alto, e cadere verso il centro delle forze per tutto l' asintoto MS, il quadrato della velocità, che egli acquisterà sino al punto O, al quadrato della velocità sino al punto B (dovendo essere per l' artic. 2 della Sezione precedente, come l' area asintotica OMC all' area BME) sarà, come il rettangolo COS al rettangolo EBS, cioè in ragion composta di OC a BE, (che per la natura dell' iperbola è l' istessa, che del quadrato di SB al quadrato di SO,) e di SO ad SB, le quali due ragioni compongono la ragione di SB ad SO. Saranno adunque i quadrati delle velocità ne' punti O, B reciprocamente, come le distanze dal centro SB, SO.

V. Che se suppongasi il mobile partire dal punto M infinitamente alto, non già dalla quiete, ma con un grado di velocità, quale per ragion d' esempio avesse acquistato cadendo dalla quiete in una infinita distanza M sino a un dato punto A. In tal caso il quadrato della velocità in qualunque punto B (per l' istesso artic. 2 della Sezione precedente) sarà proporzionale alla somma delle due aree asintotiche AMD, BME, ovvero (se prolungando l' asintoto MS dall' altra parte del centro Sm, si descriverà tra gli asintoti SN, Sm l' altra uguale, e simile iperbola dce) alla somma delle aree amd, BME; cioè [per l' artic. 1] alla

alla ſomma de' due rettangoli daS, EBS; e ſimilmente il quadrato della velocità in O ſarà proporzionale alla ſomma de' rettangoli daS, COS. Ora è facile nella ſteſſa maniera, che ſi è tenuta all' artic. 2 il dimoſtrare, che la ſomma de' rettangoli daS, COS alla ſomma de' rettangoli daS, EBS ſta, come $\frac{aO}{OS}$ ad $\frac{aB}{BS}$, cioè in ragione compoſta della diretta delle diſtanze Oa, Ba dal punto a, e della reciproca delle diſtanze OS, BS dal centro delle forze S; in queſta ragione adunque ſono tra loro i quadrati delle velocità ne' punti O, B. E può rifletterſi, che in queſto caſo il mobile ſi conſidera partir dalla quiete nel punto a, e andare al centro delle forze S, non già per la via più corta aS, ma per la via oppoſta infinita amMS, allontanandoſi prima dal centro con forza centrifuga per una diſtanza infinita am, indi con forza centripeta dalla parte contraria cadendo al centro per altrettanta infinita diſtanza MAS.

VI. Ne una tal conſiderazione dee tenerſi per vana, o troppo aſtratta; poichè quantunque ſia vano il conſiderare, che un mobile poſſa avere acquiſtati queſti gradi di velocità dalla precedente caduta per uno ſpazio infinito MO, o da un moto miſto di forza centrifuga per am, e di forza centripeta per MO, poſſono però i detti gradi di velocità imprimerſi al mobile in un dato punto O dall' impulſo iſtantaneo di una forza eſterna, che lo ſpinga verſo il centro, e lo faccia muovere per la retta OS, come ſi moverebbe ſe precedentemente foſſe caduto da una altezza infinita, o da due altezze ugualmente infinite. Tutto ciò s' intenderà più chiaramente dalla ſoluzione del ſeguente problema.

VII. Dato qualunque punto O, in cui il mobile ſia ſpinto da una forza eſterna, che gli comunichi qualunque dato grado di velocità; trovare la ſublimità (che così potrà chiamarſi) OA, o ſia il punto ſublime A, onde il medeſimo mobile cadendo liberamente dalla quiete verſo il centro S, acquiſterà in queſta legge di forze centrali nel dato punto O il dato grado di velocità. Tiriſi dal punto O l' ordinata OC alla curva delle forze DCE, la quale, per eſſere l' iperbola del ſecondo grado deſcritta all' artic. 1, avrà,

avrà, come ivi si è detto, l' area asintotica COSN infinita; quindi un mobile, che cadesse liberamente dalla quiete in O verso il centro, nel percorrere la retta OS passerebbe per tutti i gradi di velocità, di modo che nel punto O, onde si parte, la velocità è nulla, o infinitamente piccola, indi anderà di mano, in mano crescendo in proporzione sudduplicata dell' area iperbolica interposta tra l' ordinata OC, e l' ordinata dal punto, ove si trova il mobile, e finalmente nel centro S la velocità sarà infinita, come quella, che corrisponde all' infinita area iperbolica OSNC. Puossi adunque supporre, che la data velocità comunicata dall' esterno impulso al mobile nel punto O sia quella, che il medesimo mobile, cadendo liberamente dalla quiete nello stesso punto O verso il centro, acquisterebbe in qualunque dato punto B della sua caduta. Tirisi ora dal punto B l' ordinata BE all' iperbola, e dovendo essere la velocità nel punto O del mobile cadente dalla quiete in A eguale alla velocità nel punto B del mobile cadente dalla quiete in O; doveranno essere per l' artic. 2 della Sezione precedente eguali tra loro le aree iperboliche OADC, BOCE, che sono in ragion duplicata di dette velocità, e però l' area BADE doppia della OADC. Descrivasi tra gli stessi asintoti SM, SN per il punto D l' iperbola apolloniana DPR, che tagli in P, ed R le ordinate OC, BE; e (siccome si è dimostrato all' artic. 2) sarà l' area BADE eguale al rettangolo ABR, e l' area OADC eguale al rettangolo AOP; il rettangolo dunque ABR deve essere doppio del rettangolo AOP; e però 2 OP starà a BR, (cioè per l' iperbola DPR, 2 SB a SO) come AB ad AO, e dividendo 2 SB — SO, (o sia SB — BO). SO :: BO. OA; della qual proporzione i tre primi termini noti danno il quarto OA, che è la cercata sublimità.

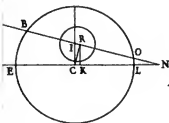
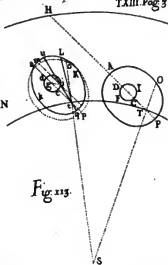
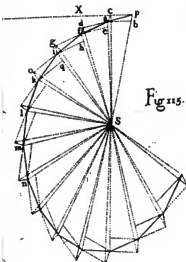
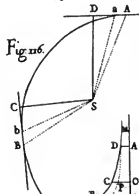
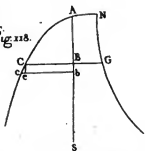
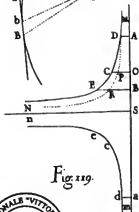
VIII. Il primo termine di questa proporzione SB — BO può essere, o positivo, o nullo, o negativo, secondo che si suppone la caduta OB del mobile, per la quale deve acquistare la data velocità dell' esterno impulso in O, minore, o eguale, o maggiore di SB, ovvero, quel che torna il medesimo, della metà dell' altezza SO. Nel primo

caſo la ſublimità OA ſarà poſitiva, e dovrà prenderſi nella parte ſuperiore. Nel ſecondo caſo la ſublimità ſarà infinita, di modo, che cadendo il mobile da una infinita diſtanza ſino a un dato punto O acquiſterà tanta velocità, quanta ne acquiſta cadendo dalla quiete nel medeſimo punto O ſino alla metà di OS. Nel terzo caſo la ſublimità dovrà prenderſi negativa per ſalvare l' analogia, cioè nella parte contraria inferiore come Oa; ed in queſto terzo caſo deſcrivendoſi l' altra eguale iperbola del ſecondo grado dce, e facendoſi come ſopra OB—BS:OS::OB:Oa, ſarà l' area iperbolica BOCE, (cioè il quadrato della velocità in B del mobile cadente dal punto O) eguale alla ſomma d' amendue le aree aſintotiche infinitamente lunghe amd, OMC, cioè al quadrato della velocità in O del mobile, che parta dalla quiete in a, e percorra i due ſpazii infiniti am, MO.

SEZIONE IV.

Delle curve, che ſi deſcrivono nella legge delle forze centrali reciprocamente proporzionali ai quadrati delle altezze.

I. Tutto ciò preſuppoſto, dimoſtreremo queſta principale, e nobiliſſima propoſizione, in grazia di cui ſi ſono premeſſe tutte le precedenti, ed è quella, che ſerve di fondamento alla teorica meccanica, o fiſica de' pianeti; cioè ſe nella legge delle forze centrali reciprocamente proporzionali a' quadrati delle altezze un corpo poſto in qualunque altezza, venga ſpinto dalla quiete per qualunque direzione inclinata alla direzione delle forze centrali, da una forza iſtantanea, che gli comunichi tanta velocità, quanta ne acquiſterebbe per la libera caduta ſino alla detta altezza da un punto ſublime, che non ſia infinitamente alto, ovvero quanta ne acquiſterebbe cadendo liberamente dalla detta altezza per uno ſpazio, che ſia minore della metà della medeſima, deſcriverà un' elliſſe, di cui l' uno de' fochi ſarà il centro delle forze.

II.

T.XIII. Pag. 370.
Fig. 112.
Fig. 113.
Fig. 115.
Fig. 116.
Fig. 118.
Fig. 119.

II. Sia (*Fig.* 120) il centro delle forze S, ed O il punto, in cui il corpo viene ſpinto dalla quiete per la direzione OH; congiungaſi SO, ed in eſſa prolungata ſia A quel punto, da cui, ſe egli foſſe liberamente caduto dalla quiete verſo S, avrebbe, giungendo in O, acquiſtata in queſta legge delle forze velocità eguale a quella, con cui è ſtato ſpinto per OH. Tiriſi ſopra HO, prolungata ſe biſogna, la perpendicolare AG, che ſi prolunghi, ſicchè ſia GP eguale ad AG, e da' punti S, P come fochi, con aſſe traſverſo eguale ad SA, deſcrivaſi l'elliſſe OM, la quale (per gli elementi delle ſezioni coniche) toccherà OH in O. Congiungaſi PO, la quale per gli ſteſſi elementi ſarà eguale ad OA, e ſopra OH cada dal foco S il perpendicolo SH. Preſo poſcia qualſivoglia altro punto ſulla elliſſe M, deſcrivaſi dal centro S per M l'arco di circolo MB, che tagli SO in B. Ciò poſto eſſendo, che la velocità del corpo nel punto O ſi ſuppone eguale a quella, che avrebbe lo ſteſſo corpo, ſe foſſe caduto per AO, dovranno [per la Sezione 2 num. primo] le velocità di eſſo in qualunque punto della curva, che egli deſcriverà, eſſer eguali a quelle, che avrebbe in pari altezza, ſe proſeguiſſe a moverſi con moto rettilineo verſo il centro S. Dunque qualunque ſia la curva, che il corpo deſcriverà, dovrà il corpo in quel punto della curva, in cui la taglia l'arco BM, avere velocità eguale alla velocità del moto rettilineo in B. In oltre dovendo queſta curva toccare HO in O, [per la Sezione prima art. 6] ne ſeguirà, che in tutti gli altri punti della curva, e per conſeguenza anco in quello, in cui la taglia l'arco BM, la velocità del corpo ſia alla velocità di lui medeſimo in O, come il perpendicolo SH al perpendicolo tirato da S ſulla tangente della curva nel detto punto [per l'artic. 7 della prima Sezione]; dunque la proprietà della curva, che ſi deſcriverà dal corpo dee eſſer tale, che nel punto di eſſa, in cui la taglia l'arco BM, (e così di tutti gli altri) il perpendicolo tirato da S ſopra la tangente della curva ſtia ad SH, come la velocità in O del corpo caduto per AO in queſta legge di forze alla velocità in B del corpo caduto nella medeſima legge per AB. Ora ciò appunto ſuccederà nell'

 elliſ-

ellisse OM; perocchè tirando per lo punto M, ove essa taglia l'arco BM, la tangente KI, e sopra essa il perpendicolo SI, questo perpendicolo starà ad SH, come la velocità in O alla velocità in B, il che così si dimostra, congiungasi SM, MP, e tirisi PK perpendicolare ad IM. Il quadrato della velocità in O sta al quadrato della velocità in B (per la Sezione terza artic. 3,) come $\frac{AO}{SO}$ ad $\frac{AB}{SB}$; ma per la natura dell' ellisse essendo $SA = SM + MP$, e per la costruzione $SM = SB$, sarà $AB = MP$ dunque $\frac{AB}{SB} = \frac{MP}{SM}$, cioè (per la natura della tangente dell' ellisse i triangoli PKM, SMI simili) $= \frac{KP}{IS}$. Similmente si mostrerà $\frac{AO}{SO} = \frac{OP}{SO} = \frac{GP}{SH}$. Dunque il quadrato della velocità in O al quadrato della velocità in B sarà, come $\frac{GP}{HS}$ a $\frac{KP}{IS}$, cioè (multiplicando in ciascuna frazione sì il numeratore, che il denominatore per l' istessa quantità,) come $\frac{GP \times HS}{HS^2}$ a $\frac{KP \times IS}{IS^2}$; ma per una proprietà dell' ellissi, che ora si dimostrerà $SP \times HS = KP \times IS$; dunque la velocità in O sta alla velocità in B, come il perpendicolo IS al perpendicolo HS, il che si era preso a dimostrare. Essendo dunque la curva ellittica OM tale, che salva le predette leggi delle velocità, ne potendosi da un corpo, che parta da una data altezza SO con una data misura di velocità per una data direzione OH, e che sia tirato con una data misura, e legge di forza centripeta, descriver, che una sola curva, come per se è manifesto, sarà necessario, che il detto corpo descriva l' ellisse OM; il che &c.

III. La proprietà poc' anzi accennata dell' ellisse non difficilmente si dimostra coll' analisi, chiamando il semiasse maggiore (*Fig.* 121) $VC = a$, la distanza d'un foco F, o S dal centro $C = f$ qualunque abscissa dal centro $CP = x$,

e la

e la sua applicata $PM = y$; mentre tirando la tangente MT, che concorra coll' asse in T, sarà per la natura della tangente di questa curva $CT = \frac{aa}{x}$; onde si avranno le denominazioni de' lati PT, TM; e tirati i perpendicoli FK, SQ sulla detta tangente, ne' triangoli simili TMP, TKF, TSQ si avranno i valori di FK, SQ, delle quali due quantità il rettangolo troverassi $=$

$$\frac{a^8 - a^6 xx - a^6 ff + aaffx^4 + aaf^4 xx - f^4 x^4}{- aaffxx + ffx^4 + a^6 - a^4 xx}$$; onde dividendo il numeratore per lo denominatore risulterà il detto rettangolo $= aa - ff$, che è quantità costante, ed eguale al quadrato del semiasse minore CB, o sia al rettangolo VFE, o pure ESV; dunque il rettangolo de' due perpendicoli tirati da' fochi sopra una tangente è eguale al rettangolo da due perpendicoli tirati da' fochi sopra qualsivoglia altra tangente, che è la proprietà, che rimasse nell' artic. precedente da dimostrare.

IV. Dalla determinazione dell' ellisse, che si descrive dal mobile data all' artic. 2, ne siegue, (*Fig.* 122) che, se si farà l' angolo POG eguale all' angolo GOA, che comprendono le direzioni della forza centrale, e dell' impressa, cioè le rette AO, GO, la retta PO passerà per l' uno de' fochi dell' ellisse, essendo l' altro foco il centro delle forze S.

V. Se la velocità impressa nel corpo in O fosse tanta, quanta ne acquisterebbe lo stesso corpo cadendo (coll' istessa legge di forze in ragion reciproca de' quadrati delle distanze) da un punto A infinitamente lontano, cioè che l' altezza AO fosse infinita; ovvero per quel, che si è detto nella Sezione precedente, quanta ne acquisterebbe cadendo liberamente dalla quiete in detto punto O fino alla metà dell' altezza OS. In tal caso fatto l' angolo $POG =$ all' angolo AOG, dovendo per l' artic. 4 la retta OP andare al foco dell' ellisse, e per l' artic. 2 dovendo questo foco trovarsi anco nella perpendicolare prodotta, che dal punto A cade sopra GO [la qual perpendicolare incontrerebbe nella presente ipotesi la retta OG in distanza infinita-

mente

mente lontana dal punto O, per esser O A infinita,] è manifesto, che il foco S coll' altro foco P, cioè la retta SP sarà parallela ad OP, e i fochi di questa ellisse S, P saranno infinitamente lontani fra loro, onde l' ellisse in tal caso si trasformerà in una parabola OM, il cui asse sarà SP parallela ad OP, e che toccherà OG in O. Il vertice M di questa parabola si determinerà prolungando GO, PS, finchè s' incontrino in H, e tirando OB perpendicolare a PM, con dividere a mezzo BH, per avere il vertice cercato M; come è manifesto, per le proprietà della tangente della parabola. Vi sarebbe anche il caso, in cui la curva suddetta diviene un' iperbola, il che averebbe, se la velocità impressa nel corpo in O fosse tanta, quanta ne acquisterebbe (coll' istessa legge di forze in ragion reciproca de' quadrati delle altezze) cadendo liberamente dalla quiete nell' istesso punto O per uno spazio, che fosse maggiore della metà dell' altezza OS. Nel qual caso trovandosi il punto sublime A nel modo detto all' artic. 7, e 8 della Sezione precedente, la costruzione dell' iperbola, che si descrive dal mobile è l' istessa di quella dell' ellisse addotta di sopra all' artic. 2. Ma questo caso non ha luogo ne' corpi celesti, e però non ne parleremo, siccome lascieremo ancora per brevità le proposizioni converse di queste; cioè se il corpo descriverà intorno al centro delle forze, come foco, una sezion conica, la legge delle forze sarà in ragion reciproca de' quadrati delle altezze.

VI. Se la legge delle forze, colle quali i corpi gravi vengono spinti al centro della terra fosse quella, che si è considerata in questa Sezione, cioè se fossero le forze della gravità d' un medesimo corpo in proporzione reciproca de' quadrati delle sue distanze dal centro della terra, i projetti dovrebbero descrivere degli ellissi (prescindendo da ogni resistenza del mezzo,) che avrebbero per uno de' loro fochi il centro della terra. Ben è vero, che le piccole porzioni di queste descritte per l' aria non sarebbero, che insensibilmente diverse dalla parabola. Sia S il centro, (*Fig.* 123) COD la superficie della terra, O il punto della projezione, e la direzione di esso OG, l' ellisse, che si descriverà

del

dal projetto NOVQ, il foco superiore di essa P, il vertice più vicino a questo foco V. Mostrandoci l' esperienza, che per qualunque forza non possiamo far salire un projetto ad una altezza VT sopra la superficie della terra, che giunga a due miglia, ne farlo andar sì lontano, che non ricada sulla superficie in R a tre, o quattro miglia al più di distanza dal punto O, è manifesto, che l' asse principale dell' ellisse VPS non farà, che un piccolissimo angolo colla direzione OS, attesa la gran distanza dal centro S, per cui debbono passare le linee SO, SV, onde quelle linee potranno riguardarsi, come parallele, e l' altro foco S infinitamente lontano dal punto O, e per conseguenza l' ellisse non si scosterà sensibilmente dalla parabola.

VII. Che se potesse scagliarsi un corpo da un punto posto in qualche altezza sopra la superficie terrestre con tal direzione, e forza, che l' ellisse da lui descritta non incontrasse in alcun punto la superficie della terra, il corpo (supposta la detta legge della gravità) descriverebbe l' intera ellisse, e si ritroverebbe perpetuamente sopra di essa girando, come un pianeta intorno alla terra.

VIII. La medesima ellisse (*Fig.* 124) AOP, che in questa legge di forze si descrive da un corpo, che sia stato spinto nel punto O per la tangente dell' ellisse con velocità eguale a quella, che avrebbe acquistata in O, cadendo con moto rettilineo dall' altezza SK verso il centro delle forze S, si descriverebbe dal medesimo corpo, se egli fosse stato spinto in qualsivoglia altro punto dell' ellisse G per la tangente GI in questo punto, con velocità eguale a quella, che avrebbe acquistata in G, cadendo dall' altezza MS eguale ad SK. Perocchè nell' uno, e nell' altro caso l' asse transverso dell' ellisse [per l' artic. 2] dee esser eguale ad SK, o SM, il punto S dee essere uno de' fochi, e l' altro foco determinato nel primo caso si troverà il medesimo anche nel secondo, come è facile vedere dalla costruzione, che ivi si diede, e dalla natura dell' ellisse; siccome è anco facile il vedere, che nell' uno, e nell' altro caso il tempo dell' intero periodo sarà il medesimo. Quando dunque in questa legge di forze un corpo descrive un' ellisse, è indifferen-

ferente il ſupporre, che egli abbia ricevuta l'azione della forza eſtranea impellente in qualunque punto di quella, purchè ſi ſupponga averla ricevuta per la tangente in quel punto, e purchè la velocità, che gli è ſtata impreſsa ſia tanta, quanta ne avrebbe acquiſtata cadendo fino a quel punto dell' altezza S B eguale all' aſse traſverſo dell' elliſſe.

IX. Data l' altezza S B, (*Fig.* 125) e deſcritto col ſemidiametro S B il circolo B K M, il cui centro ſia quello delle forze S, ſarà dato di grandezza l' aſſe traſverſo di tutte le elliſſi, che ſi potranno deſcrivere da un corpo, che caduto da qualſivoglia punto della periferia di quel circolo, fino a qual ſi ſia punto, dentro di eſſo venga obbligato a rivolgere per altra direzione la velocità acquiſtata in quel punto della ſua caduta, mentre il detto aſſe ſarà eguale ad S B. Ma la poſizione dell' altro foco dell' elliſſe, e per conſeguenza quella dell' aſſe, e la ſpecie dell' elliſſe dipenderà dalla direzione, e dalla miſura della caduta, e dall' angolo, che eſſa farà colla data direzione obbliqua. Poſto, che queſt' angolo ſia retto, ſe la caduta B C ſarà minore della metà della altezza S B, il punto C ſarà l' afelio, o apogeo dell' elliſſe. Se la caduta foſse B D maggiore della detta miſura, D ſarà il perigeo, o perieglio; e ſe foſse B E preciſamente eguale alla detta metà, l' elliſse ſi cangerà in un circolo E F concentrico al centro delle forze S. Quando la caduta è minore della metà dell' altezza B E, allora a minor caduta M I corriſponde maggior diſtanza di fochi S G, e però l' elliſse è più acuta, che non ſarebbe colla caduta B C maggiore di M I, poſto ſempre retto l' angolo delle direzioni della forza centripeta coll' impreſſa. Al contrario, quando la caduta è maggiore della metà dell' altezza, a maggior caduta riſponde maggior diſtanza de' fochi &c. Se la caduta foſſe nulla, ſarebbe eziandio nulla la forza impreſſa, e l' elliſſe ſarebbe la più acuta, che ſia poſſibile, cioè a dire la retta K S, per cui diſcenderebbe il corpo colla ſola forza centripeta. Tutte le elliſſi ſuddette hanno gli eſtremi del loro aſſe ſecondario, come T Q, ſulla periferia del ſuddetto circolo E F; perocchè la diſtanza degli eſtremi di queſt' aſſe dal foco S dovendo eſſer eguale al ſemiaſ-

ſe

ſe principale, che è della ſteſſa lunghezza per tutte, ne ſegue, che i detti eſtremi cadono ſulla periferia E F, che appunto ha per ſemidiametro la metà di eſſo.

X. Quindi è, che ſe la caduta L T ſarà la metà dell' altezza S B, ma la direzione della forza impreſſa N T non farà angolo retto con quella della centrale S T, ſi deſcriverà un' elliſſe T I Q, il cui aſſe ſarà parallelo alla detta direzione T N; mentre dovendo T N toccare l' elliſſe, che verrà deſcitta in T, e avendo tutte le elliſſi, che ponno deſcriverſi, poſta l' altezza eguale a B S, gli eſtremi dell' aſſe minore ſulla periferia del circolo E F, forza è, che il punto T ſia l' eſtremo dell' aſſe minore di quell' elliſſe, che verrà deſcritta, e che perciò la ſua tangente N T ſia parallela alla linea, ſu cui giacerà l' aſſe maggiore S M. In tutti gli altri caſi queſt' aſſe ſarà inclinato alla direzione della forza impreſſa.

XI. La velocità, che avea il corpo, che deſcriverà il circolo E F T, ſarà eguale in tutti i punti della periferia, come è manifeſto; perchè dovendo, per l' artic. 7 della Sezione 3, la velocità ne' diverſi punti dell' orbita eſſere reciprocamente, come i perpendicoli tirati ſulla tangente dal centro delle forze S, e nel circolo queſti perpendicoli eſſendo gli ſteſſi ſemidiametri, ne ſegue, che le velocità ſieno eguali.

XII. I tempi periodici del corpo per ciaſcuna delle dette elliſſi, che hanno l' aſse traſverſo eguale, ſono in queſta legge di forze eguali fra loro, cioè ciaſcuno eguale al tempo periodico, con cui in queſta medeſima legge ſi deſcriverebbe con moto equabile il detto circolo, il cui diametro è eguale al detto aſſe traſverſo. Per dimoſtrar ciò ſia (nella *Fig.* 126) l' elliſſe A D, e il circolo B E, che hanno le dette condizioni, e ſia A D l' aſse traſverſo dell' elliſse. Prendaſi in queſta la porzione A a deſcritta in un tempo minimo, e nel circolo la porzione B b deſcritta nel medeſimo, o egual tempo, e ſi tirino al centro delle forze S le rette a S, b S. Eſſendo dunque A a, B b due ſpazi deſcritti in un tempo minimo, ſaranno come le velocità ne' punti A, B. Ora i quadrati delle velocità in A, B (giacchè l' uno, e l' altro mobile è caduto, o ſi può finger caduto

 dalle

dalla quiete in K) sono (per l' artic. 4 Sezione 3,) come i rettangoli $KA \times SB$, et $KB \times SA$, cioè (chiamando l' asse trasverso $= 2c$, et $KA = a$) come ac ad $2cc - ac$, o pure come a ad $2c - a$, e perciò le velocità in A, B sono, come $\sqrt{a}$ ad $\sqrt{2c - a}$; dunque queste due quantità $\sqrt{a}$, $\sqrt{2c - a}$ esprimono la ragione di Aa ad Bb. Ciò posto perchè gli angoli in A, et B sono retti, i piccoli lari Aa, Bb saranno le altezze de' rettangoli aAS, bBS; onde moltiplicando aA ($\sqrt{a}$) per AS ($2c - a$), e bB ($\sqrt{2c - a}$) per BS [c], sarà il triangolo SAa al triangolo SBb, come $\overline{2c - a}\sqrt{a}$ ad $c\sqrt{2c - a}$, o sia (dividendo l' una, e l' altra quantità per $\sqrt{2c - a}$) come $\sqrt{2ac - aa}$ ad c. Ma anco l' area ellittica AaD sta alla area circolare BbE, come $\sqrt{2ac - aa}$, (che viene ad esser il semiasse minore) ad c, [che è il semiasse trasverso,] come è noto; [poichè il circolo ha il diametro eguale all' asse trasverso dell' ellisse] dunque il triangolo SaA a tutta l' ellisse, cioè a dire (per l' artic. 4 Sezione prima) il tempo per Aa al tempo per tutta l' ellisse, come il triangolo SBb a tutto il circolo, cioè [per l' artic. 6] come il tempo per Bb al tempo per tutto il circolo. Ma per la supposizione il tempo per Aa è eguale al tempo per Bb; dunque il tempo per tutta l' ellisse è eguale al tempo per tutto il circolo. Il che &c.

XIII. Da ciò si può raccorre, che il tempo della caduta rettilinea per KS dalla quiete in K, in questa medesima legge di forze, è eguale al tempo per lo semicircolo BE, o sia al tempo, che in qualsivoglia delle dette ellissi s' impiega dal mobile dall' afelio al perielio. Imperciocchè anco la retta KS può considerarsi, come un' ellisse infinitamente acuta eguale al proprio asse trasverso, e che ha i suoi fochi nelle estremità.

XIV. Quindi è, che se sarà data l' altezza AB (*Fig.*127) della caduta rettilinea d' un corpo dalla quiete in A verso il centro B, e sarà dato per le osservazioni il tempo della semirivoluzione dall' afelio al perielio in un' ellisse descritta in questa legge di forze, e di asse trasverso eguale alla detta

ta altezza, si potrà avere lo spazio scorso col detto moto rettilineo in un dato tempo dopo la quiete. Imperocchè considerando una di queste ellisse APB adattata coll'asse maggiore nella retta AB, e posto, che il foco, in cui è il centro delle forze, venga a cadere in tal positura nel punto S, starebbe in qualsivoglia tempo l'area ellittica APS, descritta dopo il passaggio per l'afelio, alla semiellisse, come il tempo dopo l'afelio al tempo della semirivoluzione suddetta, e descritto sopra AB il semicircolo ADB, e ordinata per P la retta CPD, essendo che l'area circolare ASD [per la proprietà dell'ellisse] sta al semicircolo, come l'ellittica APS alla semiellisse, starebbe sempre l'area circolare fatta nel foco al semicircolo, come il tempo dopo l'afelio, quando il corpo si troverebbe nell'ordinata DC, il cui estremo D determina quest'area circolare, al tempo della semirivoluzione. Dunque ciò dovrà verificarsi anco nell'ellisse infinitamente acuta, che è la retta AB. Ma in questa ellisse il foco è nell'estremo B. Dunque starà per tutto l'area ABD al semicircolo, come il tempo dopo l'afelio, o sia dopo la quiete, in cui il corpo si troverà nell'ordinata DC, cioè in C, al tempo della semirivoluzione, cioè al tempo della caduta totale AB. Ora questo tempo essendo lo stesso, che quello della semirivoluzione per l'ellisse, noto per le osservazioni, basterà fare, come questo tempo al tempo dato dopo la quiete, così il semicircolo ad un'area circolare ABD, e ordinando DC, si avrà lo spazio AC cercato, da che si vede, che il problema presente richiede la soluzione di un problema geometrico trascendente, cioè tagliar un semicircolo ADB colla retta BD in una data ragione.

XV. Da ciò ancora è manifesto, che, dato allo incontro lo spazio AC dopo la quiete in A, si avrà il tempo, tirando la retta DB dal punto D, ove l'applicata PC incontra il semicircolo, mentre il tempo cercato starà al tempo della semirivoluzione, o dell'intera caduta, come l'area ABD al semicircolo.

XVI. Se si farà (*Fig.* 128) col centro B il circolo OH di diametro eguale alla retta AB, essendo che questo cir-

colo (per l' artic. 9) si descriverebbe con moto equabile intorno al centro delle forze B, e il tempo per lo semicircolo OH sarebbe eguale al tempo della caduta AB, se si farà l' angolo OBG a' due retti, come l' area ABD al semicircolo ADB, l' angolo suddetto OBG rappresenterà il tempo dovuto alla caduta rettilinea per AC, e il corpo, che girasse per lo semicircolo OGH si troverebbe in G, quando il corpo cadente per AB si trovasse in C, purchè nello stesso tempo si fosse incominciato il moto del corpo cadente dalla quiete in B, e del corpo che gira per lo semicircolo dal punto di esso O.

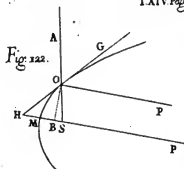
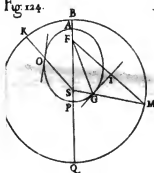
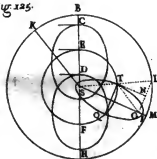
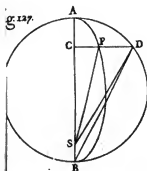
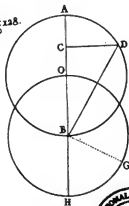
Sezione V.

De' sistemi di più corpi, che si rivolgono intorno ad un medesimo centro delle forze nella suddetta legge.

I. Se due corpi (i quali debbono sempre intendersi eguali, o considerarsi come punti) descriveranno (*Fig.*129.) due circoli AM, CN intorno al medesimo centro delle forze S, e si prenderanno i due archi minimi Af, Ch descritti nel medesimo, o in eguali tempi, per li quali si tireranno fe, hg parallele ai raggi SA, SC, e che incontrino le tangenti Ae, Cg ne' punti e, g saranno (come si può dedurre dalla Sezione prima artic. 6.) le lineette ef, gh proporzionali alle forze centripete in A, C, ed è manifesto, che queste rette sono eguali a' seni versi, o saette Ad, Cb de' suddetti archi, i quali stanno fra loro, per gli elementi geometrici, come i quadrati delle corde (o sia degli archi, che con esse si confondono) Af, Ch divisi per li diametri; dunque in tal ragione sono ancora dette forze.

II. E perchè gli archi minimi descritti nel medesimo, o in eguali tempi sono, come le velocità, se il diametro MA sarà $= d$, il diametro NC $= D$, la velocità in A $= u$, la velocità in C $= V$, la forza in A $= f$, la forza in C $= F$, si potrà invece dell' espressione degli archi Af, Ch sostituire quella delle velocità u, V, e si avrà per l' artic.

pre-

g. 121
T
K
V
F
M
P
B
C
S
E
Fig. 122.
A
G
O
H
M
B S
P
P
Fig. 124.
B
A
F
K
O
T
S
G
P
M
Q
Fig. 125.
B
C
K
E
D
T
L
S
N
Q
G
M
F
H
Fig. 128.
A
C
D
O
B
G
H
g. 127.
A
C
P
D
S
B

precedente $\frac{VV}{D} : \frac{uu}{d} :: F : f$. Il che generalmente si verifica, qualunque sia la legge delle forze centripete.

III. Ma nella legge particolare, che ora consideriamo, cioè nella ragione reciproca delle forze a' quadrati delle altezze sarà $F : f :: \overline{AS}^2 : \overline{SC}^2$, cioè $F : f :: dd : DD$, e perciò $\frac{VV}{D} : \frac{uu}{d} :: dd : DD$. Dunque ne viene $VVD = uud$; cioè $VV : uu :: d : D$; et $V : u :: \sqrt{d} : \sqrt{D}$; cioè le velocità in ragione reciproca sudduplicata de' diametri.

IV. Sia ora T quel tempo, in cui descrivesi con moto equabile tutta la periferia CN, e t quello, in cui parimente descrivesi tutta la periferia AM nella detta legge delle forze. Dovendo a cagione dell' equabilità del moto essere i tempi, come gli spazi divisi per le velocità, ed essendo gli spazi le periferie, la ragione delle quali si può esprimere per la ragione de' diametri D, d, avremo $\frac{d}{u} : \frac{D}{V} :: t : T$; e mettendo in luogo di u, V le quantità, che ad esse sono proporzionali (per l' antecedente artic.), cioè $\sqrt{D} : \sqrt{d}$, avremo $\frac{d}{\sqrt{D}} : \frac{D}{\sqrt{d}} :: t : T$, e quadrando $\frac{dd}{D} : \frac{DD}{d} :: tt : TT$; dunque $\frac{ddTT}{D} = \frac{DDtt}{d}$, dalla qual' equazione risulta $d^3TT = D^3tt$, e riducendola in proporzione, si avrà finalmente $TT ; tt :: D^3 : d^3$, cioè i quadrati de' tempi, o de' periodi interi per li due circoli, come i cubi de' loro diametri.

V. E perchè il tempo (Sezione 4 artic. 2) per l' intero circolo è eguale in questa legge di forze al tempo per qualsivoglia ellisse, il cui asse trasverso sia il medesimo, che il diametro del circolo, ne segue, che se saranno due corpi, che intorno ad un medesimo centro di forze descrivano in questa legge due ellissi, i quadrati de' loro tempi periodici saranno fra loro, come i cubi degli assi trasversi degli ellissi, o sia come i cubi de' semiassi, o pure delle

me-

medie diſtanze de' corpi ſuddetti dal centro delle forze.

VI. E finalmente perchè nella medeſima legge (Sezione 4 artic. 13) il tempo per lo circolo, o per l' elliſſe è doppio del tempo della caduta rettilinea verſo il centro d' un corpo da altezza pari al diametro del circolo, o all' aſſe traſverſo dell' ellisſe, ne ſegue, che anco i quadrati de' tempi di due cadute rettilinee verſo il centro ſaranno, come i cubi delle altezze, dalle quali cadono i corpi dalla quiete.

VII. Non ſarebbe difficile, tenendo un' ordine contrario a quello della dimoſtrazione dell' artic. 4, il dimoſtrare la converſa della propoſizione ivi dimoſtrata, cioè che ſe i quadrati de' tempi periodici per due circoli deſcritti con moto equabile intorno a un medeſimo centro delle forze ſaranno fra loro, come i cubi de' diametri di eſſi circoli, la legge delle forze centripete ſarà quella della ragione reciproca de' quadrati de' diametri, o delle diſtanze dal centro, il che tralaſceremo di fare per brevità.

SEZIONE VI.

Come la dottrina delle forze centrali s' applichi dal Newton ai moti de' pianeti.

I. ESſendo che l' eſperienza dimoſtra, che nelle curve deſcritte da' pianeti primari intorno al Sole le aree ſono proporzionali ai tempi, ne deduce il Newton (per le coſe dette alla Sezione prima num. 5,) che eſſi vengono perpetuamente tirati da una forza centripeta, il cui centro ſia il Sole, nel che però tacitamente viene a ſupporſi, che eſſi ſieno ſtati ſpinti da una forza inſtantanea impreſſa loro per altra direzione tangente l' orbita, e che il mezzo non faccia reſiſtenza; onde ſe tali ſuppoſti non reggeſſero, ne pure reggerebbe la conſeguenza. Ben è vero, che è molto veriſimile, che il corpo ſolare, intorno a cui sì regolarmente tutti ſi muovono, ſia un centro di forze, che abbia virtù di attraggere, o verſo cui ſia in eſſi una virtù, che li ſpinge; onde ſi rende molto probabile, che da prin-

cipio

cipio abbiano ricevuta una impressione, che combinata con questa forza centripeta gli obblighi a descrivere quella strada, che descrivono; o almeno, quando si avesse difficoltà di ammettere una forza attraente nel Sole, è fuor di dubbio, che la forza qualunque sia, per cui vanno descrivendo le loro orbite, si può riguardare, come equivalente a due forze, una delle quali tenda al Sole, e l'altra sia una forza impressa per la tangente: in quella maniera, che la forza, per cui il peso di un pendolo essendo agitato con moto conico descrive un circolo, e fa le aree intorno al centro di esso proporzionali ai tempi, si può considerare, come composta di due forze, una delle quali tenda a questo centro, e l'altra lo spinga per la tangente del circolo, benchè realmente non gli sia applicata alcuna forza, che al detto centro lo spinga, ma il suo moto nasca dalla gravità congiuntamente col moto, che gli viene impresso. Insomma se si avesse ripugnanza di ammettere nei pianeti tal forza centripeta verso il Sole, come verità fisica certa, ed assoluta, si potrà abbracciare, come ipotesi comoda, ed atta a spiegare i fenomeni dei corpi celesti.

II. Il Newton dando per dimostrata questa, che alcuni chiamano, ipotesi, ne deduce la legge della forza centripeta essere la ragione reciproca de' quadrati delle distanze, il che si prova tanto per la proprietà de' quadrati de' tempi di più pianeti proporzionali a' cubi degli assi, o semiassi maggiori delle loro orbite, o sia delle loro medie distanze dal Sole, quanto per la figura dell'orbita di ciascun pianeta, che è ellittica. Si vuole in oltre, che i loro moti si facciano senza alcuna resistenza del mezzo, supponendosi gli spazi celesti vacui d' ogni materia, che se fosse altrimente non potrebbero i pianeti descrivere in tutto rigore curve ellittiche col Sole nel foco, e colle aree proporzionali ai tempi, e ne meno si salverebbe la predetta proprietà dei tempi periodici. Egli è però vero non essere certo, che le curve dei pianeti sieno perfettamente ellittiche, ne che le aree sieno proporzionali ai tempi, del che ne hanno dubitato grandissimi astronomi, come il Cassini, e il de la Hire. Si è eziandio dubitato, e si dubita, se i tempi periodici

d' uno

d' uno ftesso pianeta fieno costanti, avendosi di ciò ragionevol sospetto specialmente in saturno, e in giove. Molto più si dubita, se le linee degli apsidi, e de' nodi fieno immobili, negandolo la maggior parte degli astronomi. Potrebbe darsi ancora, che si variassero le eccentricità, e le massime, e minime distanze dal Sole, e che in somma i pianeti descrivessero delle spirali, ma così strette fra loro, che non fosse sì agevole colle osservazioni di pochi secoli il distinguerle da curve, che ritornino in se stesse. Per la qual cosa vi sarebbe luogo di sospettare, che ciò provenisse in parte da qualche resistenza del mezzo, per non indursi a negare principii, che se non si vogliono per dimostrati, sono almeno posti in una grande probabilità.

III. La medesima dottrina si applica dal Newton alle comete, che riguarda, come corpi perenni del genere de' pianeti, che per ellissi acutissime girino intorno al Sole, e insegna, come in tale supposizione se ne possano determinar le orbite riguardando quelle, come paraboliche in quel piccolo tratto, in cui si rendono visibili dalla terra. Intorno a che niente aggiungeremo per non essersi ancora potuto stabilire col ritorno di qualche cometa alcuna cosa di certo intorno la figura delle orbite di questi corpi. Egli l' applica eziandio ai pianeti secondarii, che descrivono anch' essi delle ellissi colle aree proporzionali ai tempi intorno al foco, in cui è il primario, e colla legge suddetta de' tempi, e delle distanze. Onde quì ancora conchiude esservi una forza, che li spinge verso il loro primario colla legge medesima detta di sopra. Egli vuole in oltre, che il Sole attragga non meno i primarii, che i secondarii, e che ciò turbi i moti della luna intorno alla terra, anzi che la luna, e la terra gravitino scambievolmente una verso l' altra, e da tutto ciò fa nascere quelle tante inegualità, che vi si scorgono, e che egli una per una trova accordare col suo sistema; e in fatti le tavole calcolate su questi principii salvano meglio di tutte le altre i moti della luna. Il flusso del mare, che egli deduce da questi principii, serve anch' esso a renderli maggiormente verisimili, pure converrebbe avere una infinità d' osservazioni per vedere

dere, se esattamente corrisponda questo fenomeno alle dette leggi.

IV. Ma quello, che ha di più maraviglioso il sistema newtoniano è la misura della forza centripeta della luna verso la terra, che egli trova precisamente della stessa quantità, che quella forza, la quale ne' corpi sublunari chiamasi gravità, con quella diminuzione però, che nella legge delle forze reciprocamente proporzionali ai quadrati delle altezze dee nascere dalla gran distanza di quella della terra appunto, come se la luna fosse un corpo grave projetto per una tangente della sua orbita secondo alle cose dette all' artic. 7 della Sezione 4. Il che può mostrarsi nella seguente maniera.

V. La distanza media della luna dal centro della terra CL (*Fig.* 130) è di 60 semidiametri terrestri ciascuno de' quali per la misura della terra del Picard è di 19615800 piedi di Parigi, e perciò considerando l' orbita della luna, come circolare, e concentrica alla terra, il semidiametro di essa CL viene ad essere 1176948000, il diametro 2353896000, e la periferia di 7394976000 de' medesimi piedi. Descrive la luna quest' orbita con moto medio in giorni 27 ore 7 43', che sono minuti di tempo 39343; e in tal ragguaglio l' arco LA da lei descritto in un minuto di tempo è di 187961 de' suddetti piedi. Quest' arco, essendo sensibilmente eguale alla sua sottesa, sarà medio proporzionale fra il diametro, e il sino verso LP, e perciò questo sino verso si troverà, calcolando, di piedi $15\frac{1}{12}$ della stessa misura. Dal che si deduce, che se la luna nel punto L venisse spogliata dalla forza impressa, che la spinge per LT, e abbandonata all' azione di quella sola forza, che la tragge per LC verso la terra, questa forza la farebbe cadere in un minuto di tempo piedi $15\frac{1}{12}$ di Parigi verso il centro C. Ora noi mostreremo, che anche quella forza, che dicesi gravità, e che spinge i corpi sublunari verso il medesimo centro, supposto, che essa si varii in ragione reciproca de' quadrati delle altezze, farebbe cadere un corpo, che fosse collocato all' altezza della luna precisamente piedi $15\frac{1}{12}$ in un

minuto di tempo. Imperocchè per le ſperienze dell' Ugenio [citate di ſopra Sezione prima num. 2] la gravità fa cadere i corpi poſti vicini alla ſuperficie della terra piedi $15\frac{1}{12}$ in una ſeconda di tempo, e perchè nella piccola caduta gli ſpazi ſono, come i quadrati de' tempi (per le ſperienze del Galileo addotte nel luogo ſuddetto) eſſa farà cadere i medeſimi corpi poſti preſſo queſta ſuperficie in 60 ſeconde, cioè in un minuto di tempo piedi $15\frac{1}{12} \times 60 \times 60$. Ma all' altezza della luna, dovendo ſcemare tal forza in ragione di 60×60 ad uno, ſcemerà nella ſteſſa ragione l' effetto, che ella potrà fare in tempo eguale, onde il detto effetto all' altezza della luna ſi ridurrà al far cadere un corpo in un minuto di tempo piedi $15\frac{1}{12}$, appunto quanto ſi è trovato, che la forza centripeta della luna farebbe cadere nel detto tempo queſto pianeta verſo il medeſimo centro della Terra. Così è manifeſto, che la forza centripeta della luna è della ſteſſa miſura, ed ha la medeſima direzione, che ha quella forza, che ſpinge preſſo di noi i gravi verſo il centro, variandola però a diverſe altezze ſecondo la detta legge, onde è eſtremamente veriſimile, che realmente la gravità varii ſecondo queſta legge, e che la luna ſia un corpo grave projetto.

VI. Per iſpiegare quelle irregolarità, che ſi trovano, o ſi ſoſpettano ne' pianeti, e per le quali pare, che non corriſpondano ſempre i loro moti con tutta eſattezza a queſte leggi, come di ſopra ſi è accennato, ſi vale il Newton di un' altra ſuppoſizione meccanica, cioè che le attrazioni de' corpi fra loro ſieno ſcambievoli, onde ogni corpo dell' univerſo tiri ogni altro corpo, e da ogni altro corpo venga tirato, anzi che ogni menoma parte della materia tiri ogni altra menoma parte, e vicendevolmente ne venga tirata. Vuole, che le forze, colle quali due corpi ne tirino un terzo in pari diſtanza, ſieno, come la quantità di materia de' corpi attraenti; e le forze, colle quali uno ſteſſo corpo tira un' altro medeſimo corpo in diſegual diſtanza, ſiano in ragione reciproca de' quadrati delle diſtanze.

Dal-

Dalla combinazione di tante attrazioni, che si fanno nel gran vuoto celeste, mostra non esser meraviglia, se nascano alcuni errori nel moto de' pianeti, se gli apsidi, e i nodi si alterano, se particolarmente nelle congiunzioni di saturno, e di giove si veggono i loro luoghi non corrispondere alle tavole astronomiche fondati su i moti, e le forze regolari, [come dicesi costare per l'osservazione] se il Sole stesso attratto da tanti pianeti non ista fermo col suo centro sempre in un punto, dovendo bensì star fermo il centro di gravità comune di tutti i corpi, ma non già alcuno di questi corpi. Coerentemente a tal supposto segue, che non la terra, ma il centro di gravità comune della luna, e della terra sia quello, che descrive l'orbita ellittica intorno al Sole, o più tosto la descriverebbe tale, se non fosse turbata l'una, e l'altra delle forze degli altri pianeti. Nascono da questi principii le regole, che egli dà di estimare le densità, o le quantità di materia in ciascuno pianeta, le figure de' loro corpi, e in oltre altre conseguenze fisiche da lui accennate, ed illustrate poscia dal Gregori, Wiston, Keil, Gravesande, e da altri, fra le quali la precessione degli equinozi dipende secondo questo sistema della figura della terra schiacciata verso i poli, quando se tal figura fosse più lunga secondo l'asse, che secondo i diametri dell' equatore, dovrebbero i punti equinoziali avanzarsi secondo l'ordine, e non contro l'ordine dei segni; il che appunto viene ad accordarsi colle ultime osservazioni della figura della terra fatte dall'Accademia regia delle scienze, dalle quali pare, che si renda evidente essere la figura terrestre veramente ovale schiacciata dalla parte dei poli.

VII. Le difficoltà, che potrebbero opporsi a questo sistema, o saranno col tempo rendute insussistenti dalle osservazioni, o da esse aquisteranno maggior peso, onde intorno a ciò conviene per ora sospendere qualunque giudicio. Le osservazioni delle irregolarità, che diconsi apparire in giove, e più ancora in saturno, e ne' loro satelliti, quando questi due pianeti si accostano insieme, cioè presso a' tempi della loro congiunzione eliocentrica, non sono mai state pubblicate in alcuno scritto, che da me sia stato ve-

duto. Comunque sia, pare, che se il pianeta superiore, come saturno, ha forza di tirar verso se l'inferiore, debba sempre ogni volta, che giunge a portata di far in lui sensibilmente un tal' effetto, andarlo scostando dal Sole, il che fatto, e giunto poscia l'inferiore a quella distanza dal superiore, in cui più non ne sente la forza, rimarrà abbandonato dall'azione di questo, e dovrà rincominciare intorno al Sole una nuova orbita, onde pare, che questa debba di mano, in mano andarsi facendo più ampia, e più lontana dal Sole in ogni sua parte, onde il tempo periodico del detto pianeta inferiore pare, che debba farsi sempre più grande, e tutto il contrario dovrà succedere nel superiore quando venga in simili congiunture tirato sensibilmente dall'inferiore. Ora in giove, che è inferiore rispetto a saturno, se vi è alcuna mutazione nel moto medio, egli si è accellerato anzi, che no da' tempi di Tolomeo fino a' nostri per le osservazioni del Maraldi; dunque il suo tempo periodico si è più tosto sminuito, che accresciuto. Per le medesime osservazioni tutto l'opposto è succeduto in saturno. Nella congiunzione eliocentrica di giove, e di marte dell'anno 1727 non seppi rinvenire alcuna perturbazione ne' loro moti. Veramente essa non dee essere sensibile in questi pianeti secondo il calcolo, che ne fa il Gravesande, fondato sui principj newtoniani. Ma questo calcolo non riguarda, che l'azione instantanea d'un pianeta sull'altro, e converrebbe vedere se non ostante, che questa azione instantanea sia insensibile, debba tuttavia rendersi sensibile qualche effetto di essa, dopo che le loro forze attraenti saranno state applicate una all'uno, l'altra all'altro per qualche spazio di tempo in quella distanza, che i pianeti ebbero al tempo della congiunzione, la qual distanza per alcuni giorni sensibilmente non si varia.

VIII. Ho voluto accennare quelle poche difficultà, che crederei potersi movere intorno al sistema del Newton, benchè da lui esposto, e stabilito con tanta profondità di dottrina, che paja aver toccati i limiti dell'umano ingegno. Perciocchè l'esperienza de' pregiudicj, che ha arrecati al progresso dell'astronomia la persuasione degli antichi astronomi

nomi sopra l'uniformità de' moti celesti, e la legge delle figure circolari, ci insegna non doversi di leggieri in questa scienza introdurre d'addottar, come certo, alcun principio fisico, che non sia, o per se evidente, o rigorosamente dimostrato, ancorchè fosse molto probabile, per valersene di fondamento alle dottrine, che si espongono, quando però si pretenda, che le conseguenze, che se ne ricavano, si credano vere di verità assoluta, e non solamente ipotetica. Per altro riguardo ai principj newtoniani di buona voglia riconosco la loro maravigliosa simplicità, e confesso in niun'altro sistema de' movimenti celesti scorgersi tanto lume di verità, quanto da ogni parte ne apparisce in quello di questo gran filosofo.

CAPO ULTIMO

Delle teoriche de' pianeti nella ipotesi della terra stabile.

Brevemente, e sol quanto è necessario, per intender gli autori, esporremo quanto ci rimane da dire nell' ipotesi della terra stabile intorno le teoriche de' pianeti; imperocchè la maggior parte delle cose dette su tal' argomento supponendo la terra mobile, si può di leggeri applicare da chi, che sia con poca mutazione alla stabilità della terra. Le ipotesi intorno alle figure delle orbite, le leggi dei moti sopra di queste ponno essere le medesime nell' uno, e nell' altro sistema. Poco diverse ancora sono le definizioni de' termini, che si adoperano dagli astronomi in questa materia, e pochissimo gli artificj, che s' impiegano per determinare i moti medii, e gli altri elementi delle teoriche, e per fare in esse i calcoli de' luoghi de' pianeti, e delle loro distanze.

SEZIONE I.

Del sistema del mondo di Tolomeo, e degli antichi.

I. TUtti i sistemi degli astronomi, che hanno seguita l' ipotesi comune della stabilità della terra, ponno ridursi a due, il primo de' quali, che chiameremo antico, è stato abbracciato universalmente fino a' tempi di Copernico, di Ticone, o più tosto Longomontano sul principio del passato secolo, dopo che le osservazioni degli astronomi di quei tempi fecero vedere, che non ammettendo il moto annuo della terra, conveniva almeno riformare l' antico sistema con ordinare le orbite, o di tutti, o di alcuni pianeti intorno a un centro diverso da quello, che era stato supposto. Il primo di questi sistemi, cioè l' antico per essere stato illustrato dalle teoriche di Tolomeo suol pren-

der

der il nome da esso, benchè fra quelli, che lo hanno seguito, alcuni si sieno scostati in qualche parte dalle sue supposizioni. Il nuovo vien detto Ticonico, perchè le osservazioni di Ticone furono quelle, che diedero i maggiori lumi per inventarlo.

II. Il sistema antico ordina tutte le orbite de' diametri intorno alla terra T (*Fig.* 131) costituendo in primo luogo quella della luna L, dopoi quella di mercurio M, quella di venere V, quella del sole S, di marte R, di giove I, e di saturno N, non già che tutte debbano avere il centro nella terra, ma debbono averlo non lungi da essa, e tutte abbracciarla senza tagliarsi l' una coll' altra. Questo, che si è detto, è precisamente l' ordine di Tolomeo; ma altri hanno cambiato luogo a mercurio, ed a venere, facendo questa più vicina alla terra di quello, ed alcuni ancora hanno fatto venere superiore al sole. Altri finalmente nel disporre le orbite de' pianeti intorno alla terra, ne hanno eccettuata venere, e mercurio, le rivoluzioni de' quali hanno voluto, che facciansi intorno al Sole per due orbite, che escludono la terra, come nella Fig. 132, nella quale le medesime lettere servono a' medesimi pianeti, che all' antecedente; e questo chiamasi il *sistema egizio*, nel quale tuttavia non erano concordi quale delle orbite di questi due pianeti M, V dovesse farsi interiore, e quale esteriore. Questa disposizione delle orbite di venere, e di mercurio è poi stata ritenuta nel sistema Ticonico, di cui l' egizio pare abbia dato il primo lume, come fra poco vedremo. Tolomeo nell' ordinare tutte le orbite intorno alla terra, pare, che abbia inteso di seguire la disposizione più semplice; e nel mettere quella di mercurio più vicina alla terra di quella di venere ha seguito l' ordine delle velocità de' pianeti, considerando queste velocità negli epicicli, che da ciascuno nelle sue teoriche vien descritto, come ora si spiegherà. Le distanze, o sia le proporzioni delle distanze, che sono i semidiametri di queste orbite (considerate all' ingrosso, come circolari) non si ponno nel sistema di Tolomeo determinare, che per le parallassi orizzontali dei pianeti, tra le quali egli non ha determinate, che quella della

la luna, e del ſole; onde tali miſure, e ſpecialmente riſpetto a' tre ſuperiori, ſaturno, giove, e marte rimangono aſſai arbitrarie.

III. In queſto ſiſtema la teorica del Sole è quella, o per dir meglio qualſivoglia di quelle, che già ſi ſono ſpiegate al Capo XI della prima parte, fra le quali gli aſtronomi moderni hanno trovato doverſi preferire l'ellittica di Keplero, come ſi è detto. Parimente la teorica della luna niente ha di particolare, che non poſſa intenderſi dalle coſe eſpoſte al Capo III di queſta ſeconda parte, ſe non quanto ſi dee nella ſentenza di Tolomeo togliere alla terra il moto annuo, e darlo al Sole; il che non ſolo non la rende più difficile, ma in un certo modo più ſemplice, qualunque ſi elegga delle forme di teorica ivi deſcritte, o accennate, onde laſceremo, che ciaſcuno ne faccia da ſe l'applicazione al preſente ſiſtema.

Sezione II.

Della teorica de' pianeti ſuperiori in longitudine nel ſiſtema antico.

I. LA teorica de' pianeti ſuperiori ſecondo Tolomeo è quella dell'equante da noi eſpoſta al Capo XI Sezione ſeconda della prima Parte, congiuntamente però con un' epiciclo nella ſeguente maniera. Sia (*Fig.* 133) il centro della terra A, la linea degli apſidi DAR, il deferente DI, e preſa BC = AB, ſia deſcritto dal centro C l'equante GO di ſemidiametro eguale al ſemidiametro del deferente; ſulla periferia del deferente movaſi il centro dell' epiciclo ſecondo l'ordine de' ſegni da D verſo I con tal legge, che gli angoli DCI fatti al centro dell'equante ſiano proporzionali a' tempi, e il tempo totale del ritorno del centro dell'epiciclo al punto D ſia quel medeſimo, che nel ſiſtema della terra mobile per ciaſcuno de' pianeti ſuperiori fu da noi ſuppoſto per l' intero periodo nelle loro orbite. Muovaſi ancora lentamente la linea degli apſidi DR, col rotarſi intorno al punto immobile A con quella velo-

velocità, che nel detto ſiſtema fu detto moverſi la linea degli apſidi di ciaſcuno intorno al Sole, e con eſſa linea vengono traſportandoſi il deferente, e l'equante. In fine movaſi il pianeta ſulla periferia dell'epiciclo ſecondo l'ordine de' ſegni riſpetto al centro di queſto con tal legge, che qualunque volta il pianeta ſi trova nella *congiunzione media* col Sole; cioè a dire qualunque volta la longitudine media del pianeta (determinata dalla linea del moto medio di eſſo CIP, o da una parallela a queſta tirata per A) è eguale alla longitudine media del Sole determinata dalla linea del moto medio del Sole, (che dee intenderſi anch'eſſa tirata per lo punto A) allora il pianeta ſia nel punto dell'epiciclo il più lontano dalla terra, come ſe l'epiciclo ſarà col ſuo centro in I, il pianeta ſia in N indiritto colla AI prolungata, il qual punto N diceſi *apogeo vero* dell'epiciclo, a differenza del punto P indiritto con CI, che è l'*apogeo medio* dell'epiciclo; e al contrario nelle oppoſizioni medie (inteſe nel ſenſo ſpiegato) il pianeta ſia nel perigeo vero dell'epiciclo Z, e fuori di queſti tempi ſia lontano dall'apogeo vero N della quantità dell'arco NX, o ſia dell'angolo NIX eguale alla elongazione del Sole dalla congiunzione media del pianeta, cioè all'angolo, che fa la linea del moto medio del Sole AY colla linea AIN, onde la linea AY del moto medio del Sole ſempre ſia parallela alla linea IX, che dal centro dell'epiciclo ſi tira al centro del pianeta X. Queſto angolo NIX, eguale ad NAY, chiamaſi *anomalia dell' orbe del pianeta*, onde il moto di queſta anomalia è eguale all'eccesſo del moto medio del Sole ſopra il moto medio del centro dell'epiciclo. L'angolo poi XAI, che è la differenza fra il luogo del centro dell'epiciclo, e il luogo del pianeta veduti dalla terra diceſi *equazione dell' orbe*. Le altre definizioni di queſta teorica, o ſono le medeſime, che le già ſpiegate, o facilmente s' intendono dall' analogia, che hanno con quelle. Il moto del pianeta nell' epiciclo, benchè ſempre ſegua ſecondo l'ordine de' ſegni, veduto però dalla terra, fa parere, che il pianeta nella parte inferiore di eſſo ſi mova contro l'ordine de' ſegni, e con ciò ſi ſpiegano le

ſtazioni, e le retrogradazioni di eſſo, come più diſtintamente può vederſi in Tolomeo, e in quelli, che dopo lui hanno ſeguitata queſta forma d' ipoteſi.

II. I più moderni fra quelli, che ſi ſono adoperati nel perfezionarla, ritenendone la ſoſtanza per ciò, che riguarda i centri dei moti, hanno trovato neceſſario di riformar queſta teorica in ciò, che eſſi non vogliono, che il pianeta arrivi all' apogeo, o al perigeo vero dell' epiciclo nelle ſue congiunzioni, o oppoſizioni medie col Sole, ma nelle vere, ne che l' angolo dell' anomalia dell' orbe NIX ſia perpetuamente eguale all' elongazione del pianeta dalla congiunzione media, ma dalla vera, onde la linea AY, a cui IX è ſempre parallela, non è ſecondo eſſi la linea del luogo medio, ma del vero del Sole; al che ſi ſono indotti, perchè altrimenti le oſſervazioni troppo ſi ſcoſtavano da' calcoli; come Keplero dimoſtrò particolarmente in marte.

III. Il Riccioli nell' almageſto, e con eſſo il P. Tacquet ſi valevano d' un ſemplice eccentrico in luogo dell' equante col deferente, ma perchè queſto non ſoddisfa alle oſſervazioni [come ben ſi conoſce aver rimarcato lo ſteſſo Tolomeo, ed aver per ciò introdotto l' equante] facevano, che il centro dell' eccentrico andaſſe ſcorrendo ſu, e giu per la linea degli apſidi, e cangiando perpetuamente eccentricità con tal legge, che queſta foſſe maſſima, quando il centro dell' epiciclo era nell' apogeo dell' eccentrico, e minima, quando nel perigeo, e negli altri tempi intermedii il centro dell' eccentrico ſempre divideſſe la differenza tra la maſſima, e minima eccentricità in quella ragione, in cui il ſino dell' anomalia media divideva per quel tempo il diametro dell' eccentrico. Oltre di ciò gonfiavano, e ſgonfiavano l' epiciclo in maniera, che il ſuo raggio era maſſimo, quando il centro era nell' apogeo dell' eccentrico, e minimo, quando nel perigeo. Veggaſi la piena eſpoſizione di queſta teorica nel Tacquet lib. 6 Cap. 3 num. 10. Si potrebbe però riſparmiare la mutazione dell' eccentricità, ed accoſtarſi anche meglio a' fenomeni impiegando l' elliſſe.

IV. Poichè nelle congiunzioni, e nelle oppoſizioni col Sole il centro dell' epiciclo vedeſi in queſta ipoteſi dalla

terra

terra nella stessa retta AZIN, in cui vedesi il pianeta posto in N, o pure in Z, o nella medesima retta almeno secondo i moderni, (che hanno riguardo al luogo vero, e non al medio del Sole) vedesi anco il Sole come quello, che è congiunto, o pure opposto al pianeta, è manifesto, che il luogo del pianeta visto dal Sole, e dalla terra è il medesimo, e l'angolo, che fa colla linea degli apsidi del pianeta la linea, per cui egli si vede, non è punto diverso, o tirando la visuale dalla terra, o dal Sole, onde le longitudini del pianeta viste dalla terra si ponno riguardare, come viste dal Sole appunto, come nell' ipotesi della terra mobile. Ed essendo le dette longitudini le medesime, che quelle del centro dell' epiciclo (le quali diconsi in questa ipotesi *longitudini centriche*, siccome l'angolo DCI *anomalia media del centro*, e DAI *anomalia del centro equata*) è manifesto, che ne' suddetti casi delle congiunzioni, ed opposizioni non vi ha bisogno nel calcolo, che d'una sola equazione corrispondente alla prima ineguaglità del pianeta, rappresentata in questa ipotesi per la figura dell' orbita planetaria DIR, svanendo affatto la seconda, che rappresentasi per l'epiciclo NPX.

V. Da che si può raccorre, che questa ipotesi nelle congiunzioni, ed opposizioni del pianeta col Sole ne rappresenterà le longitudini nello stesso modo, che le rappresenta quella della terra mobile intorno al Sole, tirando la linea degli apsidi per lo centro del Sole in positura parallela a quella dell' ipotesi presente, e facendo movere il pianeta intorno al Sole colla medesima legge, e misura, che lo fa questa ipotesi intorno alla terra. Per maggior chiarezza sia ACP nella Fig. 134 l'orbita del pianeta nel sistema antico ellittica, se si vuole, colla terra T nell' uno de' fochi, e il centro dell' epiciclo sia in C, il cui perigeo vero I nella retta TC, e trovisi il pianeta in opposizione col luogo vero del Sole, e per conseguenza nel perigeo dell' epiciclo I, talchè prodotta la linea CIT sia il Sole nel punto di essa S, ove questa retta taglia l'orbita SG, che in questa ipotesi vien descritta dal Sole intorno alla terra. Tirisi per S la retta ap parallela alla linea degli apsidi

AP (la quale per consequenza sarà sensibilmente indirizzata agli stessi punti di longitudine, che AP), e prese Sa = TA, Sp = TP, col foco S, e co' vertici principali a, p sia descritto l' ellisse aKp, che sarà in tutto simile, e similmente posta colla ACP. Se intenderemo, che non il Sole si muova per l' orbita SG, ma la terra per la gT simile, ed eguale ad SG, e che non il centro dell' epiciclo descriva l' orbita ACP, ma il centro del pianeta l' orbita aKp colla stessa misura, e legge di velocità, e cominciando allo stesso tempo dall' afelio a, e dall' apogeo A, è manifesto, che quando nell' ipotesi antica il centro dell' epiciclo sarà in C, in quella della terra mobile il pianeta sarà nella retta linea STC, onde corrisponderà al medesimo punto del zodiaco nella sfera dell' universo, o sia questa sfera descritta dal centro S, come nell' ipotesi copernicana, o dal centro T, come nella presente, niente ciò rilevando, a cagione dell' immenso semidiametro di questa sfera; onde la longitudine del pianeta sarà la stessa nell' uno, e nell' altro sistema. Il medesimo si troverebbe, facendo movere il Sole per SG intorno la terra stabile T con portar seco l' orbita aIp in sito parallela a se stessa, che è il sistema Ticonico, come fra poco diremo.

VI. Che se in oltre il semidiametro dell' epiciclo CI sarà eguale a quello dell' orbe annuo TG, o Sg (supposto circolare, o concentrico al Sole) il pianeta nell' ipotesi della terra mobile sarà precisamente nel punto I della detta retta STC (perocchè avendo noi ritirato il foco dell' ellisse da T in S, conviene che il punto dell' ellisse, che era in C, sia ritirato d' altrettanto, e si trovi in I); onde la sua distanza del pianeta dalla terra sarà la medesima nell' una, e nell' altra ipotesi. Ma non essendo realmente l' orbe annuo circolare, ne concentrico al Sole, ne seguirà, che il pianeta opposto al Sole veggasi bensì nella medesima longitudine nell' una, e nell' altra ipotesi, ma non nella stessa distanza dalla terra, e a volere, che le ipotesi anco nel rappresentare le distanze perfettamente fossero equivalenti l' una all' altra, converrebbe fare, che il raggio dell' epiciclo CI fosse variabile, ed eguale in ogni tempo alla distanza variabile del Sole dalla terra TS. VII.

VII. Ma fuori del tempo della congiunzione, e della opposizione la forma dell' ipotesi antica non può equivalere a quella della terra mobile, ne pure nel rappresentar le longitudini del pianeta vedute dalla terra, non che le distanze da essa, se pure non si supponesse l' epiciclo di raggio variabile nella maniera, che si è detto. Per mostrar ciò, sia nella Fig. 135 l' orbita A C P col centro dell' epiciclo in C, e il pianeta in I fuori dell' opposizione col Sole, il quale [per l' artic. primo] dovrà trovarsi nel punto S della sua orbita S G, talchè G S sia parallela a C I. Trasportata, come sopra, l' ellisse A C P in a K p colla legge, che si è detta, se l' orbe annuo S G, che ora si trasporterà in g T fosse circolare, e concentrico alla terra T, e rispettivamente al Sole S, e il suo raggio S T eguale al raggio dell' epiciclo C I, sarebbe C I T S un parallelogramo, onde agevolmente si deduce, che nell' ipotesi della terra mobile il pianeta sarebbe nel punto dell' ellisse a I K p, che passa per lo punto dell' epiciclo I, nel quale si suppone il pianeta nell' antica ipotesi, e che tanto la longitudine, quanto la distanza T I della terra dal pianeta si troverebbe nell' una, e nell' altra ipotesi la stessa. Ma se T S sarà maggiore, o minore del raggio dell' epiciclo C I, a cui è parallela, non sarà il pianeta nell' una, e nell' altra ipotesi nella medesima retta T I, ne la longitudine vista dalla terra nell' una sarà la medesima, che nell' altra, e la distanza parimente sarà diversa, perciocchè la retta del Sole al pianeta, che nell' ipotesi copernicana dee trovarsi sempre parallela alla retta dal centro della terra al centro dell' epiciclo nell' antica, non può incontrare T I nel punto I, se non quando T S sia eguale a C I.

VIII. Le osservazioni avendo mostrato il dissenso de' calcoli fatti nell' ipotesi antica de' fenomeni, il qual dissenso non si poteva togliere, per quanto si variassero, o le misure, o la figura dell' orbita (mentre con tali correzioni si salvavano bensì le longitudini de' pianeti nelle opposizioni col Sole, e si rappresentava con ciò meglio la prima inegualità, ma non si rimediava agli errori, che fuori delle opposizioni nascono dalla seconda, e il ripiego di variare

il

il raggio dell' epiciclo non può servire, se non si varia colla legge accennata; che è variazione troppo composta) furono quelle, che fecero ricevere con tanto applauso il sistema di Copernico, con cui il moto della terra risparmia l' epiciclo del pianeta, e ne spiega le stazioni, le retrogradazioni, e tutte le altre vicende assai più felicemente di quello, che col detto epiciclo si spiegavano. Le medesime fecero poi anco avveduti gli astronomi dei tempi susseguenti, e specialmente Ticone, Keplero, e Longomontano, che non volendosi ammettere l' ipotesi della terra mobile, conveniva, e particolarmente con marte, ordinare le orbite planetarie non già intorno alla terra, come A C P, ma intorno al Sole, come a K p, facendo allora l' orbe S G descritto dal Sole intorno la terra l' uficio dell' epiciclo, senza soggiacere a quelle imperfezioni, alle quali questo soggiaceva, onde nacque il sistema Ticonico, di cui appresso, e tanto più, che dovendo l' epiciclo nella forma di Tolomeo, per accostarsi al possibile alle osservazioni, essere eguale all' orbe annuo in tutti i pianeti, ne seguiva, che questo epiciclo in marte era di smisurata grandezza in proporzione del diametro della sua orbita A P, e tagliava le orbite del Sole, e degli altri pianeti inferiori. Dopo di che pare meraviglia, che alcuni astronomi abbiano ciò non ostante cercato di mantenere nelle loro teoriche la forma Tolemaica, benchè persuasi della falsità del sistema, impiegando la loro industria nel riformarlo, sebbene infelicemente, come l' esito ha dimostrato.

IX. La ricerca degli elementi in questa antica ipotesi, cioè de' moti medii, eccentricità, apogeo &c. si dee fare colle osservazioni fatte nell' opposizione col Sole (al che servono i medesimi metodi già tante volte da noi esposti,) e con ciò si ha la specie dell' orbita descritta dal centro C dell' epiciclo, la positura della linea degli apsidi, le epoche delle longitudini medie &c. quanto al determinare il raggio dell' epiciclo, cioè la proporzione di esso al diametro dell' orbita, calcolato il luogo centrico del pianeta C fuori del tempo delle opposizioni, (giacchè le congiunzioni non sono osservabili) il divario in questo luogo dal luogo osser-

ſervato I darà l' angolo C T I, equazione dell' orbe, ed eſſendo per altro noto I C T eguale a C T S, che è la diſtanza del Sole dalla congiunzione col pianeta, o ſia dalla linea dell' apogeo vero dell' epiciclo T C, o è il ſuo ſupplemento &c. [queſt' angolo riſulta paragonando la longitudine centrica del pianeta C con quella del Sole S] avremo nel triangolo I C T la proporzione del ſemidiametro cercato C I alla diſtanza C T, la qual diſtanza al dato tempo è data per eſſer nota la ſpecie dell' orbita, e l' anomalia del centro A T C &c. determinati gli elementi, il calcolo del pianeta per un tempo dato ſi vede, come debba farſi per le coſe ſpiegate.

X. Se ſi ſuppone il raggio dell' epiciclo in ciaſcun pianeta eguale al ſemidiametro dell' orbe annuo riguardato come circolare, come è neceſſario ſupporlo in queſta teorica, per accoſtarſi al poſſibile alle oſſervazioni, (benchè non baſti a rappreſentarle eſattamente) ſi avrà nel ſiſtema di Tolomeo la proporzione delle diſtanze medie di ciaſcuno de' pianeti ſuperiori dalla terra; mentre prendendo per dato il ſemidiametro ſuddetto dell' orbe annuo, ed eſſendo eziandio data in ciaſcuno pianeta (per l' artic. precedente) la ragione del ſemidiametro dell' epiciclo alla diſtanza del pianeta in qualſivoglia punto della ſua orbita dalla terra, queſta ſarà la ragione del ſemidiametro dell' orbe annuo, in cui gira il Sole, o la terra, alla diſtanza del pianeta, che potrà ridurſi alla media &c.

SEZIONE III.

Della teorica della latitudine de' pianeti ſuperiori nel detto ſiſtema.

I. Fin ora abbiamo riguardati tutti i moti deſcritti del centro dell' epiciclo del pianeta, e del Sole, come fatti in un medeſimo piano, per non imbarazzare l' eſpoſizione di eſſi colla conſiderazione de' diverſi piani, ma ora venendo alla ſpiegazione delle latitudini de' pianeti, diremo brevemente ſupporſi da Tolomeo, che l' orbita eccentrica

trica di ciaſcuno de' pianeti ſuperiori ſia inclinata d' un' angolo coſtante al piano dell' ecclittica per modo, che queſti piani ſi taglino nel centro della terra, e la comune Sezione di eſſi, o ſia la linea dei nodi, ſi avanzi lentamente ſecondo l' ordine de' ſegni, come nell' ipoteſi della terra mobile; vuole egli in oltre, che quando il centro dell' epiciclo trovaſi nella linea dei nodi, allora il piano dell' epiciclo giaccia nel piano dell' ecclittica prolungato; ma ſcoſtandoſi il centro dell' epiciclo dal nodo, il diametro degli apſidi dell' epiciclo, e con eſſo tutto il piano di queſto ſi venga a poco a poco inclinando, e rivolgendoſi intorno a quel diametro di eſſo epiciclo, che gli è perpendicolare, che chiamaſi *diametro delle medie longitudini*, finchè ne' limiti tal' inclinazione ſia maſſima, reſtando ſempre il detto diametro delle medie longitudini parallelo al piano dell' ecclittica, e l' inclinazione ſuddetta dee ſeguire in maniera, che partendo il centro dell' epiciclo dal nodo boreale verſo l' auſtrale, la parte dell' epiciclo, ove è l' apogeo, s' inclini verſo auſtro, e quella del perigeo verſo borea, finchè ne' limiti divenuta maſſima tal' inclinazione ſi vada reſtituendo al primiero ſito con ordine contrario, e di nuovo giungendo all' altro nodo, il piano ſia rimeſſo in poſitura parallela all' ecclittica, e tutto l' oppoſto ſucceda, partendo l' epiciclo dal nodo auſtrale &c.

II. I moderni, non trovando corriſpondere le oſſervazioni a queſta ipoteſi, hanno cercato, come ſi poſſano ſpiegare in altro modo le vicende delle latitudini dei pianeti ſuperiori nel ſiſtema Tolomaico. Secondo la maggior parte di loro baſta ſupporre, che il piano dell' epiciclo (in qualunque ſito troviſi il centro di eſſo) ſempre ſia parallelo al piano dell' ecclittica, onde venga poi a coincidere colla ſteſſa ecclittica, qualunque volta il centro dell' epiciclo trovaſi nell' uno dei nodi. Da ciò naſce, che la miſura dell' inclinazione del piano dell' epiciclo al piano dell' orbita del pianeta è coſtante, e che ora un diametro, ora un' altro dell' epiciclo, cioè ſempre quello, che per qualſivoglia tempo ſi trova eſſere la comune Sezione del piano dell' epiciclo col piano dell' orbita del pianeta, è parallelo per quel

tempo

tempo alla linea dei nodi, onde, quando il centro dell' epiciclo è in questa linea, il diametro, che determina gli apsidi dell' epiciclo è quello, che ad essa è parallelo, anzi con essa si confonde, e fuori di tal caso non quello, ma un' altro si trova nel detto parallelismo. Da questa supposizione congiuntamente con quella dell' inclinazione costante del piano dell' orbita a quello dell' ecclittica, e coll' altra del moto lento dei nodi si spiegano a un di presso i fenomeni delle longitudini, ma per farlo più esattamente, sempre converrebbe supporre l' epiciclo di diametro eguale a quello dell' orbe annuo, e variabile colla legge, che si disse. Non aggiungerò altro intorno a questa teorica, perchè stimo tempo perduto il cercare con non poca difficoltà queste minuzie in un' ipotesi meno semplice, quando sostituendo all' epiciclo l' orbe annuo coll' ordinare i moti attorno al Sole, il tutto si può spiegare più semplicemente, e con minor imbarazzo, come si è veduto nel sistema copernicano, e vedrassi nel ticonico.

Sezione IV.

De' moti di venere, e di mercurio nel medesimo sistema antico.

I. Tolomeo spiega i moti di venere, e di mercurio colla medesima teorica del deferente, dell' equante, e dell' epiciclo, che serve per li tre superiori già da noi rappresentati nella Fig. 133, ma con questa differenza, che per venere, e mercurio la linea del moto medio AM, tirata per lo centro della terra, [e alla quale dee essere parallela CP, tirata dal centro dell' equante al centro dell' epiciclo del pianeta] coincide perpetuamente con quella del moto medio del Sole, onde il moto medio, e la longitudine media di questi pianeti è la medesima, che nel Sole; non perciò ne segue, che l' orbita, o il deferente dell' epiciclo sia lo stesso, che l' orbita del Sole, ne eziandio ne segue, che nel pianeta l' anomalia media del centro dell' epiciclo sia la medesima, che l' anomalia media del Sole,

mentre la linea degli apsidi del pianeta RBD non è la stessa, che quella degli apsidi del Sole [se non quando per accidente venisse ad incontrarsi, e coincidere una coll' altra] ma diversa, e diversa eziandio è la quantità del moto degli apsidi del pianeta, e del Sole, ne finalmente il luogo vero del Sole è lo stesso col luogo vero del centro dell' epiciclo, benchè non possa andarne molto lontano. Il pianeta poi movesi sulla periferia dell' epiciclo secondo l' ordine dei segni rispetto al centro di questo con moto uniforme, chiamato *moto dell' anomalia dell' orbe* contato dall' apogeo vero dell' epiciclo, come ne' superiori, e eguale all' eccesso del moto medio del pianeta, che si troverebbe nel sistema copernicano sopra il moto medio del Sole, e con ciò il moto del centro dell' epiciclo salverà in questi pianeti la prima inegualità, che svanisce nelle loro congiunzioni col Sole, al tempo delle quali il centro dell' epiciclo, il pianeta, ed il Sole debbono vedersi nella medesima retta linea, e il moto del pianeta nell' epiciclo soddisferà alla seconda, che si manifesta fuori delle congiunzioni, appunto come ne' superiori, ma perchè in mercurio queste ipotesi non bastano a rappresentarne tutta la inegualità, che è assai grande, vuole in oltre, che il centro del deferente si muova per un circoletto da lui determinato, contro l' ordine de' segni rispetto al centro di esso cerchietto, e con una legge di moto, che egli stabilisce, e noi altro non ne diremo per non perder tempo in esporre una teorica così difficile, e imbarazzata, e per altro sì poco conforme alle osservazioni.

II. Il Riccioli nell' Almagesto, e con esso il P. Tacquet, per non allontanarsi dalla forma tolemaica, con tutto che potessero appigliarsi alla ticonica incomparabilmente più semplice, facevano movere il centro dell' epiciclo del pianeta per un cerchietto di semidiametro eguale a quello del Sole. Da tal determinazione del semidiametro, [che Tolomeo aveva lasciato arbitrario] oltre il rappresentarsi meglio le osservazioni, ne seguiva, che il Sole restasse sempre compreso dentro all' epiciclo del pianeta, e non lungi dal centro di questo epiciclo, onde si potessero spiegare le fasi dei pia-

pianeti scoperte col telescopio, le quali mostrano, che venere, e mercurio ora si trovano di sopra, ora di sotto al Sole, il che non si rappresentava dall' epiciclo tolemaico senza questa modificazione. Non però l' orbe del pianeta era lo stesso, che quello del Sole, mentre ne la linea degli apsidi, ne il moto di questa linea, ne l' eccentricità era la medesima. Il moto del centro dell' epiciclo era equabile, ed eguale al moto medio del Sole permodo, che la linea del moto medio del pianeta, e del Sole fosse la medesima, e il luogo medio del centro dell' epiciclo riferito al zodiaco sempre lo stesso col luogo medio del Sole, come vuole Tolomeo: variavano poscia il semidiametro dell' epiciclo con una strana legge per venere, mentre lo facevano immobile, finchè l' epiciclo si trova in quel semicircolo del deferente, in cui è l' apogeo, e poi mutabile nell' altro semicircolo con regola da essi spiegata. Per mercurio la variazione di questo semidiametro è perpetua, ed oltre a ciò variasi l' eccentricità, librandosi il centro dell' eccentrico su, e giù per la linea degli apsidi. Potrebbe forse tal' ipotesi migliorarsi sostituendo all' eccentrico l' ellisse con risparmiare la mutazione dell' eccentricità in mercurio, e tentando, come possa rendersi a un di presso equivalente a quella della terra mobile alla guisa de' pianeti superiori, ma non veggo, che questo possa ottenersi senza ricadere precisamente nell' ipotesi ticonica, cioè con fare, che l' orbita, la quale porta l' epiciclo del pianeta, sia precisamente l' orbita del Sole, e che questo epiciclo sia una orbita ellittica, di cui l' uno de' fochi sia il centro stesso del corpo solare.

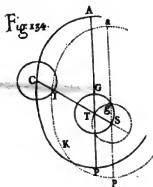
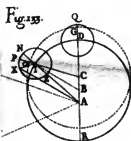
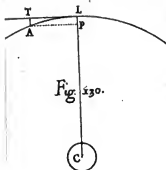
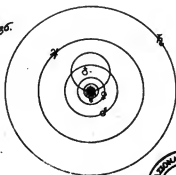
III. Le latitudini di venere, e di mercurio si spiegavano da Tolomeo nella stessa maniera a un di presso, che quelle de' superiori, ma non però con egual successo; per ciò che risguarda il corrispondere alle osservazioni, onde egli era stato obbligato d' introdurre nell' epiciclo un moto, che chiamava *di riflessione*, che consisteva in una certa librazione di esso intorno al diametro degli apsidi. I moderni, che hanno seguita la forma tolemaica, hanno supposto, che il piano dell' orbita del pianeta inferiore, cioè venere, e mercurio sia nel piano stesso dell' ecclittica, ma

il piano dell' epiciclo inclinato al piano di questa con angolo immutabile, ma in modo però, che la comune sezione dell' epiciclo coll' ecclittica non fosse parallela sempre ad una stessa linea retta tirata nel piano dell' ecclittica per lo centro della terra, ma che questa retta, chiamata dal Tacquet *linea de' nodi stabili*, avesse quel lentissimo movimento, che da Copernico si attribuisce alla linea de' nodi. Con tutto ciò non si soddisfaceva esattamente a' fenomeni. Chi più ne desidera vegga l' astronomia del Tacquet, perocchè a me rincresce ora mai di perdere tanto tempo nell' esporre ipotesi così difficili, e composte (delli quali, se si perdesse ogni memoria, niuna perdita farebbe l' astronomia) quando anche nell' ipotesi della stabilità della terra il tutto può assai più semplicemente rappresentarsi addattando le ipotesi, come ha fatto il Longomontano, al sistema Ticonico, il quale oramai ci resta da esporre.

SEZIONE V.

Del sistema del mondo chiamato Ticonico.

I. IN questo sistema si ordinano tutte le orbite de' pianeti intorno al Sole, toltane la luna, che si fa girare intorno alla terra, e i satelliti di giove, e di saturno, che debbono moversi intorno a loro primarii. Servono alla descrizione di esso le stesse misure, che a quello del copernicano, ne vi è altra differenza, se non che in vece di descriver l' orbita della terra intorno al Sole, si dee prender un punto fisso lontano dal Sole, quanto ne è la terra, che cadrà fra le orbite di venere, e di marte, e descrivere da questo punto, come centro, per lo centro del Sole l' orbita di esso, la quale viene a tagliare quella di mercurio, venere, e marte escludendo quella di saturno, e di giove, come si vede nella Fig. 136, in cui altro non si è fatto, che trascrivere colla suddetta mutazione la Fig. 91, con cui si rappresenti il sistema di Copernico.

II. I tempi de' periodi di ciascun pianeta nelle loro orbite, cioè i ritorni alla medesima longitudine presa nell' orbita,

T.XV.Pag.404.
T
L
A
P
Fig. 130.
C
Fig. 131.
N
S
V
M
L
T
R
I
Fig. 133.
Q
G
D
N
P
X
C
B
A
R
Fig. 134.
A
C
I
G
T
S
K
P
P
Fig. 136.

bita, sono i medesimi, che quelli, che si sono detti nel sistema di Copernico, dando solamente al Sole il periodo, che ivi fu dato alla terra. Le specie delle curve, che ciascun pianeta descrive, le loro eccentricità, i loro afelii, e perielii, (che rispetto al Sole saranno apogeo, e perigeo) le inclinazioni delle orbite, e i loro nodi ponno esser i medesimi in questa ipotesi, che quelli, che meglio rispondono a' fenomeni nella copernicana, avvertendo solo di far cadere l' apogeo del Sole, ove cadeva il perielio della terra, e al contrario. Il Sole movendosi nello spazio d' un anno tropico sulla periferia della sua orbita, porta seco le orbite di tutti i pianeti, mantenendo le linee degli apsidi, e de' nodi di ciascuno sempre parallele a se stesse, salvo il loro lentissimo moto proprio, se ne hanno, e mantenendo eziandio i loro piani sempre nella costante inclinazione, che hanno al piano dell' ecclittica; e intanto i pianeti si movono ciascuno nelle loro orbite così trasportate intorno al Sole precisamente, come nell' ipotesi copernicana.

III. La luna si fa girare anco in questo sistema intorno alla terra, e la sua teorica può esser quella, che si vuole fra le diverse inventate, e che ponno inventarsi, come meglio trovasi corrispondere alle osservazioni, l' istesso s' intende rispettivamente a' satelliti di saturno, e di giove. I moderni hanno osservato, che la regola de' quadrati de' tempi periodici de' pianeti, che si girano intorno ad un medesimo corpo, proporzionali a' cubi delle distanze, ha eccezione in questo sistema nel Sole, e nella Luna, che girano intorno alla terra, senza che si serbi fra questi pianeti una tal legge.

IV. Per conoscere l' equivalenza di questa ipotesi colla copernicana, basta riflettere, che per le cose dette di sopra in qualsivoglia tempo la longitudine del Sole veduta dalla terra è la medesima nell' uno, e nell' altro sistema, e la medesima è parimente la distanza dell' uno dall' altra, purchè però si supponga in amendue i sistemi l' istessa figura, e la legge di moto nell' orbita, l' istessa eccentricità, l' istessa, o almeno parallela, la direzione della linea degli apsidi, permutando solo l' apogeo nel perielio, e il perigeo nell' afelio,

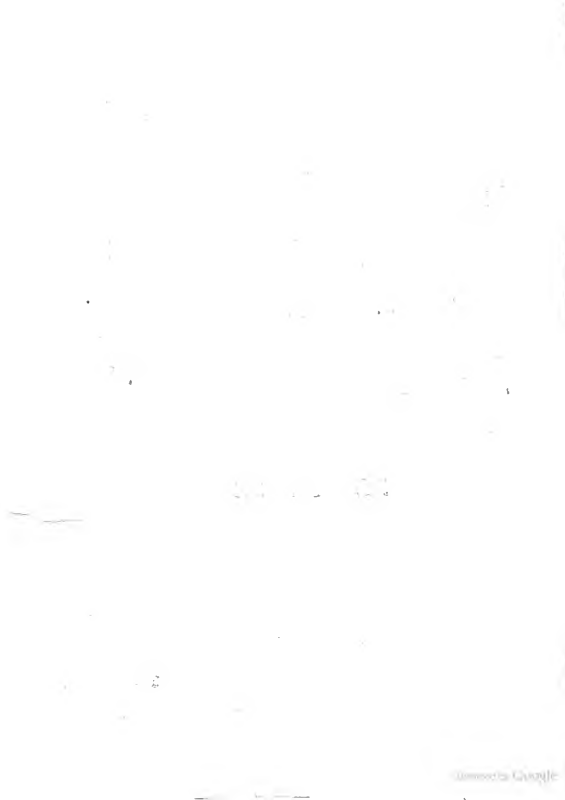
afelio, e l'isteffo ogni altro elemento delle teoriche. Parimente nell'uno, e nell'altro sistema sarà il medesimo il luogo del pianeta veduto dal Sole in qualsivoglia tempo, e la stessa sarà ancora la loro distanza; purchè quì ancora i suddetti elementi si suppongano i medesimi, (senza permutar quì in conto alcuno i punti degli apsidi) onde se ben si considera, troverassi dover parimente esser il medesimo l'angolo fatto nel Sole dalle due rette, che vanno alla terra, e al pianeta, che è l'anomalia dell'orbe nel sistema copernicano, e ritiene l'isteffo nome nel ticonico, da che dee nascere, che debba trovarsi il medesimo anche l'angolo alla terra, il quale è la differenza tra il luogo del pianeta veduto dalla terra dal veduto dal Sole, e per conseguenza il luogo veduto dalla terra non punto diverso nell'una ipotesi, che nell'altra, e il medesimo discorso può applicarsi alle longitudini, niente turbando in ciò la diversità de' centri della sfera dell'universo, il qual centro nel sistema copernicano intendesi esser nel Sole, e nel ticonico dee intendersi nella terra a cagione dell'immenso semidiametro, che nell'uno, e nell' altro supposto dee darsi a questa sfera. Ma intorno a ciò lasceremo, che ciascuno abbia da se il piacere di cercare, e di vedere più chiaramente la corrispondenza de' due sistemi, come pure, che ognuno applichi al ticonico tutti i metodi, che, per trovare gli elementi delle teoriche, si sono dati nel copernicano.

V. La linea curva, che nella supposizione ticonica viene realmente descritta dal centro del pianeta col moto composto di quello, che egli ha nella sua orbita, e di quello del foco di quest'orbita, cioè del Sole per la periferia della sua, viene ad essere una spezie di spirale, che fa infiniti giri, che insieme si intrecciano con altrettanti nodi, senza che ritorni in se stessa, come il Keplero avvertì, e si trovano nelle memorie dell'Accademia delle scienze del 1709 le figure di queste spirali descritte da ciascun pianeta delineate dal Cassini in misura per alcuni anni, e ciò prescindendo dal moto diurno del primo mobile, cioè col dare alla terra la rivoluzione diurna intorno al proprio asse, che è la supposizione, che chiamasi semicopernicana, e può adat-

adattarſi al ſiſtema ticonico non meno, che all' antico. Supponendo poi il moto diurno nel primo mobile, e in tutti i corpi celeſti, e non nella terra, le ſuddette linee ſpirali vengono ad eſſere anco più compoſte.

VI. L' aſtronomia non ſi può a mio credere perfezionare per altra ſtrada, che per quella delle oſſervazioni, le quali ſolo ponno farci conoſcere, ſe ſuſſiſtano le ſuppoſizioni, o ipoteſi, che ſervono di fondamento alle concluſioni aſtronomiche. Forſe alcune di queſte ſuppoſizioni, come l' equabilità del moto diurno, la propagazione inſtantanea, e rettilinea del lume, la coſtante figura, e inclinazione delle orbite, la miſura immutabile de' tempi periodici, l' obbliquità permanente dell' ecclittica, ed altre, che comunemente ſi ammettono, potranno una volta, o maggiormente confermarſi, o correggerſi, e cio tanto più ſicuramente, quanto meno di principii eſtranei tratti dalla ſiſica ſi introdurranno in queſta ſcienza, non trovandoſi per anco eſempio d' alcun principio ſiſico, che ſia così ben certo, come ſi richiede per ricavarne conſeguenze di aſſoluta, e infallibile verità.

IL FINE

TAVOLA

DELLE MATERIE

Contenute in queste instituzioni astronomiche.

Circo-

per

Pe-

FINE.

Vi-

Vidit D. Paullus Philippus Premoli Clericus Regularis Sancti Pauli, & in Ecclesia Metropolitana Bononiæ Pænitentiarius pro SS. D. N. Benedicto XIV Archiepiscopo Bononiæ.

8 Novembris 1748.

IMPRIMATUR.

Fr. Seraphinus Maria Maccarinelli Vicarius Generalis Sancti Officii Bononiæ.